

УДК 535

PACS 42.25.Fx, 42.40.Eq, 42.40.Jv, 42.50.Tx, 42.60.Jf

## МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕТВОРЕНЬ ВИХРОВИХ ПУЧКІВ СВІТЛА В КОМП'ЮТЕРНО-СИНТЕЗОВАНИХ ГОЛОГРАМАХ ІЗ ВБУДОВАНОЮ ФАЗОВОЮ СИНГУЛЯРНІСТЮ

С. Свірідова, О. Бекшаєв

*Одеський національний університет ім. І. І. Мечникова  
вул. Дворянська, 2, 65082 Одеса, Україна  
e-mail: sviridovasvetlana@gmail.com, bekshaev@onu.edu.ua*

Досліджено перетворення просторових характеристик світлових пучків з дислокаціями хвильового фронту під час їхнього проходження крізь комп'ютерно синтезовані голограми (КСГ) із вбудованою фазовою сингулярністю. Розглянуто вплив просторової структури падаючого вихрового пучка і проведено порівняння двох стандартних моделей його опису (лагергаусової та кумерівської) для різних комбінацій порядку оптичного вихору  $m$  і вбудованого топологічного заряду  $q$  КСГ. Теоретично та експериментально вивчено вплив роз'юстувань на просторову конфігурацію вихрових пучків.

**Ключові слова:** комп'ютерно синтезована голограма, оптичний вихор, просторовий розподіл інтенсивності.

Останнім часом в оптиці ведуть активні дослідження оптичних вихорів (ОВ), які є ділянками циркулярного руху потоку енергії в електромагнітній хвилі. Основною особливістю таких вихорів є гелікоїдальна структура хвильового фронту. Утворення ОВ у світловій хвилі пов'язане з виникненням на хвильовому фронті особливих точок (дислокацій або сингулярних точок), в яких амплітуда поля стає нульовою, а фаза невизначена. Після обходу навколо такої точки фаза змінюється стрибком на  $\pm 2\pi m$ , де  $m$  — ціле число, яке називають топологічним зарядом, або порядком ОВ. Своєю чергою, виникнення сингулярних точок може бути зумовлено дією спеціальної комп'ютерно-синтезованої голограми (КСГ) на пучок, що проходить крізь неї. Така голограма відрізняється від звичайних дифракційних ґраток тим, що деякі штрихи обриваються або розщеплюються (рис. 1). При проходженні регулярного (невихрового) пучка крізь центр (точку біфуркації штрихів) такої голограми усі порядки дифрагованих пучків, окрім нульового, отримують вихрову (гелікоїдальну) структуру хвильового

фронту. Якщо ж падаючий пучок вже містить ОВ, то порядок вихору алгебрично сумується з порядком фазової сингулярності, яку вносить голограма. Наприклад, якщо ОВ-пучок з топологічним зарядом  $m$  падає на КСГ, в якій окремий штрих розщеплений на  $|q| + 1$  штрихів, де для формувальної КГС  $q$  — топологічний заряд фазової сингулярності, вбудованої в голограму (на рис. 1  $q = 1$ ), то  $n$ -ий порядок дифрагованого пучка отримує структуру ОВ з топологічним зарядом  $m + l$ , де  $l = qn$  — топологічний заряд, який вносить голограма.

