

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра вищої математики

Затверджено

На засіданні кафедри вищої математики
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 27 серпня 2025 р.)

Завідувач кафедри



Андрій ГАТАЛЕВИЧ

Силабус

з навчальної дисципліни «Аналітична геометрія»,
що викладається в межах
ОПП «Астрофізика та фізика космосу»
ОПП «Експериментальна та теоретична фізика»
ОПП «Фізика та моделювання»
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
для здобувачів зі спеціальності Е5 Фізика та астрономія

Назва дисципліни	Аналітична геометрія
Адреса викладання дисципліни	Корпус ЛНУ ім. І. Франка, м. Львів, вул. Кирила і Мефодія, 8
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра вищої математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань — Е Природничі науки, математика та статистика Спеціальність – Е5 Фізика та астрономія
Викладачі дисципліни	Стахів Людмила Леонідівна, доцент кафедри вищої математики
Контактна інформація викладачів	andriy.gatalevych@lnu.edu.ua ; Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 370. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з дисципліни відбуваються	Консультації в день проведення лекцій та практичних занять (за попередньою домовленістю). Можливі також он-лайн консультації через електронну пошту або он-лайн засобами Microsoft Teams, Telegram, Viber
Сторінка курсу	https://physics.lnu.edu.ua/course/analitichna-heometriya-fizyka
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Аналітична геометрія» є нормативною дисципліною для підготовки бакалавра за спеціальністю Е5 Фізика та астрономія, яка викладається в I семестрі в обсязі 3,5 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	«Аналітична геометрія» разом з курсом «Математичного аналізу» закладають основу математичної та інженерної освіти спеціаліста, сприяють розвитку логічного мислення, забезпечують становлення кваліфікованого творчого фахівця. Дисципліна є важливою при підготовці спеціалістів з прикладної фізики та наноматеріалів, зокрема тому, що тісно пов'язана з фаховими дисциплінами і допомагає зрозуміти складні явища математичної, фізичної, інформаційної природи. Навчальна дисципліна дає навички опису складних фізичних процесів за допомогою математичного апарату лінійної алгебри та аналітичної геометрії. При проходженні даної дисципліни, студенти познайомляться з основами елементів лінійної алгебри, векторної алгебри та аналітичної геометрії. На практичних заняттях опанують методи розв'язання основних задач з усіх розділів
Мета та цілі дисципліни	Мета вивчення навчальної дисципліни: оволодіння математичним апаратом лінійної алгебри та аналітичної геометрії, який повинен бути достатнім для опрацювання математичних моделей фізичних процесів, засвоєння студентами базисних понять та методів дослідження, пов'язаних з подальшою практичною діяльністю фахівця. Завдання: навчити студентів використовувати методи матричного числення, векторного аналізу, аналітичної геометрії і лінійної алгебри для подальшого застосування цих знань та умінь при вивченні фахових дисциплін
Література для вивчення дисципліни	1. Зеліско В.Р., Зеліско Г.В. Основи лінійної алгебри і аналітичної геометрії. – Львів: Львівський національний університет імені Івана Франка, 2011. – 326 с. 2. Ковальчук Б.В., Дідик В.З., Верба І.І., Тріщ Б.М. Аналітична геометрія й основи лінійної алгебри. Київ. НМК ВО. 1993. 3. Гаталевич А.І., Стахів Л.Л. Методичні вказівки та індивідуальні завдання до курсу „Аналітична геометрія і лінійна алгебра” для студентів факультету електроніки та фізичного факультету. Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2006. – 102 с. 4. Зеліско В.Р., Зеліско Г.В. Лінійна алгебра і аналітична геометрія. Практикум. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2014. – 374 с.

