ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ *VISNYK LVIV UNIV.*
Серія фіз. 2010. Вип. 45. С. 126–134 *Ser. Physics. 2010. Is. 45. P. 126–134*

УДК 550.34.01

МОДЕЛЮВАННЯ ХВИЛЬОВОГО ПОЛЯ ДЛЯ СКЛАДНИХ СЕЙСМІЧНИХ РОЗРІЗІВ

Б. Купльовський

Інститут геофізики НАН України
вул. Ярославенка, 27, Львів
e-mail: Bohdan_Kuplyovsky@yahoo.com

Розроблений метод моделювання хвильового поля для складно-побудованих сейсмічних розрізів. Вивчено коливання у півпросторі як ансамблі взаємопов'язаних найменших елементів. Розв'язано двовимірну пряму динамічну задачу сейсміки на основі методу скінченних елементів (МСЕ). Описаний алгоритм МСЕ розв'язку задачі про поширення сейсмічних хвиль для елементів трикутної форми малої товщини. Подано приклади моделювання хвильових полів для неоднорідного півпростору.

Ключові слова: моделювання хвильового поля, пряма двовимірна динамічна задача сейсміки, метод скінченних елементів.

Сучасні методи вивчення будови земної кори на основі розв'язання задач сейсморозвідки можуть бути умовно розділені на кінематичні, в яких використовують часи вступу сейсмічних хвиль, і динамічні, де додатково оцінюють амплітуди і фази хвильових полів. Динамічні методи дослідження хвильового поля у сейсморозвідці оперують головно P-хвилями, що поширюються у півпросторі. При цьому методи обробки та інтерпретації хвильових полів не дають змогу враховувати можливість виникнення обмінних S-хвиль у суттєво неоднорідних структурах, або ж вважають S-хвилі такими, що загашуються до рівня шумів у разі обробки сейсмічних коливань і ніяк не впливають на інтерпретацію хвильових полів у сейсмічному розрізі. Вважається, що окремі частини півпростору коливаються незалежно (променевий, скінченно-різницевий методи). На цій підставі не враховуються ефекти фокусування та перекачування енергії хвильового поля окремими неоднорідними малими і часто крупними частинами сейсмо-геологічного розрізу. Такі підходи спричинюють помилки в геологічній інтерпретації та неадекватному трактуванні ефектів сейсмічних пасток досліджуваних, зокрема, на нафту і газ.

Опишемо підхід моделювання хвильового поля методом скінченних елементів для земної кори. Перевагою методу є можливість вивчати поля переміщень, їх зміну в часі для широкого класу неоднорідностей, що рухаються як взаємозв'язані частинки у вертикально- і горизонтально-неоднорідному півпросторі.

Розглянемо задачу моделювання поля переміщень у межах лінійної теорії пружності за наявності поперечних неоднорідностей в масиві гірських порід, на який діють зовнішні сили, прикладені у певних точках і областях півпростору, і переміщення,

© Купльовський Б., 2010

що відповідають наперед заданим змінам стану геологічного середовища. Розглядаємо вертикальний переріз середовища по площині XOZ, де вісь OZ спрямована вглиб, а OX співпадає з денною поверхнею середовища. Модель вважається однорідною вздовж осі OY (розглядається досить тонка пластина), що є прийнятним для основних сейсмічних і деформографічних досліджень сейсмо-геологічних розрізів.

Постановка задачі динаміки моделювання хвильового поля. Одним з підходів МСЕ до розв'язання задачі про поширення коливань і вивчення напружено-деформованого стану є застосування варіаційного підходу [1, 2]. Метод полягає у визначенні поля переміщень шляхом мінімізації виразу для потенціальної енергії П розгляненого середовища. З одержаних значень переміщень визначаються компоненти тензорів деформацій і напружень для середовища. Принцип мінімуму потенціальної енергії, що використовується за такого підходу, формулюється так: серед усіх допустимих переміщень стаціонарному значенню потенціальної енергії відповідають лише ті значення, що задовольняють умови рівноваги для тіла з об'ємом V та поверхнею S:

$$\delta\Pi = \delta\Lambda - \delta W = 0\,, \tag{1}$$

де

$$\Lambda = \frac{1}{2}\int_V \varepsilon^{\mathrm{T}}\sigma d\mathrm{v} \tag{2}$$

– енергія деформації системи, ε, σ – тензори деформацій і напружень; W – енергія зовнішніх сил, яка складається із суми енергій концентрованих у вузлах сил, поверхневих сил і об'ємних сил.