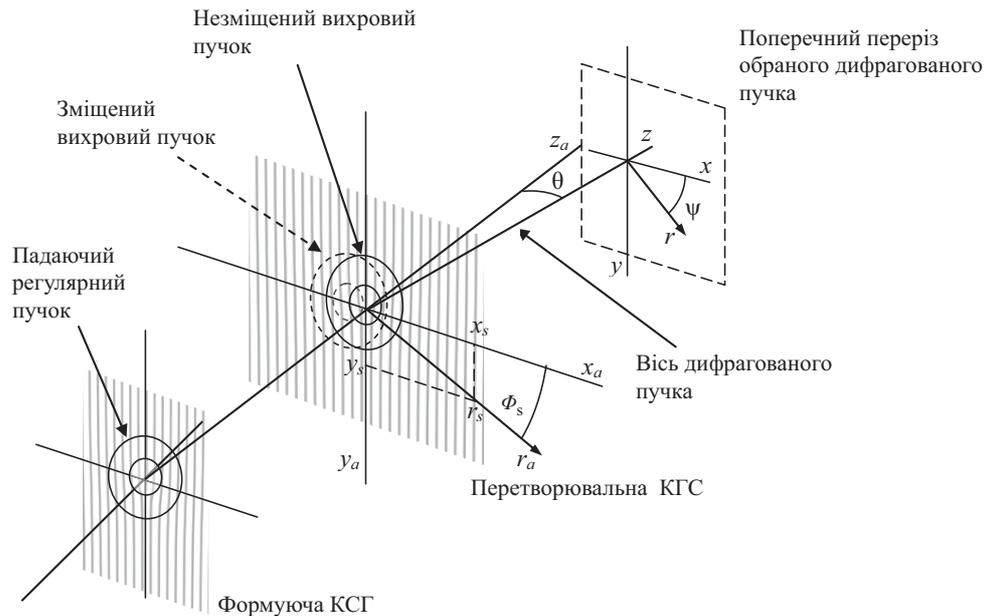


Рис. 1. Геометричні умови трансформації пучка в КСГ

Мета роботи полягає в тому, щоб на основі експериментального і теоретичного вивчення оптичних пучків з дислокаціями хвильового фронту дослідити їхні перетворення при проходженні крізь КСГ і оцінити можливості використання КСГ для генерації пучків з потрібними властивостями, зокрема, використовуючи особливості профілю штриха і взаємне неузгодження КСГ та осі падаючого пучка (роз'юстування).

Для отримання ОВ ми використовували дві голограми із вбудованими фазовими сингулярностями (рис. 1). Перша голограма (формувальна) створювала оптичний вихровий пучок з топологічним зарядом  $m = 1$ . Безпосередньо за площиною ґратки внаслідок дифракції формується сукупність параксіальних пучків, що поширюються в напрямках, які визначаються умовою

$$\sin \theta = \frac{2\pi n}{kd}, \quad (1)$$

де  $d$  — період ґратки,  $n$  — порядок дифракції,  $k$  — хвильове число падаючого монохроматичного випромінювання. З багатьох дифрагованих пучків обирали один, який має ОБ необхідного заряду (у нашому випадку  $n = m = 1$ ), і спрямовували на другу голограму (перетворювальну), яка перетворювала пучок, що вже несе ОБ. Дія цієї КСГ є предметом вивчення в статті.

Як і в попередній праці [1], КСГ розглядали як тонкий амплітудний транспарант з просторово залежним пропусканням  $T(\vec{r})$ , де  $\vec{r} = (x_a, y_a) = (r_a \cos \phi, r_a \sin \phi)$  — радіус-вектор у площині голограми. Система координат обрана так, щоб її початок збігався з точкою біфуркації (початком розщепленого штриха), вісь  $y_a$  — паралельна до штрихів ґратки, вісь  $z_a$  — перпендикулярна площині ґратки, де  $z_a = 0$ . Пучок світла, що падає на голограму, поширюється вздовж осі  $z_a$  (див. рис. 1).

Для опису хвилі обраного порядку дифракції вводять пов'язану з нею координатну систему  $(x, y, z)$  з початком у точці біфуркації. Вісь  $z$  збігається з напрямом поширення дифрагованого пучка, осі  $x$  та  $y$  розташовані в площині поперечного перерізу пучка. За такого розташування КСГ, падаючого і дифрагованого пучків, а також за умови малокутового розсіяння ( $\cos \theta \approx 1$ , що справедливо для експериментів з періодом ґратки близько  $10^{-3}$ – $10^{-2}$  см), просторовий розподіл комплексної амплітуди  $n$ -го порядку дифракції можна визначити рівнянням

$$U_l(r, \psi, z) = \frac{k}{2\pi iz} \int U_a(r_a, \phi) e^{i\phi} \exp\left\{\frac{ik}{2z} \left[r_a^2 + r^2 - 2r_a r \cos(\phi - \psi)\right]\right\} r_a dr_a d\phi, \quad (2)$$

де  $U_a(r_a, \phi)$  — розподіл комплексної амплітуди падаючого пучка світла в площині КСГ  $z_a = 0$ ,  $z$  — відстань, яку проходить пучок після дифракції.

