ЖУРНАЛ ФІЗИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
т. 28, № 4 (2024) 4901(9 с.)

JOURNAL OF PHYSICAL STUDIES
v. 28, No. 4 (2024) 4901(9 p.)

ВИЗНАЧЕННЯ ПЛОЩІ СОНЯЧНИХ ПЛЯМ ЗА ДАНИМИ СПОСТЕРЕЖЕНЬ У ВИДИМОМУ ДІАПАЗОНІ. I. ОПИС АЛҐОРИТМІВ ТА ЇХ ТЕСТУВАННЯ

А. І. Присяжний, І. Я. Підстригач, О. А. Баран
Астрономічна обсерваторія Львівського національного університету імені Івана Франка, вул. Кирила і Мефодія 8, Львів, 79005, Україна
e-mails: andrii.prysiazhnyi@lnu.edu.ua, igor.pidstrygach@lnu.edu.ua, oleksandra.baran@lnu.edu.ua
(Отримано 05 липня 2024 р.; в остаточному вигляді — 27 липня 2024 р.; прийнято до друку — 29 липня 2024 р.; опубліковано онлайн — 03 листопада 2024 р.)

Запропоновано нові методи розрахунку площ окремих структур у сонячній атмосфері, які проявляються на зображеннях, отриманих у видимому діапазоні спектра. Площі сонячних плям розраховано на основі набору зображень Сонця з архіву спостережних даних, одержаних за допомогою космічного апарата Solar Dynamics Observatory (SDO). Усі розрахунки виконано як для щоденних сумарних площ плям, які спостерігають на видимій півсфері Сонця в певний момент часу, так і окремо для їхніх тіней і півтіней.

Відтворено зміни площ сонячних плям за період 2012–2023 рр., який охоплює часовий проміжок від фази максимуму 24-го циклу сонячної активності до моменту наближення до максимуму 25-го циклу, що зараз триває. Ми порівняли наші результати з даними проєкту SolarMonitor і виявили високий рівень кореляції між ними.

Проаналізовано зміни відношення сумарної площі тіней до загальної площі сонячних плям з фазами циклу сонячної активності протягом досліджуваного періоду та виявлено, що усереднене значення цього параметра не демонструє суттєвих варіацій зі зміною фаз сонячного циклу, окрім мінімуму.

Ключові слова: сонячні плями, тіні, півтіні, фази сонячного циклу.

DOI: https://doi.org/10.30970/jps.28.4901

ВСТУП

Для аналізу циклічності сонячної активності класичним параметром, за допомогою якого можна її охарактеризувати, є число Вольфа, однак хорошою альтернативою є також аналіз зміни сумарної площі сонячних плям. Такі дані важливі для розуміння як процесів виникнення, зростання та розпаду плям, так і еволюції цілих груп та взаємодії між ними, а також для дослідження періодичності сонячної активності. Отже, актуальним завданням є, зокрема, розробка ефективних методів для розрахунку площі плям на основі цифрових зображень диска Сонця.

Деякі поодинокі вимірювання площ сонячних плям проводили ще у XVIII столітті, однак реґулярні вимірювання розпочали 1874 року й об'єднали їх Королівською Ґринвіцькою обсерваторією, що дало змогу сформувати унікальну базу даних сонячної активності за період у понад 100 років [1]. Є також інші бази даних, які містять інформацію про площі плям, наприклад, каталог Дебреценівської геліофізичної обсерваторії [2]. Барані та ін. [3] докладно проаналізували площі сонячних плям, опубліковані в 11 базах даних, і порівняли їх зі згаданим каталогом. Автори дійшли висновку, що є певні систематичні відмінності в площах плям для всіх наборів даних. Балмаседа та ін. [4] провели порівняльний аналіз отриманих у різних обсерваторіях наборів даних про площу сонячних плям, щоб визначити множники, необхідні для корекції значень площ і створення єдиної бази. У праці [5] порівняння площ сонячних плям, розрахованих за наземними й космічними спостереженнями, показало, що між обома наборами даних хороша узгодженість.

З отриманням фотографій сонячних плям із високою роздільною здатністю й появою можливості автоматизованої обробки зображень були розроблені нові методи визначення площі [6, 7]. Штайнеґґер та ін. [8] розрахували площі сонячних плям, застосувавши метод "кумулятивних гістограм", який запропонували Петтауер і Брандт [6]. У праці [7] розроблено алґоритм та програмне забезпечення для визначення координат і площ плям. Отримані в цій роботі результати подібні до результатів статті [8], за винятком площ тіней, які виявилися майже вдвічі нижчими.

У статті [9] докладно описано автоматизоване розпізнавання для визначення меж сонячних плям за допомогою методів обробки зображень. Але такий підхід вносить деякі похибки на межах плям через розмивання та згладжування, а також може стирати деякі частини груп, особливо малі сонячні плями, близькі до великих структур півтіні [10]. Ці проблеми можна розв'язати, дібравши порогові значення візуально, що дає змогу отримувати коректніші значення площі груп. У праці [10] запропоновано один із таких напівавтоматичних алґоритмів розрахунку площі окремих груп сонячних плям на основі цифрових зображень диска Сонця. У цьому підході визначається сітка координат (стоніхертський диск), що дає змогу присвоїти кожному пікселю на зображенні відповідні координати, за допомогою яких його площа обчислюється за значеннями різниць між його координатами

Цю працю можна використовувати на умовах Міжнародної Публічної Ліцензії Creative Commons 4.0 "Із Зазначенням Авторства". Поширюючи цей матеріал, потрібно вказувати авторів і назву статті, журнальне цитування та DOI.