Суть МСЕ полягає в апроксимації фізичних величин параметрів середовища кусково-неперервними функціями на скінченій кількості підобластей-елементів. Цими функціями можуть бути поліноми, що визначаються для кожного елемента, зокрема, і підбирають їх так, щоб зберігалась неперервність апроксимованої ними величини на елементі і в разі переходу її через межу елемента. Можна підбирати функції і з умовою неперервності не тільки самої шуканої величини, але й її похідної. Порядок полінома залежить від форми елемента, кількості вузлів в елементі. Тому ці функції часто називають функціями форми. Неперервні значення вектора переміщень **u** апроксимуються дискретною моделлю, що залежить від класу дискретно-неперервних функцій, визначених на скінченному числі елементів. Як дискретно-неперервні функції використовуються лінійні поліноми, що забезпечують неперервність апроксимованих величин на границях елементів.

Лінійна апроксимація компонент переміщення $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u & v & w \end{pmatrix}^T$ на скінченному елементі в матричному записі має вигляд

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}^{(\mathbf{e})}\mathbf{U}\,, \tag{3}$$

де $\mathbf{U} = (\mathrm{u}_{3i-2},\ \mathrm{u}_{3i-1},\ \mathrm{u}_{3i},\ \ \mathrm{u}_{3j-2},\ \mathrm{u}_{3j-1},\ \mathrm{u}_{3j},\ \ \mathrm{u}_{3k-2},\ \mathrm{u}_{3k-1},\ \mathrm{u}_{3k})^T$ – вектор переміщення; i, j, k – вершини елемента,

$\mathbf{N}^{(\mathbf{e})} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 & N_j & 0 & 0 & N_k & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 & 0 & N_j & 0 & 0 & N_k & 0 \end{bmatrix}$ – матриця функцій форми, яка встановлює зв'язок між переміщеннями у вершинах елемента і в тілі модельованого розрізу [1].

Залежність між деформаціями і переміщеннями для елемента (е) можна записати в матричній формі

$$\varepsilon = \mathbf{B}^{(\mathbf{e})}\mathbf{U}\,, \tag{4}$$

де $\mathbf{B^{(e)}}$ – диференціальний оператор. Закон Гука має вигляд

$$\sigma = \mathbf{D^{(e)}}\varepsilon\,, \tag{5}$$

де $\mathbf{D^{(e)}}$ – матриця пружних характеристик елемента (е).

Для виконання залежності (1), записуються вирази для енергії деформації кожного елемента об'єму $V^{(e)}$ з урахуванням виразів (3)–(5)

$$\Lambda^{(e)} = \frac{1}{2}\int_V \varepsilon^T \sigma\, dv = \frac{1}{2}\int_V \mathbf{U}^T \mathbf{B}^{(\mathbf{e})T} \mathbf{D}^{(\mathbf{e})} \mathbf{B}^{(\mathbf{e})} \mathbf{U}\, dv\,,$$

для роботи зовнішніх чинників

$$W = W_B + W_P + W_C = \int_{V^{(e)}} \mathbf{U}^T \mathbf{N}^{(\mathbf{e})T} \mathbf{F}\, dv + \int_{S^{(e)}} \mathbf{U}^T \mathbf{N}^{(\mathbf{e})T} \mathbf{P_2}\, ds + \mathbf{U}^T \mathbf{P_1}\,,$$

де $\mathbf{F}$ – вектор об'ємних сил, $\mathbf{P_2}$ – вектор поверхневих сил і $\mathbf{P_1}$ – вектор зосереджених у вузлах сил.