Вираз (2) утворює базис для подальшого дослідження поведінки пучка обраного порядку дифракції. Азимутний множник  $e^{i\phi}$  визначає спіральне зростання фази при обході осі по колу, тобто вихровий характер пучка. Проте інші характеристики пучка — деталі розподілу інтенсивності, поперечний розмір, розходження пучка — залежать від виду функції  $U_a(r_a, \phi)$ . У попередніх працях [2] теоретично та експериментально досліджувались випадки, коли пучок, що потрапляє на КСГ, має стандартну ЛГ форму розподілу комплексної амплітуди

$$\begin{aligned} U_a(x_a, y_a) &\equiv \frac{1}{\sqrt{|m|!}} \left[ \frac{x_a + i \operatorname{sgn}(m)y_a}{b_a} \right]^{|m|} \exp\left(-\frac{x_a^2 + y_a^2}{2b_a^2}\right) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{|m|!}} \left(\frac{r_a}{b_a}\right)^{|m|} \exp\left(-\frac{r_a^2}{2b_a^2} + im\phi\right), \end{aligned} \quad (3)$$

де  $b_a$  — радіус гаусової обвідної (стандартна модель осесиметричного вихрового пучка), а вісь пучка зазнає довільних зміщень відносно центра КСГ. Проте

простіше використовувати ОВ-пучки, отримані за допомогою КСГ, які описують іншими моделями [3, 4]. У найпоширенішому випадку, коли формувальна КСГ бінарна, якісні результати дає модель кумерівського пучка [5], коли

$$U_a(r, \phi, z) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{im\phi} (-i)^{|m|+1} \exp\left(\frac{ik}{2z} r_a^2\right) \frac{z_R}{z - iz_R} \sqrt{A} \exp(-A) \times \\ \times \left[ I_{\frac{|m|-1}{2}}(A) - I_{\frac{|m|+1}{2}}(A) \right], \quad (4)$$

де  $I_V$  — модифіковані функції Бесселя,

$$\phi = \arctg\left(\frac{y_a}{x_a}\right), \quad r_a^2 = x_a^2 + y_a^2, \quad (5)$$

$$A = \frac{kr_a^2}{z} \frac{1}{4(b^{-2} - ik/R)(1 - iz_R/z)}, \quad (6)$$

$$z_R = k \left( \frac{1}{b^{-2} - ik/R} \right). \quad (7)$$

Тут  $b$  — радіус гаусового пучка, що виходить з лазера, а  $R$  — радіус кривини його фронту на першій ґратці (див. рис. 1),  $z$  — відстань між ґратками.

У низці випадків для більшої ефективності дифракції та кращої концентрації енергії в обраному дифракційному порядку використовують формувальні ґратки зі спеціальним профілем штриха. Зокрема, якщо формувальна КСГ має пилкоподібний профіль (рис. 2), то переважає дифракція в позитивні порядки, а форма поперечного розподілу комплексної амплітуди може відхилятися від кумерівської. У такому випадку дифрагований пучок не можна описати точно ні формулою (3), ні формулою (4), і виникає питання про пошук найадекватнішої моделі опису реального пучка. Тому в цій праці експериментальні дані з чутливості перетвореного пучка до поперечного зсуву другої КСГ порівнювали із моделями теоретичних розрахунків, отриманими на підставі опису падаючого ОВ у формах (3) і (4).

Для дослідження впливу роз'юстувань на просторову конфігурацію вихрових пучків теоретично та експериментально досліджували ефекти, що виникають у

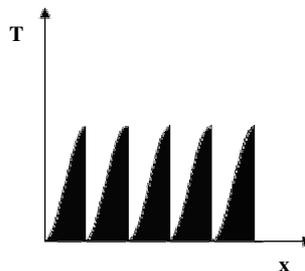


Рис. 2. Пропускання ділянки КСГ з пилкоподібним профілем штрихів

тих випадках, коли вісь падаючого пучка зміщували в горизонтальній площині відносно номінальної оптичної осі голограми, тобто коли пучок перетинає перетворювальну ґратку не в центрі, а в точці з координатами  $x_a = x_s$ ,  $y_a = y_s = 0$  (див. рис. 1). Тоді падаючий пучок описують виразами (3), (4) і (5), за умови заміни  $x_a \rightarrow x_a - x_s$ , а форму дифрагованого пучка знаходять у результаті їх підстановки у вираз (2). У випадку ЛГ пучка (3) знайдено аналітичні вирази, а у випадку кумерівського пучка (4) комплексна амплітуда на виході КСГ визначається чисельним інтегруванням.