та координатами сусідніх пікселів.

Останніми роками були впроваджені автоматизовані методи ідентифікації сонячних плям на основі машинного навчання (див., наприклад, [11]).

У нашій статті запропоновано, зокрема, метод, подібний за своєю суттю до підходу, описаного в праці [10], у якому ефект проєкції враховують на основі лише геліоцентричного кута для центра пікселя, площа якого розраховується. Також наведено складніші й дещо точніші методи розрахунку площ сонячних плям і протестовано їх. Усі обчислення проведено як для сумарної площі всіх плям, так і окремо для сумарних площ усіх тіней і півтіней для серії зображень, отриманих за допомогою космічного апарата SDO. Досліджено зміни цих площ протягом періоду 2012–2023 рр., що включає часовий проміжок від максимальної фази 24-го циклу сонячної активності до моменту наближення до максимуму 25-го циклу.

I. МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ПЛОЩІ СТРУКТУР НА ПОВЕРХНІ СОНЦЯ

Для визначення площі сонячних плям необхідно передусім коректно детектувати їхні межі на зображеннях, а також межі між тінями й півтінями, для чого потрібно дібрати правильні порогові значення інтенсивності. Заниження порогових значень може призвести до того, що деякі пікселі, які є частиною сонячних плям, будуть пропущені, унаслідок чого зменшиться розраховане значення площі. І навпаки, збільшення порогу може збільшити площу плям за рахунок некоректного включення деяких пікселів, які насправді є пікселями фону. Відповідно до літературних даних, ці порогові значення можна вибрати як певні відсотки від усередненої інтенсивності спокійної фотосфери. Ми використали для визначення переходів “тінь–півтінь” і “півтінь–фотосфера” значення 59% і 85% відповідно (див. [12], а також огляд праць у [13]). Ми припустили, що ця усереднена інтенсивність майже не змінюється від кадру до кадру, а тому для добору оптимальних порогових значень достатньо розглянути будь-яке із зображень з масиву даних SDO. Приклад виділення меж сонячних плям та переходу між тінню й півтінню показано на рис. 1 для найбільшої у 24-му сонячному циклі активної ділянки NOAA AR 12192, де вказано розраховані порогові значення (в одиницях яскравості пікселів для 8-бітних зображень).

В усіх методах розрахунку площі, які викладено далі в цій статті, для опису положення точок використано тривимірну декартову систему координат, початок якої в центрі Сонця (приймаємо, що Сонце має сферичну форму, а його радіус $R_\odot$ дорівнює одиниці). Вісь Oz спрямована на спостерігача (тобто вздовж променя зору); вісь Ox орієнтована так, що відповідає горизонтальному напрямку на зображенні й вказує на правий край зображення; вісь Oy орієнтована так, що на зображенні вона розташована вертикально й указує на нижній край зображення. Уважаємо, що спостерігач перебуває на безмежності, тобто для будь-яких двох точок на видимій півсфері Сонця промені зору паралельні один до одного.

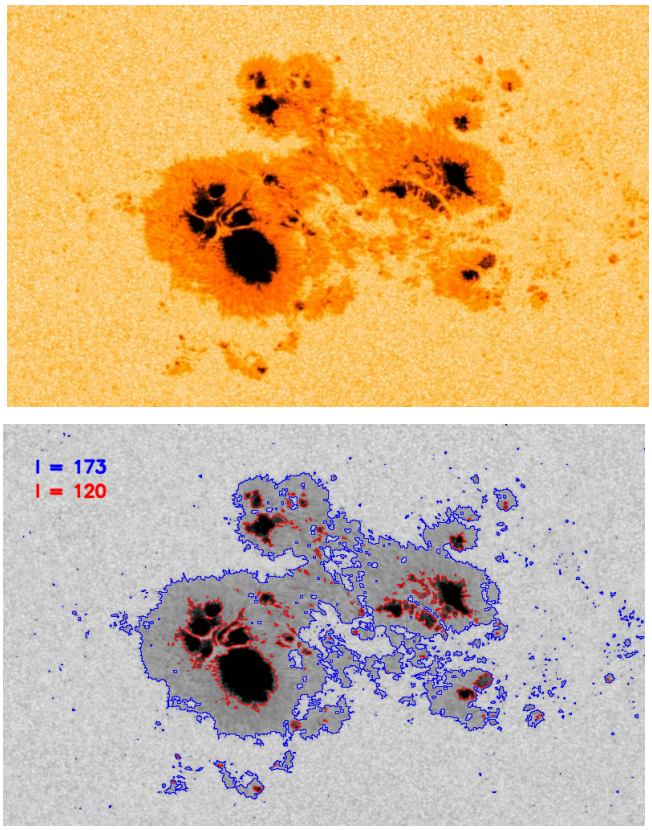

Рис. 1. *Вгорі*: Вигляд активної ділянки NOAA AR 12192 (23 жовтня 2014 р.) за даними SDO/HMI (канал HMIIF). *Внизу*: таке саме зображення наведене до відтінків сірого з накладеними контурами, що відмежовують тінь сонячних плям від півтіні (червоний контур) і півтінь від ділянки атмосфери, що її оточує (синій контур). Рівні інтенсивності, що відповідають цим контурам, показано на зображенні