Динамічні системи коливаються так, що потенційна енергія їх П прямує до мінімуму. Щоб знайти мінімум величини П, диференціюємо отриманий вираз по $\mathbf{U}$ і результат прирівняємо до нуля (згідно з правилом диференціювання матриць [2])

$$\frac{\partial\, \Pi}{\partial\, \mathbf{U}} = \sum_{e=1}^{E} \left(\int_{V^{(e)}} \mathbf{B}^{(\mathbf{e})T} \mathbf{D}^{(\mathbf{e})} \mathbf{B}^{(\mathbf{e})}\, dv\, \mathbf{U} - \int_{V^{(e)}} \mathbf{N}^{(\mathbf{e})T} \mathbf{F}\, dv - \int_{S^{(e)}} \mathbf{N}^{(\mathbf{e})T} \mathbf{P_2}\, ds \right) - \mathbf{P_1} = 0\,.$$

Згідно з [2]

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^{E} \int_{V^{(e)}} \mathbf{B}^{(e)^T} \mathbf{D}^{(e)} \mathbf{B}^{(e)}\, dv\,, \tag{6}$$

– матриця жорсткості

$$\mathbf{f} = \sum_{e=1}^{E} \mathbf{f}^{(\mathbf{e})}\,, \tag{7}$$

де $\mathbf{f}^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \mathbf{N}^{(\mathbf{e})^T} \mathbf{F}\, dv + \int_{S^{(e)}} \mathbf{N}^{(\mathbf{e})^T} \mathbf{P_2}\, ds + \mathbf{P_1}$ – сума прикладених ззовні тисків, поверхневих і точкових зусиль, вектор навантаження. У формулах (е) – номер елемента, Е – загальна кількість елементів, на які розбито модель, $V^{(e)}$, $S^{(e)}$ – об'єм і площа одного елемента.

Як наслідок отримуємо скінченну систему лінійних алгебричних рівнянь відносно $\mathbf{U}$, яка в матричному представленні має вигляд

$$\mathbf{K}\,\mathbf{U} = \mathbf{f}\,. \tag{8}$$

Система лінійних рівнянь (8) розв'язується ітераційними методами або методом Гауса [2]. Граничні умови задовольняються шляхом завдання граничних переміщень у глобальний вектор переміщень $\mathbf{U}$ з відповідною модифікацією системи (8) і заповненням глобального вектора зовнішніх сил $\mathbf{f}$.