	<p>5. Бабенко В.В., Зіневич А.Г., Кічура С.М., Тріщ Б.М., Цаповська Ж.Я. Збірник задач з вищої математики. - Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2005. 255 с.</p> <p>6. Зеліско Г. В. Стахів Л.Л. „Аналітична геометрія в прикладах та задачах” для студентів фізичного факультету – Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2016. – 79 с.</p> <p>7. Тріщ Б.М. Аналітична геометрія і лінійна алгебра. Курс лекцій. – Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2004. 243 с.</p> <p>8. Гаталевич А.І., Стахів Л.Л. Методичні рекомендації та індивідуальні завдання до курсу «Аналітична геометрія і вища алгебра». Частина 2. Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2014. – 71 с.</p> <p>9. Мильо О.Я., Стахів Л.Л. Методичні розробки до курсу «Вища математика» для студентів напряму «Освіта» фізичного факультету. Частина 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія – Львів : Львівський національний університет імені Івана Франка, 2023. – 155 с.</p>
Тривалість дисципліни	один семестр
Обсяг дисципліни	105 год, з яких 48 год аудиторних занять, з них 16 год лекцій та 32 год. практичних занять та 57 год. самостійної роботи
Очікувані результати навчання	<p>Курс формує такі загальні (ЗК) та спеціальні компетентності (СП):</p> <p>Загальні компетентності:</p> <p>ЗК 1. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.</p> <p>ЗК 3. Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово.</p> <p>ЗК 5. Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій.</p> <p>ЗК 6. Здатність до проведення досліджень на відповідному рівні.</p> <p>ЗК 7. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.</p> <p>ЗК 9. Здатність працювати автономно.</p> <p>Спеціальні компетентності:</p> <p>СК 1. Здатність брати участь у плануванні та виконанні наукових та науково-технічних проектів.</p> <p>СК 7. Здатність використовувати методи і засоби теоретичного дослідження та математичного моделювання в професійній діяльності.</p> <p>СК 11. Здатність моделювати фізичні системи та процеси.</p> <p>Програмні результати навчання (ПРН), на досягнення яких спрямоване вивчення курсу:</p> <p>ПРН 02. Застосовувати сучасні математичні методи для побудови й аналізу математичних моделей фізичних процесів.</p> <p>ПРН 04. Застосовувати фізичні, математичні та комп'ютерні моделі для дослідження фізичних явищ, розробки приладів і наукоємних технологій.</p> <p>ПРН 06. Відшуковувати необхідну науково-технічну інформацію в науковій літературі, електронних базах, інших джерелах, оцінювати надійність та релевантність інформації.</p> <p>ПРН 07. Класифікувати, аналізувати та інтерпретувати науково технічну інформацію в галузі прикладної фізики</p> <p>ПРН 8. Вільно спілкуватися з професійних питань державною та англійською мовами усно та письмово.</p> <p>ПРН 10. Планувати й організовувати результативну професійну діяльність індивідуально і як член команди при розробці та реалізації наукових і прикладних проектів.</p> <p>ПРН 16. Вміти формалізувати фізичні задачі для реалізації комп'ютерного експерименту.</p>
Ключові слова	Матриці, визначники, системи лінійних рівнянь, вектори, пряма та площина, криві та поверхні,

Формат дисципліни	очний
Теми	Наведено у табл. 1
Підсумковий контроль, форма	Екзамен у кінці семестру
Пререквізити	Знання шкільного курсу алгебри та геометрії
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Лекції, презентації, розповіді, пояснення, дискусія, тестування, усне і письмове опитування, письмове виконання завдань для індивідуальної самостійної роботи
Необхідне обладнання	Персональний комп'ютер, загальнонавчальні комп'ютерні програми і операційні системи, проектор
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за таким співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> – робота на практичних заняттях: максимальна кількість — 50 балів; 50% семестрової оцінки; – екзамен: максимальна кількість — 50 балів; 50% семестрової оцінки; <p>Кількість рейтингових екзаменаційних балів дорівнює величині відсотка (від максимального балу 50) виконання екзаменаційної роботи.</p> <p>Оцінка за роботу на практичних заняттях включає в себе :</p> <ul style="list-style-type: none"> - контрольні заміри (модульні контрольні роботи): максимальна кількість — 30 балів; 30% семестрової оцінки. Модульні контрольні роботи — дві контрольні роботи по 10 балів і колоквіум (тестове опитування лекційного матеріалу) 10 балів. Кожна контрольна робота складається з 5 задач по 2 бали. Колоквіум оцінюється прямо пропорційно до кількості правильних відповідей на тестові запитання. - 4 індивідуальні самостійні роботи — 8 балів; 8% семестрової оцінки (4 роботи по 2 бали); - опитування на практичних заняттях 12 балів, 12% семестрової оцінки (передбачено 16 занять, на одному занятті максимально студент може отримати 1 бал. 0 – відмова від відповіді, незнання необхідного теоретичного матеріалу; 0,5 бала – поверхнєве знання теоретичного матеріалу, розв'язування задачі за допомогою викладача; 1 бал – добре знання теоретичного матеріалу, вміння його застосовувати, майже самостійне розв'язування задачі) <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p>