Fig. 1. *Top*: View of the active region of NOAA AR 12192 (October 23, 2014) from SDO/HMI (HMIIF channel). *Bottom*: The same image, grayscaled, with superimposed contours separating the sunspot umbra from the penumbra (red contour) and the penumbra from the surrounding atmosphere (blue contour). The intensity levels corresponding to these contours are shown in the image

A. Використання корекційних множників

Простим способом урахування ефекту проєкції для отримання коректного значення площі вибраних ділянок на зображенні є домножування площі кожного пікселя в межах цих ділянок на певний корекційний множник. Отже, у цьому методі ми не беремо до розгляду межі елемента півсфери Сонця, проєкція якого на картинну площину відповідає цьому пікселю, а ставимо йому у відповідність елемент площини, яка дотична до сонячної півсфери в точці, що відповідає центру пікселя.

Метод з використанням корекційних множників не потребує розрахунку координат точки, що відповідає центру пікселя, а лише відповідного косинуса геліоцентричного кута θ. Оскільки кут між дотичною й картинною площинами для будь-якої точки на видимій півсфері Сонця дорівнює геліоцентричному куту, то корекційний множник для врахування ефекту проєкції для кожного пікселя можна виразити як

$$k = \frac{1}{\cos\theta}.$$

Косинус геліоцентричного кута можна знайти так:

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{R_\odot^2 - r^2}}{R_\odot} = \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R_\odot}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{r_{\text{px}}}{R_{\text{px}}}\right)^2},$$

де: r — відстань між центром Сонця та проєкцією точки, яка відповідає центру пікселя, на площину xy; r_{px} і R_{px} — виражені в пікселях відстань від центра зображення до центра цього пікселя і радіус Сонця на зображенні відповідно.

Якщо i, j — це індекси цього пікселя для горизонтального й вертикального напрямків на зображенні (індекси пікселів відраховуються від лівого верхнього кутка зображення), а N — розмір зображення (усі використані в розрахунках зображення квадратні, їхній розмір – парне число, і диск Сонця на них — у центрі зображення), то відстань r_{px} можна розрахувати за формулою

$$r_{\text{px}} = \sqrt{\left(i - \frac{N}{2} + 0.5\right)^2 + \left(j - \frac{N}{2} + 0.5\right)^2}.$$

Б. Поділ пікселя на два трикутники

У цьому методі ми розраховуємо площу кожного пікселя як площу двох плоских трикутників, що утворюються під час поєднання чотирьох точок на поверхні Сонця, які на картинній площині відповідають кутикам пікселя. Координати, що відповідають межам пікселя (i, j), можна розрахувати за формулами:

$$x_i = \left(i - \frac{N}{2}\right)\frac{1}{R_{\text{px}}}, \qquad y_j = \left(j - \frac{N}{2}\right)\frac{1}{R_{\text{px}}},$$

$$x_{i+1} = \left(i - \frac{N}{2} + 1\right)\frac{1}{R_{\text{px}}}, \quad y_{j+1} = \left(j - \frac{N}{2} + 1\right)\frac{1}{R_{\text{px}}}.$$

Маючи координати двох точок (x_1, y_1, z_1) і (x_2, y_2, z_2) на поверхні Сонця, можна знайти відстань між ними з очевидного співвідношення

$$\ell = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}.$$

За відстанями між цими точками площі трикутників можна розрахувати за формулою Герона

$$S = \sqrt{p(p - \ell_a)(p - \ell_b)(p - \ell_c)},$$

де ℓ_a, ℓ_b, ℓ_c — сторони трикутника, $p = (\ell_a + \ell_b + \ell_c)/2$ — півпериметр. Зрозуміло, що цей метод даватиме дещо заниженні значення площ, коректнішим наближенням може бути використання двох сферичних трикутників. Для розрахунку площ цих трикутників необхідно знайти кути при їхніх вершинах, тобто кути між площинами, що проходять через початок координат (центр Сонця) і кожна з яких містить дві з чотирьох аналізованих точок.

В. Знаходження площі інтеґруванням

Найточнішим методом є розрахунок площі пікселя як площі частини сфери, відмежованої чотирма площинами, що перпендикулярні до площини xy і проходять через проєкції сторін пікселя на цю площину. Площу елемента поверхні, яка описується функцією $z = f(x, y)$, можна розрахувати за формулою

$$S = \iint\limits_{\Omega} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}\, dxdy.$$

У нашому випадку сфери одиничного радіуса $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, тому похідні будуть такими:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{x}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{y}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}.$$

Оскільки Ω — це ділянка, межами якої є прямі $x = x_i$, $x = x_{i+1}$, $y = y_j$, $y = y_{j+1}$, то площу елемента поверхні можна виразити за допомогою такого повторного інтеґрала:

$$S = \int\limits_{x_i}^{x_{i+1}} dx \int\limits_{y_j}^{y_{j+1}} \frac{dy}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}. \tag{1}$$

Деталі обчислення інтеґралів у рівнянні (1) подано в Додатку А.