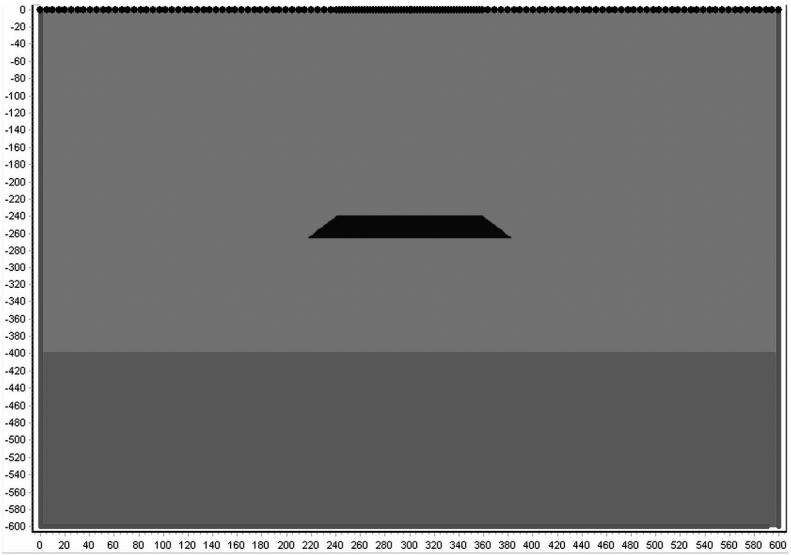

Рис. 1. Модель двошарового середовища із включенням

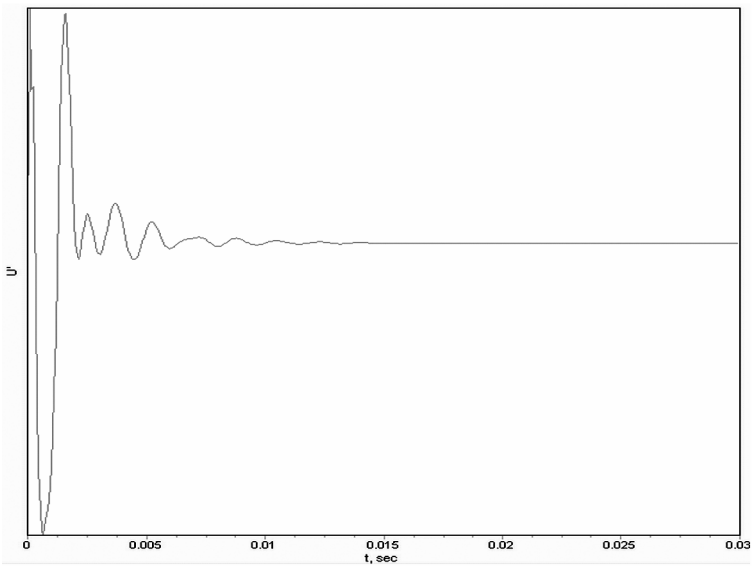

Рис. 2. Сигнал, який випромінюється у джерелі на вільній межі рис. 1

Розглядається модель, показана на рис. 1. Маємо півпростір Z>0. На цьому півпросторі задано шар завтовшки d_1=408 м, що характеризується швидкостями поздовжніх V_{P1}=2 900 і поперечних V_{S1}=1 550 м/с хвиль, щільністю ρ_1=2 300 кг/м^3.

В шарі міститься неоднорідність у вигляді трапеції з висотою z_2-z_1=24 м, довжиною більшої і меншої основи, відповідно, x_4-x_1=70 м, і x_3-x_2=23 м. Фізичні характеристики неоднорідності такі: швидкості поздовжніх (V_{P1}=3 100 м/с) і поперечних (V_{S1}=1 600 м/с) хвиль, щільність – ρ_1=2 200 кг/м^3.

Другий шар простягається на безмежність і характеризується швидкостями V_{P1}=3 400, V_{S1}=1 700 м/с, щільність ρ_1=2 100 кг/м^3. На вільній границі діє джерело, що збуджує коливання, форма яких показана на рис. 2 з амплітудою порядку 10^{11} м/с протягом 10 мс. Приймач розташовано на вільній границі. Розглянемо відбите від границь включення і від межі між шарами хвильове поле. На цій моделі проведено дослідження стійкості ітераційної схеми методу. Змінювались товщина шару, лінійні розміри включення аж до переходу його в шар певної товщини.

Завдання зведене до скінченого об’єкта. Задаються граничні умови. Для досліджуваної моделі вибирають прямокутну зону розмірами 600 на 600 м. Закріпимо вузли, що містяться на краях моделі так, щоб вузли на границях, паралельних до осі OZ, мали нульові переміщення по осі OZ, а вузли на нижній границі мали нульові переміщення по осі OX. Розміри моделі підбираються так, щоб можна було відкинути вплив границь моделі на результат.

Джерелом у цьому випадку буде вільна поверхня моделі, де моделюється плоска хвиля. Приймачі розташовані на рівних відстанях.

Для тестування пакета програм, що реалізує описаний вище алгоритм методу скінченних елементів у застосуванні до геофізичних задач, досліджено часові залежності швидкостей переміщень. Схематично моделі показано на рис. 3. Показано сім моделей, це – обмежені прямокутні області розміром 600 на 600 м, опишемо їх:

1) однорідне середовище, що характеризується швидкостями поперечних V_{S1}=1 550 і поздовжніх V_{P1}=2 900 м/с хвиль, густиною ρ_1=2 300 кг/м^3 (рис. 3, *1*);

2) трапецієподібне включення з висотою z_2-z_1=24 м, довжиною більшої і меншої основи, відповідно, x_4-x_1=70, і x_3-x_2=23 м, фізичні характеристики включення такі: швидкості поперечних (V_{S1}=1 600) і поздовжніх (V_{P1}=3 100 м/с) хвиль, густина - ρ_1=2 200 кг/м^3 на глибині 240 м в однорідному середовищі з характеристиками, ідентичними середовищу моделі 1);

