

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Фізичний факультет
Кафедра теоретичної фізики імені професора Івана Вакарчука

Затверджено

На засіданні кафедри теоретичної фізики
імені професора Івана Вакарчука
фізичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 31.08.2023 р.)

Завідувач кафедри  проф. Ткачук В.М.

Силабус

з навчальної дисципліни

**«Заплутані квантові стани та міра заплутаності
(Entangled quantum states and measure of entanglement) »,**

що викладається в межах

**ОНП «Квантові комп'ютери та квантове програмування»
другого (магістерського) рівня вищої освіти
для здобувачів спеціальності 104 Фізика та астрономія**

Львів 2023

Назва дисципліни	Заплутані квантові стани та міра заплутаності
Адреса викладання дисципліни	вул. Драгоманова, 19, 79005, м. Львів
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	фізичний факультет, кафедра теоретичної фізики імені професора Івана Вакарчука
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань – 10 Природничі науки Спеціальність – 04 Фізика та астрономія
Викладач дисципліни	доцент кафедри теоретичної фізики імені професора Івана Вакарчука, к.ф.-м.н Самар Микола Іванович
Контактна інформація викладача	mykola.samar@lnu.edu.ua ; https://physics.lnu.edu.ua/employee/samar-m-i
Консультації з курсу відбуваються	Консультації в день проведення лекцій та практичних занять (за попередньою домовленістю). Також можливі консультації через електронну пошту або он-лайн засобами Microsoft Teams, Telegram.
Сторінка курсу	https://physics.lnu.edu.ua/?post_type=course&p=43543&preview=true
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Заплутані квантові стани та міра заплутаності» є обов'язковою дисципліною для підготовки магістра за спеціальністю 104 Фізика та астрономія, яка викладається в II семестрі в обсязі 4,5 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	В рамках дисципліни вивчається квантова заплутаність – одне з квантовомеханічних явищ, що якісно відрізняє квантовий світ від класичного і зокрема завдяки якому досягається квантова перевага на квантових комп'ютерах.
Мета та цілі дисципліни	Мета: ознайомити студентів із теорією квантової інформації, квантових мереж та їх сучасної реалізації. Завдання: навчити студентів розуміти теоретичні та практичні принципи, на яких базується теорія квантових обчислень.
Література для вивчення дисципліни	Базова <ol style="list-style-type: none"> 1. Т. Є. Крохмальський, Вступ до квантових обчислень. — Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2018. 204 с. 2. І. О. Вакарчук, Квантова механіка (вид. 4-е, доп.). — Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2012. (Розділ XII. Основи квантової інформації). 3. В. М. Ткачук. Фундаментальні проблеми квантової механіки.— Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. 144 с. 4. R. Horodecki, P. Horodecki, M. Horodecki, K. Horodecki, Quantum entanglement Rev. Mod. Phys. 81, 865, 2009 5. A. M. Frydryszak, M. I. Samar, V. M. Tkachuk Quantifying geometric measure of entanglement by mean value of spin and spin correlations with application to physical systems, Eur. Phys. J. D 71, No. 9, 233 [8 p.] (2017) 6. Hughes, C. Isaacson, J., et. al., Quantum Computing for the Quantum Curious, Springer, 2021. Допоміжна <ol style="list-style-type: none"> 1. Sen(De), A., Sen, U., Lewenstein, M. and Sanpera, A. . The Separability versus Entanglement Problem. In Lectures on Quantum Information (eds D. Bruß and G. Leuchs). https://doi.org/10.1002/9783527618637.ch8 (2006) 2. Dariusz Kurzyk, Introduction to Quantum Entanglement Theoretical and Applied Informatics 24(2):135–150, 2012 Інформаційні ресурси <ol style="list-style-type: none"> 7. Eric Weisstein's World of Physics