Г. Порівняння методів

Ми порівняли площі, розраховані з використанням запропонованих методів. На рис. 2 показано штучні зображення, що відповідають сфері одиничного радіуса. Вони ілюструють наведену в логарифмічній шкалі відносну різницю площ кожного пікселя, розрахованих за допомогою двох методів.

Як бачимо, запропоновані методи дають дуже близькі результати для більшої частини видимої півсфери. Наприклад, для діапазону геліоцентричних кутів 80°–81° площі пікселів, розраховані за допомогою методу трикутників, лише на 0.44% перевищують значення, отримані методом корекційних множників; для інтеґрального методу ця різниця становить 0.26%.

Площа пікселя, розрахована за методом корекційних множників, залежить лише від відстані від початку координат до проєкції центра цього пікселя на

площину xy. Для двох інших методів площа пікселя залежить як від координати x, так і від y. Із наведених розподілів за формою ізоліній на рис. 2 видно, що для інтеґрального методу ця залежність від обох координат є слабкою (ізолінії за формою близькі до кіл), а для методу трикутників вона більш виражена.

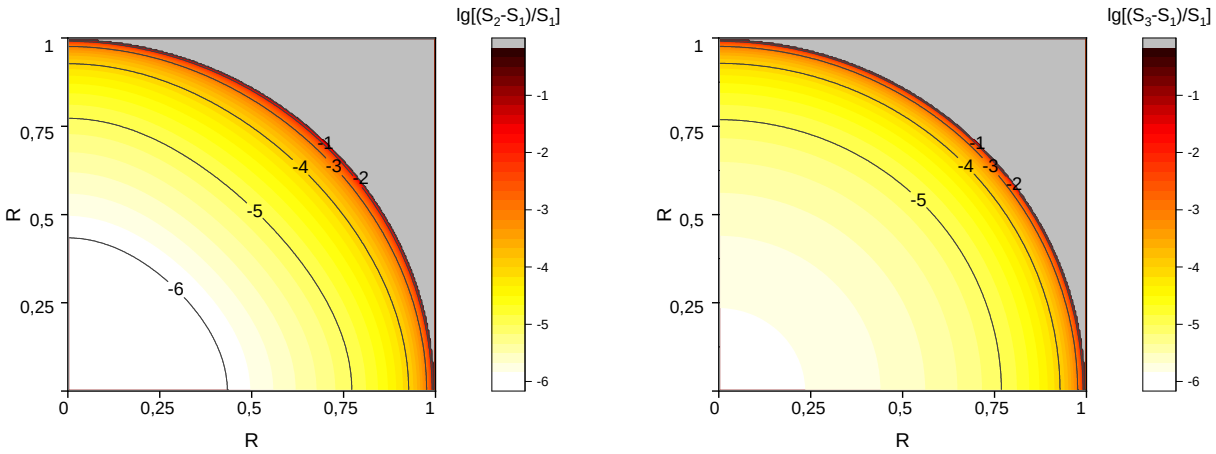

Рис. 2. Схематичне порівняння площ, розрахованих різними методами для сфери одиничного радіуса. На рисунках показана відносна різниця площ окремих пікселів у логарифмічній шкалі: *зліва* — для методу корекційних множників і методу трикутників, *справа* — для методу корекційних множників та інтеґрального методу (S_1 — площа пікселя, розрахована за допомогою методу корекційних множників; S_2 — площа, розрахована за методом трикутників; S_3 — за допомогою інтеґрального методу). На цих рисунках показано також ізолінії для цілих значень логарифма цього відношення

Fig. 2. Schematic comparison of areas calculated using various methods for a unit radius sphere. The figures show the relative difference in the areas of individual pixels on a logarithmic scale: *on the left* — for the correction factors method and the triangles method, *on the right* — for the correction factors method and the integral method (S_1 is the area of a pixel calculated using the correction factors method; S_2 is the area calculated using the triangles method; S_3 is the area calculated using the integral method). These figures also contain isolines for integer values of the logarithm of this ratio

Інтеґральний метод найточніший, оскільки він правильно враховує межі ділянок на поверхні Сонця. Однак різниця між результатами, які він дає, і результатами, отриманими за методом корекційних множників, дуже мала, а в останнього методу перевага у витратах процесорного часу. Тому в подальших розрахунках ми використовуємо саме метод корекційних множників.

II. ОТРИМАНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Для розрахунків площі будемо використовувати зображення в інтенсивності в неперервному спектрі в околі лінії Fe I 6173 Å, отримані за допомогою приладу Helioseismic and Magnetic Imager (HMI) космічного апарата SDO (зображення типу HMIIF, у яких скомпенсовано ефект потемніння до краю). Наші попередні розрахунки показали, що одержані на основі зображень з різними розмірами значення площі близькі, а тому, отримуючи результати, подані в роботі, ми для зменшення часу розрахунків використовували зображення з розмірами 512×512. Ці зображення відповідають проміжку часу від максимальної фази 24-го сонячного циклу до моменту наближення до максимуму 25-го циклу. Масив даних апарата SDO доступний за покликом `https://sdo.gsfc.nasa.gov/assets/img/browse/`.