3) двошарова модель, з трапецевидним включенням у першому шарі на глибині 240 м, характеристики включення такі ж, як в задачі 2 (рис. 3, *3*);

4) модель як у задачі 3 зі збільшеними розмірами включення – висотою z_2-z_1=24 м, довжиною більшої і меншої основи, відповідно, x_4-x_1=165, і x_3-x_2=118 м (рис. 3, *4*);

5) включення в задачі 4 замінено шаром такої ж товщини – 24 м і на тій же глибині 240 м;

6) товщина шару на глибині 240 м в задачі 5 збільшено удвічі.

Приймачі (точки, в яких реєструються часові залежності переміщень) були розміщені на вільній поверхні на рівній відстані (приблизно 6 м) один від одного, починаючи з крайньої точки.

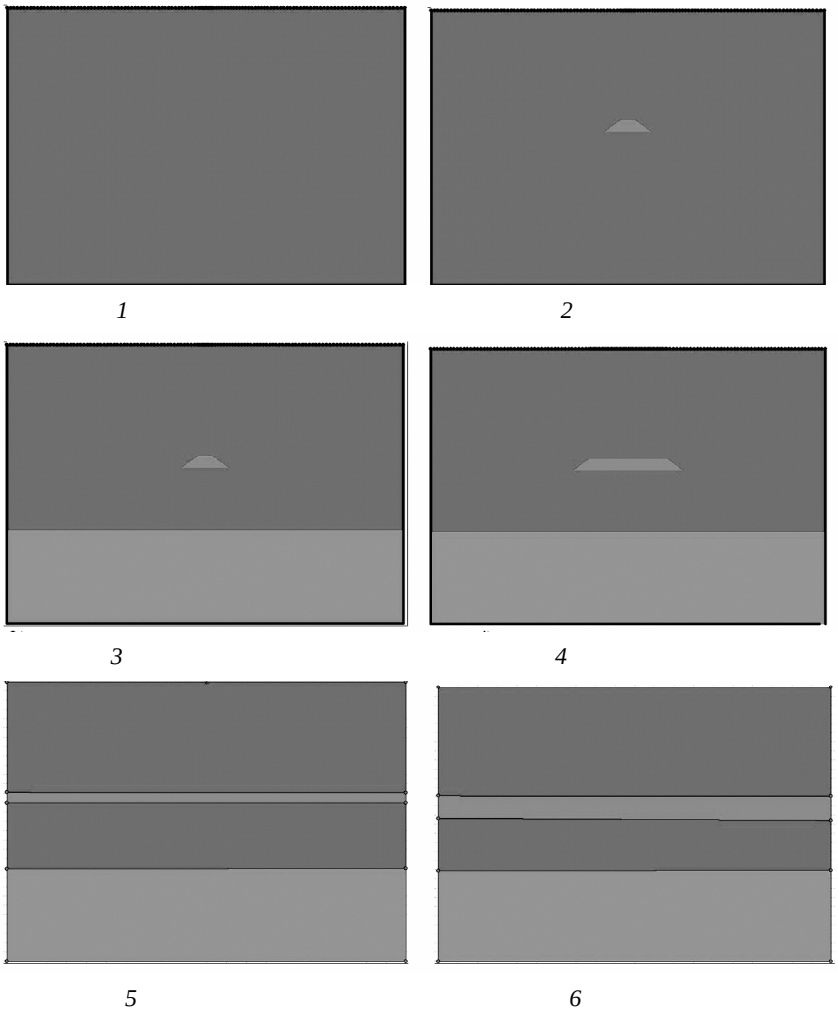

Рис. 3. Схематичні моделі тестування пакета програм методу скінченних елементів

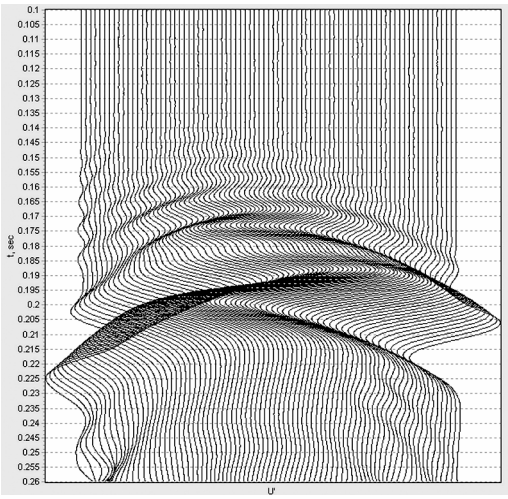

Рис. 4. Траси швидкостей переміщень для задачі 2

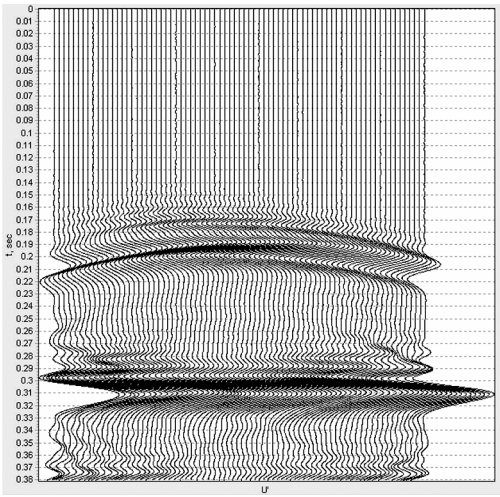

Рис. 5. Траси швидкостей переміщень для задачі 3

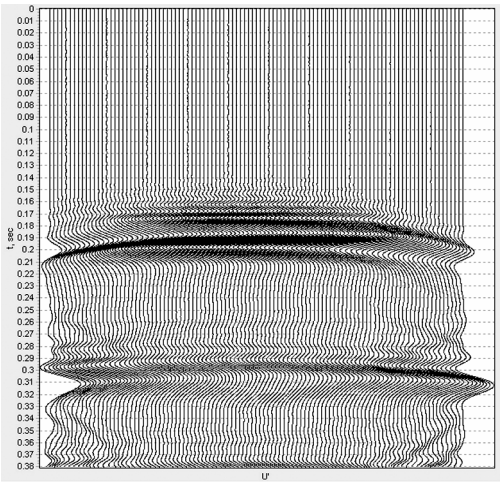

Рис. 6. Траси швидкостей переміщень для задач 4

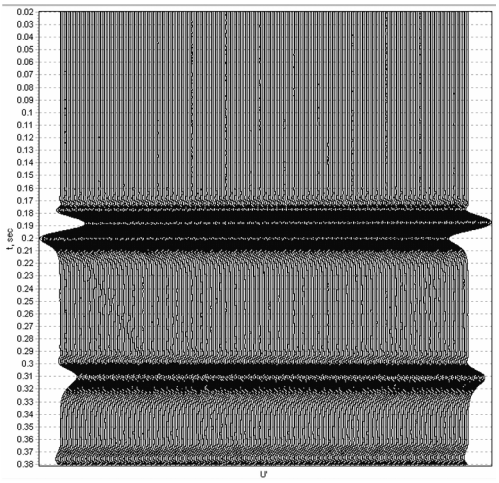

Рис. 7. Траси швидкостей переміщень для задач 5

На рис. 4–8 показано результат моделювання задач 2–6. На рис. 9 показано результати моделювання для моделі 5 з точковим джерелом.