Експеримент проводили на установці, схематично зображеній на рис. 3. He-Ne лазер ЛГ-207А ( $k \approx 10^5 \text{ см}^{-1}$ ) генерував гаусів пучок з радіусом пучка в перетяжці  $b_0 = 0,027 \text{ см}$ . На відстані  $l_1 = 40 \text{ см}$  від перетяжки розташована формувальна КСГ із вбудованою фазовою сингулярністю з пілкоподібним профілем штрихів. Обирали дифрагований пучок, який несе ОВ з топологічним зарядом  $m = 1$ , і досліджували його перетворення за допомогою перетворювальної КСГ із вбудованим топологічним зарядом  $q = 2$ . Кожен з дифракційних порядків за допомогою системи дзеркал і лінз спрямовували на світлочутливу площадку відеокамери ( $352 \times 288$  пікселів), де формувалося зображення поперечного перерізу пучка. Записували зображення і опрацьовували дані за допомогою персонального комп'ютера в реальному часі. Для отримання точних результатів за допомогою поляризаторів і нейтральних фільтрів підбирали оптимальну яскравість зображення, керуючись динамічними характеристиками відеокамери.

Для детального дослідження ми вибрали дифраговані пучки  $\pm 1$  порядку, що виходили з перетворювальної КСГ. На рис. 4, 5 зображені форми поперечно-го профілю розподілу інтенсивності дифрагованих пучків для різних комбінацій

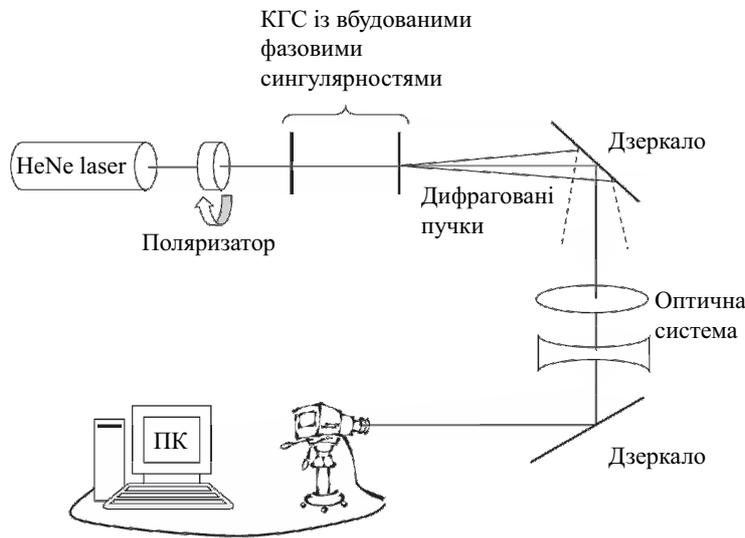


Рис. 3. Схема експериментальної установки для отримання та дослідження вихрових пучків світла