На рис. 3 показано розраховані на основі зображень, одержаних за допомогою SDO, щоденні сумарні площі сонячних плям (у мільйонних частках видимої півсфери, м. ч. п.). Для перевірки цих результатів показано також підсумовані за день площі плям з ресурсу SolarMonitor (`www.solarmonitor.org`). Хоча загалом наші результати відтворюють згадані вище дані (коефіцієнт кореляції між розрахованими площами плям і відповідними даними SolarMonitor дорівнює 0.91), проте спостерігаємо тенденцію до завищення значень сумарних площ. Цю особливість ліпше помітно на рис. 4, де ми показали наведені на рис. 3 результати у вигляді діаграми розсіювання. Це можна пояснити, зокрема, тим, що використаний алґоритм ураховує під час розрахунку площі всі пікселі на зображенні, значення яких нижчі від порогового, що приводить до врахування, окрім сонячних плям, також ділянок спокійної атмосфери, які лежать поза активними ділянками (наприклад, окремих темних міжґранульних проміжків). Деякі з некоректно детектованих ділянок видно на рис. 1. Подібна проблема їх наявності характерна також, наприклад, для методу виділення контурів, використаного в праці [10]. Для отримання коректніших значень площі необхідно детектувати на зображенні окремі сонячні плями та виключати з розгляду такі ділянки, що буде реалізовано в продовженні нашого дослідження.

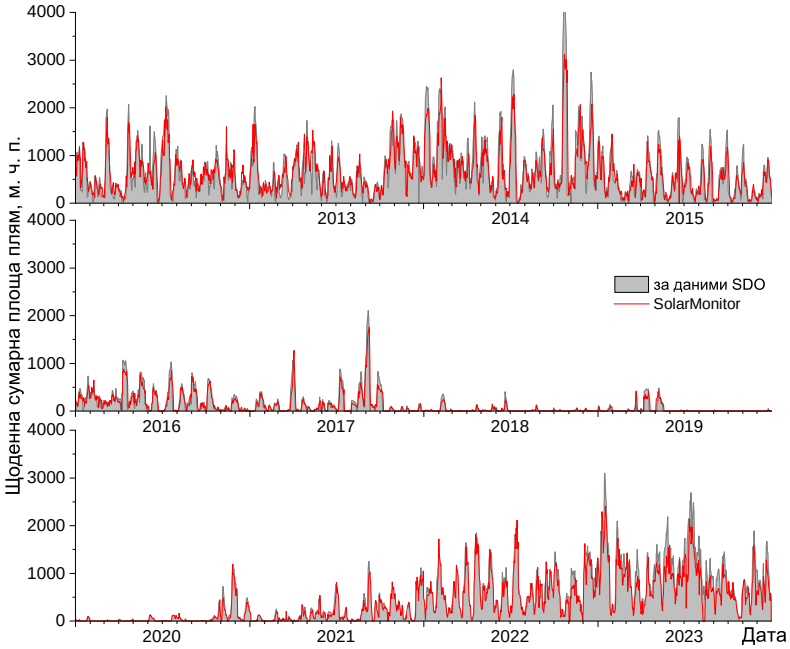

Рис. 3. Порівняння сумарних площ сонячних плям (м. ч. п.), розрахованих на основі зображень, одержаних за допомогою SDO (сіра крива із заливкою), зі значеннями площі з ресурсу SolarMonitor (червона крива), для часового проміжку 2012–2023 рр.

Fig. 3. Comparison of total sunspot areas (in millionths) calculated from SDO images (filled grey curve) with the areas reported by SolarMonitor (red curve) from 2012 to 2023

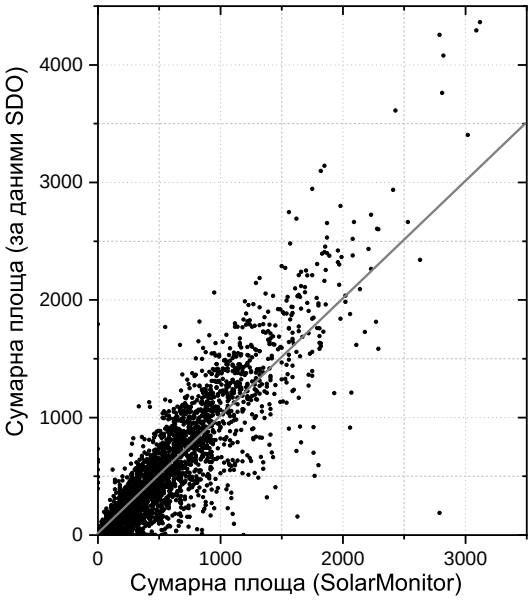

Рис. 4. Дані з рис. 3, зображені у вигляді діаграми розсіювання (чорні кружечки). Сірою лінією показано лінію рівності

Fig. 4. Data from Fig. 3 presented as a scatter plot (black circles). The grey line shows the line of equality

A. Співвідношення між площами тіней і півтіней

Дослідження окремо площ тіні й півтіні сонячних плям може допомогти краще зрозуміти їхню магнітну структуру, а також процеси сонячного динамо та сонячної активності [14]. Тому ми проаналізували, як співвідносяться сумарні площі окремо тіней і півтіней плям. Відповідні графіки для досліджуваного проміжку часу показано на рис. 5. Окрім очевидного факту, що півтіні займають більшу частину загальної площі сонячних плям, видно також, що протягом сонячного циклу спостерігаються помітніші варіації площ півтіней порівняно з варіаціями площ тіней.