	<p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані за екзамен, модульні контрольні роботи, колоквиум, самостійні індивідуальні роботи та бали за роботу на практичних заняттях. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p>
<p>Питання до екзамену</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Поняття матриці. 2. Дії над матрицями. Означення суми двох матриць. Властивості суми. 3. Добуток матриці на число. Означення. Властивості. 4. Множення матриць. Означення добутку двох квадратних матриць однакового порядку. 5. Множення прямокутних матриць. Які прямокутні матриці можна перемножувати? Яку матрицю одержимо в результаті? 6. Властивості добутку матриць. 7. Поняття мінора матриці. 9. Означення оберненої матриці. Умова існування оберненої матриці та її єдиність. 10. Знаходження оберненої матриці за допомогою алгебраїчних доповнень. 11. Розв'язування матричних рівнянь. Розв'язування систем лінійних рівнянь матричним способом. 12. Знаходження оберненої матриці за допомогою елементарних перетворень рядків. 2. Визначники другого, третього та n – го порядку, їх властивості. 1. Перестановки. 2. Інверсії, парність і непарність перестановки. 3. Аналіз будови визначників другого і третього порядків. 4. Означення визначника n – го порядку. 5. Властивості визначника n – го порядку. 6. Способи обчислення визначників. 7. Властивості визначників другого порядку. 8. Поняття визначника третього порядку. 9. Розклад визначника третього порядку за елементами рядка чи стовпця. 3. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом послідовного виключення невідомих. 1. Основні поняття. Система двох лінійних рівнянь з двома невідомими. Розв'язок системи. Сумісна і несумісна системи. 2. Система m лінійних рівнянь з n невідомими. Рівносильні системи. 3. Елементарні перетворення систем лінійних рівнянь. 4. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом послідовного виключення невідомих. 5. Правило Крамера. 8 4. Векторні простори та їх підпростори. 1. Означення векторного простору. Приклади. 2. Деякі властивості векторного простору, які випливають з аксіом векторного простору. 3. Лінійна залежність векторів: означення лінійної залежності, лінійної незалежності векторів, властивості. 4. Розмірність базис векторного простору. 5. Зв'язок між розмірністю і базисом векторного простору. 6. Розклад вектора за базисними векторами. Координати вектора. Дії над векторами в координатній формі. 7. Зв'язок між базисами. Матриця переходу від одного базису до іншого. 8. Зв'язок між координатами вектора в різних базисах. 9. Означення підпростору. Критерії підпростору. 10. Перетин двох підпросторів. Сума двох підпросторів. 11. Зв'язок між розмірностями суми двох підпросторів і їх перетину. 5. Критерій сумісності системи лінійних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь. 1. Основні поняття. Поняття рангу матриці. Знаходження рангу матриці за допомогою елементарних перетворень рядків матриці. 2. Критерій сумісності системи лінійних рівнянь. Критерій визначеності. 3. Однорідна система лінійних рівнянь. 4. Властивості розв'язків однорідної системи рівнянь. 5. Фундаментальна система розв'язків О.С.Л.Р. 6. Загальний розв'язок О.С.Л. Р. 7. Зв'язок між розв'язками неоднорідної і відповідної їй

однорідної системи рівнянь. 8. Розв'язки неоднорідної та відповідної однорідної системи лінійних рівнянь. Підпростір розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь.