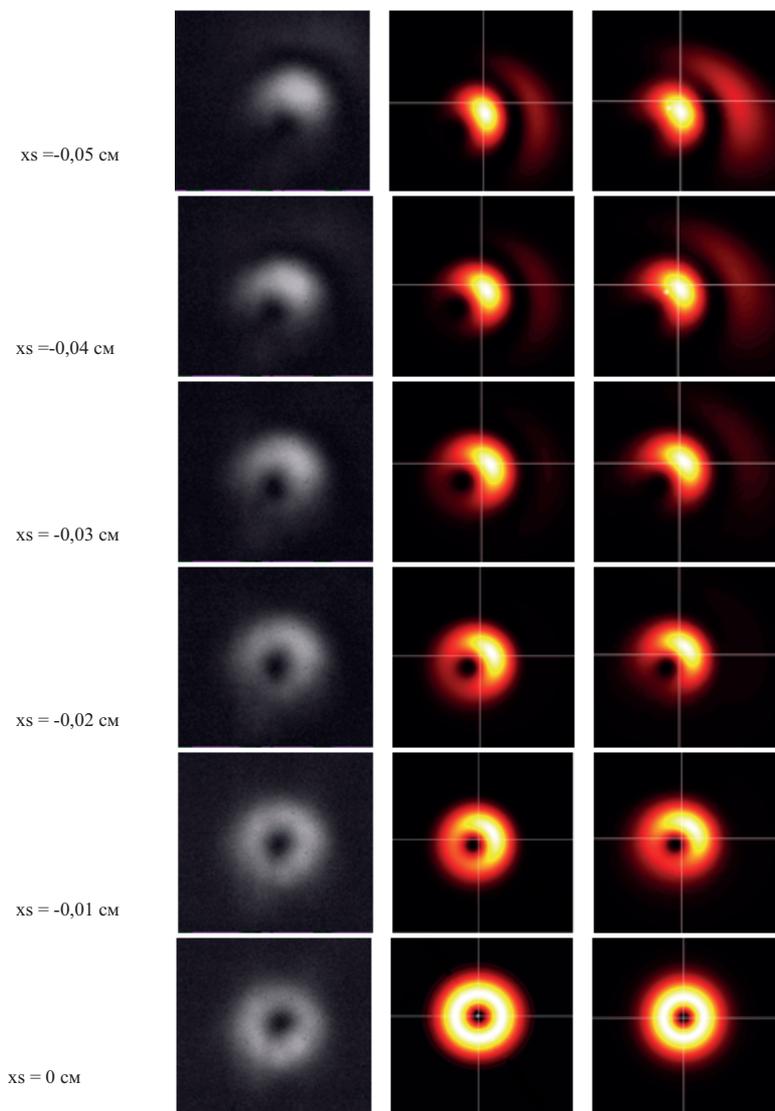


Рис. 4. Поперечні профілі інтенсивності дифрагованих пучків мінус першого порядку ( $m + l = 1 + (-2) = -1$ ) для різних значень зсувів падаючого на КСГ пучка відносно її центра: (1 колонка) експериментальні результати, (2 колонка) при описі падаючого пучка на основі ЛГ моделі, (3 колонка) при описі падаючого пучка на основі кумерівської моделі. Величина зсуву по вертикалі  $y_s = 0$ . Величина зсуву по горизонталі  $x_s$  позначена біля рисунків