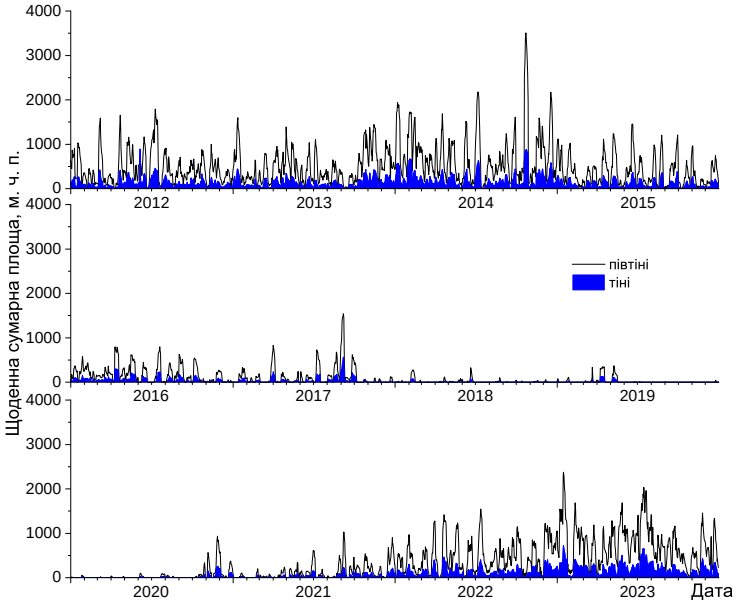

Рис. 5. Графіки зміни сумарних площ окремо півтіней (сіра крива) і тіней (синя крива із заливкою) протягом досліджуваного проміжку часу

Fig. 5. Graphs of changes in the total areas of penumbra (grey curve) and umbra (filled blue curve) during the analyzed period

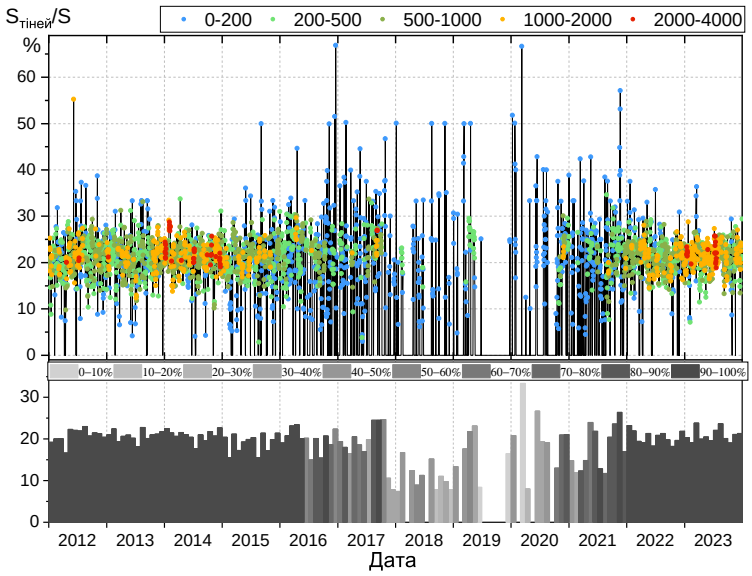

Рис. 6. *Вгорі*: Графік зміни відношення щоденної сумарної площі тіней до сумарної площі плям протягом досліджуваного проміжку часу (сіра крива). Кольоровими кружечками показано ці самі значення, але згруповані за значеннями щоденної сумарної площі плям. Відповідність між кольорами й діапазонами значень сумарної площі (м. ч. п.) показано над графіком. *Внизу*: Графік зміни відповідних відношень, усереднених для кожного місяця. Відтінками сірого кольору позначено кількість днів у місяці, коли спостерігали тіні (за цими днями проводили усереднення). Відповідність між відтінками й відносною кількістю днів (у відсотках) показано над графіком

Fig. 6. *Top*: Graph of changes in the ratio of the daily total umbra area to the total sunspot area during the period under study (grey curve). The colored circles show the same values, but grouped by the daily total sunspot area. The correspondence between colors and ranges of total area (in millionths) is shown above the graph. *Bottom*: Graph of changes in the corresponding ratios, averaged for each month. Shades of grey correspond to the number of days in a month when umbrae were observed (averaging was performed over these days). The correspondence between the shades and the range of relative number of days (in percent) is shown above the graph