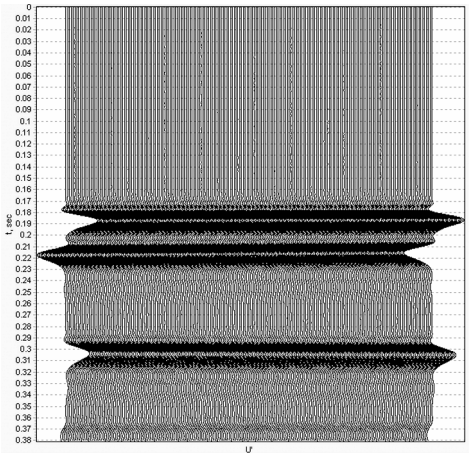

Рис. 8. Траси швидкостей переміщень для задач 6

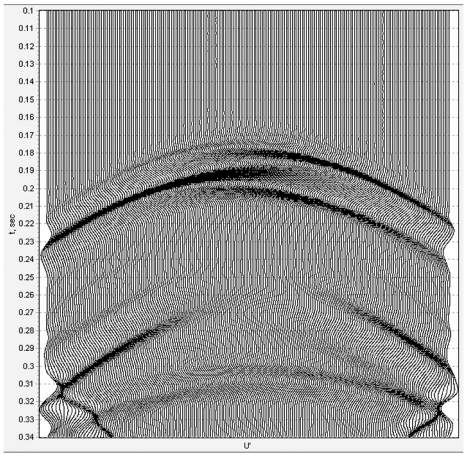

Рис. 9. Траси швидкостей переміщень для задач 5 випромінювач точкове джерело

Цей числовий експеримент підтверджує дієздатність пакета розроблених програм. Розрахунки засвідчують, що комплекс є чутливим до невеликих змін в будові середовища, забезпечує відповідні часи вступів відбитих хвиль, дає змогу проаналізувати будову середовища.

Розроблені програмно-методичні засоби моделювання хвильових полів дають змогу оцінити вплив тонких деталей будови об’єкта на хвильові поля, спрогнозувати, амплітуди коливань для поздовжніх і поперечних хвиль. Програмний інтерфейс розв’язку прямої динамічної задачі сейсміки для двовимірного неоднорідного півпростору в комплексі з пакетом програм розрахунку хвильового поля методом скінченних елементів для двовимірного середовища дає змогу моделювати хвильові поля для розв’язання задач сейсморозвідки (метод спільної глибинної точки, вертикального сейсмічного профілювання, спектрального аналізу та ін.). Програмний інтерфейс є зручним інструментом у вивченні впливу на хвильове поле фізичних параметрів сейсмогеологічного розрізу, зокрема, швидкостей і коефіцієнтів загасання поздовжніх та поперечних хвиль, щільності середовища. Розроблений інтерфейс дає змогу вивчати ефекти хвильового поля при зміні параметрів розрізу на нафтогазових об’єктах.

---

1. *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд. – М. : Мир, 1979. – С. 341–352.
2. *Bathe K.-J.* Finite element procedures in engineering analysis / K.-J. Bathe. – Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1983. – 738 p.

DESIGN OF WAVE PAUL FOR COMPLICATED ARRANGED SEISMIC CUTS

B. Kuplyovskyi

Ukrainian National Academy of Sciences
Jaroslavenko Str., 27, UA–79000 Lviv Ukraine
e-mail: Bohdan_Kuplyovsky@yahoo.com

Developed method of design of the wave field for complicated arranged seismic cuts. Vibrations in half-space are studied, as ensembles of the associate least elements. Solved two-dimensional direct dynamic task of seysmici on the basis of method of the finite elements (FEM). The algorithm of the FEM decision of task about distribution of seismic waves for elements, three-cornered form of small thickness is described. Presented attach the design of the wave fields for heterogeneous half-space.

Key words: design of the wave field, direct two-dimensional dynamic task of seysmici, finite elements method.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВОГО ПОЛЯ ДЛЯ СЛОЖНЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ РАЗРЕЗОВ

Б. Купльовский

Институт геофизики НАН Украины
ул. Ярославенка, 27, Львов
e-mail: Bohdan_Kuplyovsky@yahoo.com

Разработан метод моделирования волнового поля для сложных сейсмических разрезов. Изучаются колебания в полупространстве, как ансамбли взаимосвязанных наименьших элементов. Решена двумерная прямая динамическая задача сейсмики на основе метода конечных элементов (МКЭ). Описан алгоритм МКЭ решения задачи о распространении сейсмических волн для элементов треугольной формы малой толщины. Представленные примеры моделирования волновых полей для неоднородного полупространства.

Ключевые слова: моделирование волнового поля, прямая двумерная динамическая задача сейсмики, метод конечных элементов.

Стаття надійшла до редколегії 17.11.2009
Прийнята до друку 07.06.2010