	http://scienceworld.wolfram.com/physics/ 8. Wikipedia. http://www.wikipedia.org
Тривалість курсу	один семестр
Обсяг курсу	135 годин, з яких 32 годин аудиторних занять, з них 16 години лекцій, 16 години практичних занять, та 103 годин самостійної роботи.
Очікувані результати навчання	<p><i>Курс формує такі загальні та спеціальні компетентності:</i></p> <p>ЗК01. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.</p> <p>ЗК03. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.</p> <p>СК02. Здатність формулювати, аналізувати та синтезувати рішення наукових проблем у галузі фізики та/або астрономії.</p> <p>СК05. Здатність сприймати новоздобуті знання у галузі фізики та астрономії та інтегрувати їх з уже наявними, а також самостійно опановувати знання та навички, необхідні для розв'язання складних задач і проблем у нових для себе деталізованих предметних галузях фізики та/або астрономії й дотичних до них міждисциплінарних областях.</p> <p>СК08. Здатність формулювати нові гіпотези та наукові задачі у галузі фізики та астрономії, вибирати відповідні методи для їх розв'язання, беручи до уваги наявні ресурси.</p> <p>СК13. Здатність застосовувати квантове програмування для розв'язання прикладних задач</p> <p><i>Програмні результати навчання (ПРН), на досягнення яких спрямоване вивчення курсу:</i></p> <p>РН08. Презентувати результати досліджень у формі доповідей на семінарах, конференціях тощо, здійснювати професійний письмовий опис наукового дослідження, враховуючи вимоги, мету та цільову аудиторію.</p> <p>РН12. Розробляти та застосовувати ефективні алгоритми та спеціалізоване програмне забезпечення для дослідження моделей фізичних та/або астрономічних об'єктів і процесів, обробки результатів експериментів і спостережень.</p> <p>РН13. Створювати фізичні, математичні і комп'ютерні моделі природних об'єктів та явищ, перевіряти їх адекватність, досліджувати їх для отримання нових висновків та поглиблення розуміння природи, аналізувати обмеження.</p> <p>РН16. Брати продуктивну участь у виконанні експериментальних та/або теоретичних досліджень у галузі фізики та астрономії.</p> <p>РН20. Застосовувати квантове програмування для розв'язання прикладних задач</p>
Ключові слова	Заплутаність квантових станів, геометрична міра заплутаності, сеперабельність Entanglement of quantum state, geometric measure of entanglement, seperability
Формат курсу	Очний
	проведення лекцій, практичних занять і консультації для кращого розуміння тем
Теми	Наведено у таблиці 1
Підсумковий контроль, форма	Екзамен в кінці семестру
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують ґрунтовних знань із дисципліни “Фундаментальні проблеми квантової механіки”.
Навчальні методи та	Презентація, лекції, дискусія, розв'язок задач, підготовка доповідей.

техніки, які буде використано під час викладання курсу	Передбачено ілюстрування лекційного матеріалу схемами та графіками.
Необхідне обладнання	персональний комп'ютер, загальноживані комп'ютерні програми й операційні системи, проектор
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за таким співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • робота на лабораторних заняттях під час семестру: 10% сумарної оцінки; максимальна кількість балів — 10 відповідно до такої шкали: <ul style="list-style-type: none"> 9–10 — активна участь у 7–8 заняттях; 7–8 — активна участь у 5–6 заняттях; 5–6 — активна участь у 3–4 заняттях; 1–4 — активна участь у 1–2 заняттях; 0 — жодної активної участі в лабораторних заняттях; • підсумкова контрольна робота: 40% сумарної оцінки; максимальна кількість балів — 40; <p>Максимальна семестрова кількість балів — 50.</p> <ul style="list-style-type: none"> • іспит: 50% сумарної оцінки; максимальна кількість балів — 50: <ul style="list-style-type: none"> два розширених завдання по 25 балів кожне відповідно до такої шкали: <ul style="list-style-type: none"> 21–25 — студент повністю володіє матеріалом; 16–20 — рівень володіння матеріалом достатній; 11–15 — рівень володіння матеріалом частковий; 1–10 — студент майже не володіє матеріалом; 0 — відповідь відсутня. <p>Підсумкова максимальна кількість балів — 100.</p> <p>Додаткові бали можна отримати за написання тез, статті, участь у міжнародних, всеукраїнських та/або інших заходах або конкурсах за тематикою навчальної дисципліни 5/10 балів.</p> <p>Академічна доброчесність здобувачами вищої освіти передбачає самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання. Списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій чи усній роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків, визначених для виконання усіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p>Література. Усю література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надано викладачами виключно в освітніх цілях без права її передавання третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані на практичних та поточному тестуванні. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях, не пов'язаних із навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми академічної недоброчесності не толеруються.</p>