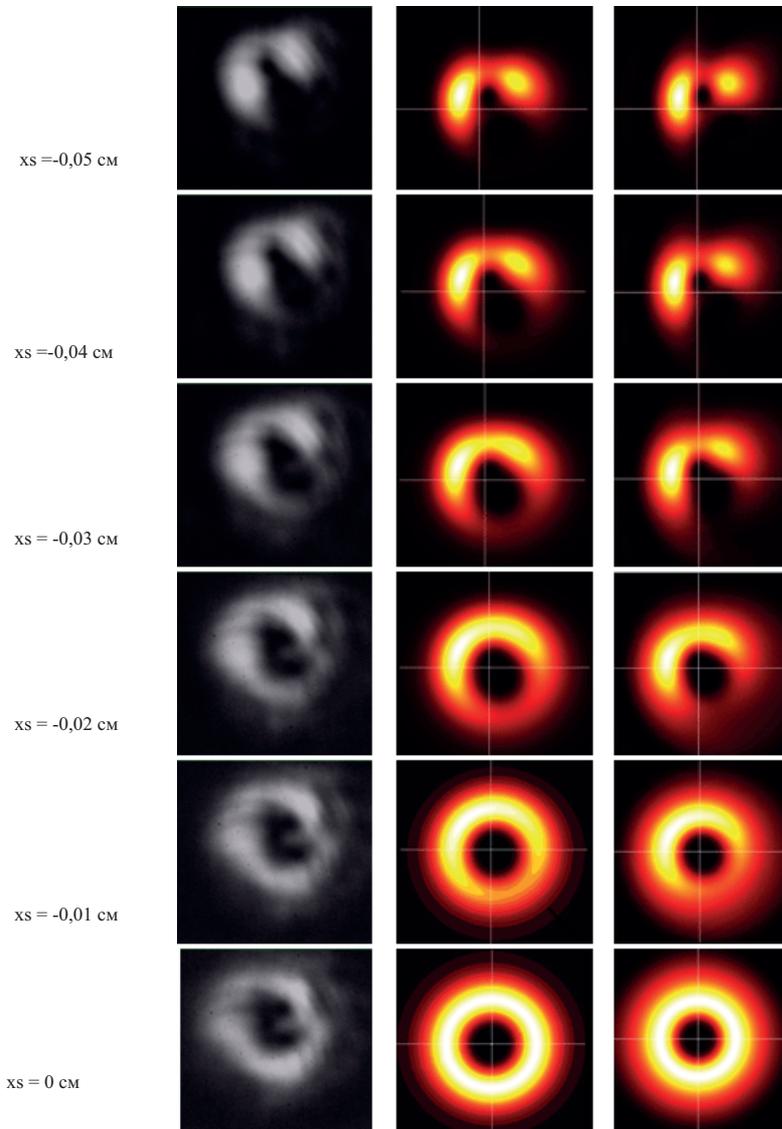


Рис. 5. Поперечні профілі інтенсивності дифрагованих пучків плюс першого порядку ( $m + l = 1 + 2 = 3$ ) для різних зсувів падаючого на КСГ пучка відносно її центра: (1 колонка) експериментальні результати, (2 колонка) при описі падаючого пучка на основі ЛП моделі, (3 колонка) при описі падаючого пучка на основі кумерівської моделі. Величина зсуву по вертикалі  $y_s$ . Величина зсуву по горизонталі  $x_s$  позначена біля рисунків

порядку оптичного вихору і вбудованого топологічного заряду КСГ. Під час експерименту вісь падаючого пучка була завжди ортогональною до площини ґратки, зміщення здійснювали зсувом перетворювальної КСГ у горизонтальній площині (уздовж осі  $x$ ), що призводило до змін просторового профілю результуючого пучка. Величини зсуву перетворювальної КСГ вказані у підписах до рисунків.

Із одержаних даних бачимо, що у випадку, коли зміщення відсутнє ( $x_s = 0$ ,  $y_s = 0$ ), лабораторні і теоретичні пучки мають симетричну форму розподілу інтенсивності, яка зберігається під час їхнього поширення. Після зміщення осі падаючого пучка відносно осі перетворювальної КСГ дифрагований пучок набуває асиметрії. Із зростанням зміщення асиметрія зростає, і простежується обертання пучків на деякий кут. Це пояснюють тим, що зі зміщенням голограми відносно осі пучка, тобто у випадку неузгодження осей амплітудного і фазового розподілів, відбувається частковий перехід вихрової форми поперечної циркуляції енергії в невихрову, яка проявляється у видимому обертанні пучка під час його поширення [6].

Помітна ще одна особливість поведінки вихрових пучків: після роз'юстування в горизонтальній площині деформація пучка відбувалася у вертикальній площині. Цей ефект простежували в подібних експериментах і він описаний у статті [7].

Порівнюючи дані рис. 4 і рис. 5 для аналогічних значень зміщень, помітно, що деформація пучків з позитивним і негативним топологічним зарядом відбувається у протилежних напрямках, що свідчить про різний напрям закручування хвильового фронту навколо сингулярної точки, тобто про наявність правої (рис. 5) і лівої (рис. 4) поперечної циркуляції енергії.

Вже при зміщеннях голограми на 0,03 см для обох моделей пучків помітна наявність додаткової світлової плями (рис. 4), причому при більших зміщеннях ефект стає помітнішим. Це можна пояснити тим, що додатково до пучка з гвинтовим хвильовим фронтом у КСГ утворюється крайова сферична хвиля внаслідок дифракції на краю обірваної смуги КСГ, і обидві хвилі інтерферують [7, 8]. Додатковий максимум інтенсивності більше виражений при падінні кумерівського пучка через повільніший спад інтенсивності на периферії пучка порівняно з ЛГ моделлю. Його візуальна відсутність на експериментальних зображеннях зумовлена обмеженою чутливістю відеокамери.

Загалом із одержаних даних виходить, що роз'юстування схеми перетворення може зумовити сильну деформацію дифрагованого пучка. Для отримання симетричного пучка необхідно забезпечити узгодження оптичних осей падаючого пучка і голограми з точністю не гірше  $0,05b$ , де  $b$  — радіус гаусової обвідної падаючого ЛГ пучка. Отримані результати можуть бути корисними у багатьох експериментальних і прикладних задачах, в яких використовують КСГ із вбудованою фазовою сингулярністю, наприклад, для синтезу ОВ пучків із специфічним розподілом фази і амплітуди або для аналізу просторової структури і топологічного заряду вихрових пучків. Залежність форми перетвореного пучка від зміщення відносно голограми можна використовувати для безконтактного виміру зсувів і деформацій фізичних об'єктів.