На рис. 6 вгорі показано графік зміни відношення щоденної сумарної площі тіней до площі плям протягом досліджуваного часового проміжку; кольорами додатково позначено такі самі відношення відповідно до того, у який діапазон значень потрапляє сумарна площа плям для певного дня. Це групування на кольори показує, що суттєві коливання відношення, які спостерігаються протягом 24-го та 25-го циклів і є найбільш значними в період мінімуму між ними, відповідають малим значенням сумарних площ, що було виявлено раніше (див. [15]). Бачимо, що, за винятком періоду мінімуму сонячної активності, протягом циклу відношення щоденної сумарної площі тіней до площі плям варіює навколо значення 20%. Це підтверджується графіком зміни відповідних відношень, усереднених для кожного місяця, поданим на рис. 6 внизу (під час усереднення враховували лише ті дні, коли сумарна площа тіней була ненульовою; відсоток таких днів у місяці показано різними відтінками сірого кольору). У період з кінця 2017 р. до початку 2019 р. спостерігаємо зменшення відношення щоденної сумарної площі тіней до сумарної площі плям, однак, наприклад, у березні — квітні 2019 р., а також у грудні 2019 р. та в січні 2020 р. помітне різке зростання цього параметра; це не дає підстави зробити загальний висновок про його зменшення в період мінімуму сонячної активності.

Отримане середнє відношення щоденної сумарної площі тіней до площі плям відповідає відношенню площі тіней до площі півтіней 25%. Це узгоджується, наприклад, із результатами роботи Вакеро та ін. [16], де проаналізовано фазу спадання 10-го сонячного циклу. Також наші результати потрапляють у діапазон значень цього параметра, одержаного в праці Брандта та ін. [12] на основі аналізу періоду максимуму сонячної активності в 1980 р. Отримане відношення узгоджується також із результатами роботи [11], де площі були розраховані за допомогою підходу з використанням методів машинного навчання за даними SDO/HMI для 2010–2016 рр.

Відсутність суттєвих варіацій середнього значення цього параметра зі зміною фаз сонячного циклу підтверджується результатами праць [14, 15, 17], де, однак, знайдено нижчі значення відносної площі тіней.

ВИСНОВКИ

У статті запропоновано нові методи для розрахунку площі сонячних плям. Порівняння цих методів показало, що вони дають дуже близькі результати для більшої частини видимої півсфери Сонця, тому в усіх практичних застосуваннях достатньо використовувати найпростіший і найшвидший метод визначення площі за допомогою корекційних множників.

На основі масиву даних космічного телескопа SDO розраховано щоденні сумарні площі сонячних плям для періоду від 2012 до 2023 рр., що включає максимум і фазу спадання 24-го циклу сонячної активності, а також фазу зростання 25-го циклу.

Для тестування отриманих результатів використано масив даних про активні ділянки з проєкту SolarMonitor, що показало високий рівень узгодження цих двох масивів: коефіцієнт кореляції між щоденними сумарними площами плям, розрахованими за даними SDO, і відповідними підсумованими за день площами плям з проєкту SolarMonitor дорівнює 0.91, що підтверджує надійність методів, які ми розробили.

Запропоновані методи дали змогу також розрахувати площі, які займають окремо тіні й півтіні плям у 24-му і 25-му циклах. Ми проаналізували зміни відношення сумарної площі тіней до загальної площі плям протягом вибраного проміжку часу та виявили, що частка площі, яку займає тінь, у середньому становить 20% і варіює в околі цього значення на різних фазах циклу сонячної активності, окрім мінімуму.

Для отримання коректніших значень сумарної площі сонячних плям та співвідношення між сумарними площами тіней і півтіней необхідно продетектувати на зображеннях окремі плями, що буде реалізовано в продовженні цього дослідження.

ПОДЯКИ

Автори висловлюють щиру вдячність усім Героям, які зі зброєю в руках захищають свободу, незалежність та територіальну цілісність нашої держави, усім тим, завдяки відвазі, мужності та самопожертві яких українські вчені можуть продовжувати займатися науковими дослідженнями.

Додаток А: Розрахунок інтеґрала для визначення площі

Інтеґрал за змінною y у рівнянні (1) є табличним, тому отримуємо такий вираз:

$$S = \int\limits_{x_i}^{x_{i+1}} \left(\arcsin \frac{y_{j+1}}{\sqrt{1-x^2}} - \arcsin \frac{y_j}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$$

Знайдімо невизначений інтеґрал (позначмо його як I), який відповідає кожному з доданків у підінтеґральному виразі. Використаймо інтеґрування частинами:

$$I = \int \arcsin \frac{y}{\sqrt{1-x^2}}\, dx = x \arcsin \frac{y}{\sqrt{1-x^2}} - y \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2-y^2}} \frac{x^2\, dx}{1-x^2}.$$

Використавши тригонометричну підстановку $x = \sqrt{1-y^2}\sin\varphi$, отримаємо

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2-y^2}} \frac{x^2\,dx}{1-x^2} = -\varphi + \int \frac{d\varphi}{1-(1-y^2)\sin^2\varphi}.$$

Для знаходження інтеґрала за змінною φ зробімо ще одну підстановку:

$$u = \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} \operatorname{ctg}\varphi.$$

Тоді матимемо

$$\int \frac{d\varphi}{1-(1-y^2)\sin^2\varphi} = -\frac{1}{\sqrt{1-y^2}} \int \frac{du}{u^2 + \frac{y^2}{1-y^2}}.$$