6. Поняття вектора. Колінеарність і компланарність векторів. Лінійні операції над векторами. 1. Поняття напрямку. Напрявлені відрізки. 2. Поняття вектора. Співнапрявлені і протилежно спрявлені вектори. 3. Довжина вектора. Рівність векторів. 4. Додавання векторів. Властивості додавання. 5. Віднімання векторів. Властивості різниці векторів. 6. Множення вектора на число. Властивості добутку вектора на число. 7. Лема про колінеарні вектори. Поняття векторного простору.
7. Лінійна залежність векторів. Властивості. Базис простору. Координати вектора в даному базисі. 1. Поняття лінійної комбінації векторів. 2. Означення та властивості лінійної залежності векторів. 3. Означення лінійної незалежності векторів. 4. Умова колінеарності двох та компланарності трьох векторів. 5. Теорема про лінійну залежність будь-яких чотирьох векторів простору. 6. Поняття базису простору. Ортонормований базис. 7. Теорема про розклад вектора за базисними векторами. 8. Поняття координат вектора в даному базисі. 9. Координати суми векторів і добутку вектора на число. 10. Умова колінеарності двох векторів в координатах. 11. Умова компланарності трьох векторів в координатах.
8. Скалярний, векторний і мішаний добутки векторів. 1. Скалярний добуток двох векторів і його властивості. Вираз скалярного добутку векторів через координати. 1.1. Проектування на пряму, площину, на вісь. Теорема про проекції векторів. 1.2. Ортогональна проекція вектора на вісь. 1.3. Задачі, які приводять до поняття скалярного добутку. 1.4. Означення скалярного добутку. Означення скалярного добутку векторів через ортогональну проекцію. 1.5. Алгебраїчні властивості скалярного добутку. 1.6. Геометричні властивості скалярного добутку: а) умова перпендикулярності векторів; б) задачі, які розв'язуються за допомогою скалярного добутку. 1.7. Вираз скалярного добутку векторів через їх координати. 2. Векторний добуток векторів і його властивості. Мішаний добуток трьох векторів. 2.1. Орієнтація репера. 2.2. Задачі, які приводять до векторного добутку. 2.3. Означення векторного добутку. 2.4. Алгебраїчні властивості векторного добутку. 2.5. Геометричні властивості векторного добутку. 2.6. Вираз векторного добутку векторів через їх координати. 3. Мішаний добуток векторів. 3.1. Означення мішаного добутку трьох векторів. 3.2. Геометричний зміст мішаного добутку. 3.3. Вираз мішаного добутку векторів через їх координати.
9. Різні системи координат на площині. 1. Афінна система координат на площині. 2. Координати точки. 3. Основні задачі в афінній системі координат: а) координати вектора через координати його початку і кінця; б) поділ відрізка в даному відношенні. 4. Прямокутна декартова система координат та основні задачі в прямокутній системі координат: а) відстань між двома точками; б) площа трикутника. 5. Полярна система координат. Різні види полярних координат. 6. Зв'язок між прямокутними і полярними координатами. 7. Перетворення афінних систем координат. 8. Перетворення прямокутних систем координат: а) постановка задачі; б) перетворення координат при перенесенні початку; в) перетворення координат при повороті осей. 9. Дві основні задачі аналітичної геометрії.
10. Пряма на площині. 1. Напрямний вектор прямої. 2. Різні способи задання прямої: а) канонічне рівняння; б) параметричні рівняння; в) пряма задана двома точками; г) пряма "у відрізках" на осях; д) загальне рівняння прямої; е) рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. 3. Розміщення