1. *Bekshaev A. Ya.* Effects of misalignments in the optical vortex transformation performed by holograms with embedded phase singularity / A. Ya. Bekshaev, S. V. Sviridova // *Opt. Comm.* – 2010. – Vol. 283. – P. 4866–4876.
2. *Bekshaev A. Ya.* Transformation of optical-vortex beams with embedded phase singularity / A. Ya. Bekshaev, O. V. Orlinska // *Opt. Comm.* – 2010. – Vol. 283. – P. 1244–1250.
3. *Ананьев Ю. А.* Оптические резонаторы и лазерные пучки / Ю. А. Ананьев. — М. : Наука, 1990. — 264 с.
4. *Denis M.* Singular optics: optical vortices and polarization singularities / M. Denis, K. O'Holleran, J. Padgett // *Progress in optics.* – 2009. – Vol. 53. – P. 293–364.
5. *Pas'ko V. A.* Analysis of optical vortex beams with integer and fractional topological charge / V. A. Pas'ko, I. V. Basistiy, M. V. Vasnetsov, M. S. Soskin // *Proc. SPIE* / – 2004. – Vol. 5477. – P. 83–88.
6. *Бекшаєв О. Я.* Світлові пучки з кутовим моментом / О. Я. Бекшаєв, М. В. Васнецов, М. С. Соскін // *Укр. фіз. журн.* – 2005. – Т. 2, № 1. – С. 73–113.
7. *Bekshaev A. Ya.* Displacements and deformations of a vortex light beam produced by the diffraction grating with embedded phase singularity / A. Ya. Bekshaev, A. I. Karamoch // *Opt. Comm.* – 2008. – Vol. 281. – P. 3597–3610.
8. *Bekshaev A. Ya.* Spatial characteristics of vortex light beams produced by diffraction gratings with embedded phase singularity / A. Ya. Bekshaev, A. I. Karamoch // *Opt. Comm.* – 2008. – Vol. 281. – P. 1366–1374.

## MODELING OF TRANSFORMATIONS OF VORTEX LIGHT BEAMS BY COMPUTER-GENERATED HOLOGRAMS WITH EMBEDDED PHASE SINGULARITY

S. Sviridova, A. Bekshaev

*Odessa National University named after I. I. Mechnikov*

*Dvorianska str., 2, 65082 Odessa, Ukraine*

*e-mail: sviridovasvetlana@gmail.com, bekshaev@onu.edu.ua*

Transformations of spatial characteristics of the vortex light beams with wave front dislocations are investigated for the case when the beams pass through computer-generated holograms (CGH) with a phase singularity embedded. The influence of spatial structure of the incident vortex beam is considered and the two standard models for its description (those by Laguerre–Gauss and Kummer) are compared for different combinations of the order of optical vortex and the embedded topological charge  $q$  of the CGH. The effect of misalignments on the spatial configuration of the vortex beams is studied both theoretically and experimentally.

**Key words:** computer-generated hologram, optical vortex, spatial intensity distribution.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ  
ВИХРЕВЫХ ПУЧКОВ СВЕТА  
В КОМПЬЮТЕРНО-СИНТЕЗИРОВАННЫХ  
ГОЛОГРАММАХ СО ВСТРОЕННОЙ ФАЗОВОЙ  
СИНГУЛЯРНОСТЬЮ

С. Свиридова, А. Бекшаев

*Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова  
ул. Дворянская, 2, 65082 Одесса, Украина  
e-mail: sviridovasvetlana@gmail.com, bekshaev@onu.edu.ua*

Исследованы преобразования пространственных характеристик световых пучков с дислокациями волнового фронта при прохождении через компьютерно синтезированные голограммы (КСГ) со встроенной фазовой сингулярностью. Рассмотрено влияние пространственной структуры падающего вихревого пучка и проведено сравнение двух стандартных моделей его описания (лагерр-гауссовой и куммеровской) для различных комбинаций порядка оптического вихря и встроенного топологического заряда КСГ. Теоретически и экспериментально изучено влияние разъюстировок на пространственную конфигурацию вихревых пучков.

**Ключевые слова:** компьютерно-синтезированная голограмма, оптический вихрь, пространственное распределение интенсивности.

Статтю отримано: 1.07.2011  
Прийнято до друку: 14.07.2011