Отриманий інтеґрал є табличним, тому

$$\int \frac{du}{u^2 + \frac{y^2}{1-y^2}} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{y} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-y^2}u}{y} + C.$$

Зробімо зворотні підстановки й прийдемо до остаточного виразу для невизначеного інтеґрала:

$$I = \int \arcsin \frac{y}{\sqrt{1-x^2}} dx = x \arcsin \frac{y}{\sqrt{1-x^2}} + y \arcsin \frac{x}{\sqrt{1-y^2}} + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-x^2-y^2}}{xy} + C.$$

Отже, площу S можна виразити як

$$S = I(x_{i+1}, y_{j+1}) - I(x_i, y_{j+1}) - I(x_{i+1}, y_j) + I(x_i, y_j).$$

[1] J. M. Vaquero, Adv. Space Res. **40**, 929 (2007); https://doi.org/10.1016/j.asr.2007.01.087.

[2] L. Győri, T. Baranyi, G. Csepura, O. Gerlei, A. Ludmány, Publ. Debrecen Heliophys. Observ. Heliogr. Ser. No. 11 (1998).

[3] T. Baranyi, L. Győri, A. Ludmány, H. E. Coffey, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **323**, 223 (2001); https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.2001.04195.x.

[4] L. Balmaceda, S. K. Solanki, N. Krivova, Mem. Soc. Astron. Ital. **76**, 929 (2005).

[5] L. Győri, T. Baranyi, J. Muraközy, A. Ludmány, Mem. Soc. Astron. Ital. **76**, 985 (2005).

[6] T. Pettauer, P. N. Brandt, Solar Phys. **175**, 197 (1997); https://doi.org/10.1023/A:1004903201224.

[7] L. Győri, Solar Phys. **180**, 109 (1998); https://doi.org/10.1023/A:1005081621268.

[8] M. Steinegger, M. Vázquez, J. A. Bonet, P. N. Brandt, Astrophys. J. **461**, 478 (1996); https://doi.org/10.1086/177075.

[9] C. C. Fonte, J. Fernandes, Solar Phys. **260**, 21 (2009); https://doi.org/10.1007/s11207-009-9436-4.

[10] H. Çakmak, Exp. Astron. **37**, 539 (2014); https://doi.org/10.1007/s10686-014-9381-6.

[11] Y. Yang *et al.*, Publ. Astron. Soc. Pac. **130**, 104503 (2018); https://doi.org/10.1088/1538-3873/aadbfa.

[12] P. N. Brandt, W. Schmidt, M. Steinegger, Solar Phys. **129**, 191 (1990); https://doi.org/10.1007/BF00154373.

[13] S. Zharkov, V. V. Zharkova, S. S. Ipson, Solar Phys. **228**, 377 (2005); https://doi.org/10.1007/s11207-005-5005-7.

[14] P. Chowdhury *et al.*, Solar Phys. **299**, 19 (2024); https://doi.org/10.1007/s11207-024-02263-5.

[15] D. H. Hathaway, Solar Phys. **286**, 347 (2013); https://doi.org/10.1007/s11207-013-0291-y.

[16] J. M. Vaquero, A. Gordillo, M. C. Gallego, F. Sánchez-Bajo, J. A. García, The Observatory **125**, 152 (2005).

[17] B. K. Jha, S. Mandal, D. Banerjee, Solar Phys. **294**, 72 (2019); https://doi.org/10.1007/s11207-019-1462-2.

DETERMINING SUNSPOT AREA THROUGH VISIBLE RANGE OBSERVATIONS. I. DESCRIPTION OF ALGORITHMS AND THEIR TESTING

A. I. Prysiazhnyi, I. Ya. Pidstryhach, O. A. Baran
Astronomical Observatory of Ivan Franko National University of Lviv,
8, Kyrylo & Mefodiy St., Lviv, UA–79005, Ukraine

We propose three methods for calculating the areas of specific structures in the solar atmosphere, which are observed in images obtained within the visible spectral range. These methods allow us to calculate the area of each pixel within the selected region of the image by using correction factors, approximating with the area of two triangles, and through integration. Comparing these methods revealed their close correspondence for the most of the visible hemisphere of the Sun. The correction factors method is the simplest and quickest, so it is sufficient for all practical applications.

The sunspot area was calculated based on a set of images from the Solar Dynamics Observatory (SDO) archive — flattened images of the Sun's white-light intensity pictured by HMI instrument. All calculations were performed both for the daily total area of the sunspots observed on the visible hemisphere of the Sun at a particular time and separately for their umbrae and penumbrae. The intensity thresholds for the umbra-penumbra and penumbra-photosphere transitions were determined relative to the average intensity of the quiet photosphere.

We tracked the changes in sunspot area from 2012 to 2023, i. e. the period from the peak of solar activity cycle 24 to the approaching maximum of cycle 25, currently in progress. We compared our results with the data from the SolarMonitor project and found a strong correlation between these datasets (Pearson correlation coefficient is 0.91).

We analyzed how the ratio of umbra area to the total sunspot area evolves across different phases of the solar cycle. We found that the average value of this parameter remains constant at 20% with no significant variations, except during the minimum phase.

Key words: sunspots, umbrae, penumbrae, phases of solar cycle.