	<p>прямої відносно системи координат. 4. Взаємне розміщення двох прямих на площині. 5. Пучок прямих. 6. Нормальний вектор прямої. 7. Пряма задана точкою і нормальним вектором. 8. Геометричний зміст коефіцієнтів при змінних в загальному рівнянні прямої. 9. Нормальне рівняння прямої. 10. Віддаль від точки до прямої. 11. Кут між двома прямими. 12. Умова перпендикулярності двох прямих.</p> <p>11. Лінії другого порядку на площині. Еліпс. Гіпербола. Парабола. 1. Еліпс. 1.1. Означення еліпса. 1.2. Виведення канонічного рівняння. 1.3. Властивості еліпса. 1.4. Форма еліпса. 2. Гіпербола. 2.1. Означення гіперболи. 2.2. Виведення канонічного рівняння. 2.3. Властивості гіперболи. 2.4. Асимптоти гіперболи. 2.5. Форма гіперболи. 3. Парабола. 3.1. Означення параболи. 3.2. Виведення канонічного рівняння. 3.3. Властивості параболи. 3.4. Форма параболи. 4. Оптичні властивості ліній другого порядку. 5. Лінії другого порядку в полярних координатах.</p> <p>12. Аналітична геометрія в просторі. Метод координат в просторі. 1. Афінна і прямокутна декартова системи координат в просторі. Координати точки в просторі. 2. Основні задачі в афінній та прямокутній декартовій системах координат. 3. Геометричний зміст рівнянь і нерівностей в просторі.</p> <p>13. Площина в просторі. Різні способи її задання. 1. Напрямний вектор площини. 2. Канонічне рівняння площини. 3. Загальна рівняння площини. 4. Рівняння площини "у відрізках". 5. Розміщення площини відносно системи координат. 6. Взаємне розміщення двох площин. 7. Нормальний вектор площини. 8. Геометричний зміст коефіцієнтів при змінних в загальному рівнянні площини. 9. Рівняння площини, заданої точкою і нормальним вектором. 10. Нормальне рівняння площини. 11. Віддаль від точки до площини. 12. Кут між площинами. 13. Умова перпендикулярності двох площин.</p> <p>14. Пряма в просторі. Взаємне розміщення прямої і площини. 1. Напрямний вектор прямої. 2. Способи задання прямої в просторі: а) точкою і напрямним вектором; б) двома точками; в) перетином двох площин. 3. Канонічні рівняння прямої. 4. Параметричні рівняння прямої. 5. Пряма, як перетин двох площин. 6. Взаємне розміщення двох прямих в просторі. Відстань між прямими в просторі. 6.1. Умова паралельності прямих. 6.2. Умова співпадіння прямих. 6.3. Умова перетину двох прямих. 6.4. Умова мимобіжності двох прямих. 6.5. Віддаль між паралельними прямими. 7. . Взаємне розміщення прямої і площини в просторі 7.1.Умова паралельності прямої і площини. 7.2. Умова перетину прямої і площини. 7.3. Умова того, що пряма лежить в площині. 7.4. Кут між прямою і площиною. 7.5. Умова перпендикулярності прямої і площини.</p> <p>15. Поверхні другого порядку 1. Поверхні другого порядку. 2.Поверхні обертання другого порядку. 3. Еліпсоїди, гіперболоїди, параболоїди, гіперболічний параболоїд. 4.Циліндричні поверхні. 5.Конічні поверхні. 6.Лінії другого порядку, як конічні перерізи</p>
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу «Аналітична геометрія»

Тиж-день	Тема занять (перелік питань)	Форма діяльності та обсяг годин	Література	Термін виконання
1, 2	Тема 1. Координатний n -вимірний простір. Матриці та дії з ними. Визначники 2 та 3 порядку.	Лекції – 2 год,	Базова: 1, 3, 5;	2 тижні
		практ. заняття – 4 год,		
		самостійна робота – 7 год.		
3,4	Тема 2. Визначники квадратних матриць, методи їх обчислення та властивості.	Лекції – 2 год,	Базова: 1, 2 3, 4;	2 тижні
		практ. заняття – 4 год,		
		самостійна робота – 10 год.	Допоміжна: 7, 9	
5, 6	Тема 3. Система n лінійних рівнянь з n невідомими. Правило Крамера розв'язування системи рівнянь та умови сумісності, визначеності і невизначеності системи. Поняття оберненої матриці. метод оберненої матриці розв'язування системи рівнянь.	Лекції – 2 год,	Базова: 1, 3, 4, 5, 6	2 тижні
		практ. заняття – 4 год,		
		самостійна робота – 8 год.	Допоміжна: 7, 9	
7, 8	Тема 4. Системи m лінійних рівнянь n рівнянь з n невідомими Ранг матриці. Метод Гауса. Фундаментальна система розв'язків системи лінійних рівнянь.	Лекції – 2 год,	Базова: 1,2 3, 4; 5, 6	2 тижні
		практ. заняття – 4 год,		
		самостійна робота – 8 год.	Допоміжна: 7, 9	
9,10	Тема 5. Вектори на площині і в просторі та дії з ними. Системи координат. Скалярний, векторний та мішаний добуток векторів.	Лекції – 2 год,	Базова: 1,2 3, 4, 5	2 тижні
		практ. заняття – 4 год,		
		самостійна робота – 6 год.	Допоміжна: 7, 9	
11, 12	Тема 6. Пряма на площині. Лінії другого порядку на площині.	Лекції – 2 год,	Базова: 1, 3, 4	2 тижні
		практ. заняття – 4 год,		
		самостійна робота – 6 год.	Допоміжна: 7, 9	
13,14	Тема 7. Пряма і площина в просторі.	Лекції – 2 год,	Базова: 1, 3, 4, 5	2 тижні
		практ. заняття – 4 год,		
		самостійна робота – 6 год.	Допоміжна: 7, 9	
15,16	Тема 8. Поверхні у просторі.	Лекції – 2 год,	Базова: 1, 2, 4	2 тижні
		практ. заняття – 4 год,		
		самостійна робота – 6 год.	Допоміжна: 8	