<p>Питання до екзамену (чи питання на контрольні роботи)</p>	<p>1. Description of the state of the quantum system. Pure and mixed ensemble. Density matrix and its properties. Quantum bit density matrix. Schmidt schedule. Factorized and entangled states.</p> <p>2. Measures of entanglement for pure states. Coherence as a measure of entanglement of two-qubit pure states. Von Neumann entropy and entropy measure of entanglement. A geometric measure of entanglement for pure states. Spin entanglement with an arbitrary quantum system. A general measure of entanglement for pure two-qubit states.</p> <p>3. Entanglement of two-part mixed states. Separable mixed states. The Peres-Horodecki criterion of separability of mixed states. Werner states. A general criterion of separability about a positive but not completely positive mapping. Other separability criteria: reduction separability criterion, majorization criterion, "witness" of entanglement.</p> <p>4. Measures of entanglement for mixed states. Axioms for measures of entanglement. Types of entanglement measures for mixed states. A geometric measure of entanglement for a mixed state. Experimental determination of the degree of entanglement of the mixed state of two qubits.</p> <p>1. Опис стану квантової системи. Чистий та змішаний ансамбль. Матриця густини та її властивості. Матриця густини квантового біта. Розклад Шмідта. Факторизовані та заплутані стани.</p> <p>2. Міри заплутаності для чистих станів. Узгодженість як міра заплутаності двокубітових чистих станів. Ентропія фон Неймана та ентропійна міра заплутаності. Геометрична міра заплутаності для чистих станів. Заплутаність спіна з довільною квантовою системою. Загальна міра заплутаності для чистих двокубітових станів.</p> <p>3. Заплутаність двочастинних змішаних станів. Сепарабельні змішані стани. Критерій Переса-Городецькі сепарабельності змішаних станів. Стани Вернера. Загальний критерій сепарабельності про додатне але не цілком додатне відображення. Інші критерії сепарабельності: редуційний критерій сепарабельності, критерій мажорювання, «свідок» заплутаності.</p> <p>4. Міри заплутаності для змішаних станів. Аксиоми для мір заплутаності. Види мір заплутаності для змішаних станів. Геометрична міра заплутаності для змішаного стану. Експериментальне визначення міри заплутаності змішаного стану двох кубітів.</p>
<p>Опитування</p>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

Таблиця 1

Схема курсу «Заплутані квантові стани та міра заплутаності»

Тижні	Тема занять (перелік питань)	Форма діяльності та обсяг годин	Термін виконання
1–2	<p>Лк1. Опис стану квантової системи. Чистий та змішаний ансамбль. Матриця густини та її властивості. Матриця густини квантового біта. Розклад Шмідта. Факторизовані та заплутані стани.</p> <p>Лб1. Опис стану квантової системи.</p> <p>[Lec1. Description of the state of the quantum system. Pure and mixed ensemble. Density matrix and its properties. Quantum bit density matrix. Schmidt schedule. Factorized and entangled states.</p>	<p>Лекції — 2 год.</p> <p>лабораторні — 2 год.</p> <p>самостійна робота — 13 год.</p>	2 тижні

Тижні	Тема занять (перелік питань)	Форма діяльності та обсяг годин	Термін виконання
	Lab1. Description of the state of the quantum system.] Література: Б1-Б6, Д1-Д2		
3–4	Лк2. Міри заплутаності для чистих станів. Узгодженість як міра заплутаності двокубітових чистих станів. Ентропія фон Неймана та ентропійна міра заплутаності. Лб2. Узгодженість та ентропійна міра заплутаності [Lec2. Measures of entanglement for pure states. Concurrence as a measure of entanglement of two-qubit pure states. Von Neumann entropy and entropy measure of entanglement. Lab2. Concurrence and entropy measure of entanglement] Література: Б1-Б6, Д1-Д2	Лекції — 2 год. лабораторні — 2 год. самостійна робота — 13 год.	2 тижні
5–6	Лк3. Геометрична міра заплутаності для чистих станів. Заплутаність спіна з довільною квантовою системою. Загальна міра заплутаності для чистих двокубітових станів. Лб3. Геометрична міра заплутаності для чистих станів [Lec3. A geometric measure of entanglement for pure states. Entanglement of a spin with an arbitrary quantum system. A general measure of entanglement for pure two-qubit states. Lab3. A geometric measure of entanglement for pure states] Література: Б1-Б6, Д1-Д2	Лекції — 2 год. лабораторні — 2 год. самостійна робота — 13 год.	2 тижні
7–8	Лк4. Заплутаність двочастинних змішаних станів. Сепарабельні змішані стани. Критерій Переса-Городецькі сепарабельності змішаних станів. Стани Вернера. Лб4. Критерій Переса-Городецькі сепарабельності змішаних станів [Lec4. Entanglement of two-part mixed states. Separable mixed states. The Peres-Horodecki criterion of separability of mixed states. Werner states. Lab4. The Peres-Horodecki criterion of separability of mixed states] Література: Б1-Б6, Д1-Д2	Лекції — 2 год. лабораторні — 2 год. самостійна робота — 13 год.	2 тижні
9–10	Лк5. Загальний критерій сепарабельності про додатне але не цілком додатне відображення. Лб5. Критерії сепарабельності для змішаних станів 1 [Lec 5. A general criterion of separability about	Лекції — 2 год. лабораторні — 2 год. самостійна робота — 12 год.	2 тижні

Тижні	Тема занять (перелік питань)	Форма діяльності та обсяг годин	Термін виконання
	a positive but not completely positive mapping. Lab5. Separability criteria for mixed states 1] Література: Б1-Б6, Д1-Д2		
11–12	Лк6. Інші критерії сепарабельності: редуційний критерій сепарабельності, критерій мажорювання, «свідок» запутаності. Лб6. Критерії сепарабельності для змішаних станів 2 [Lec6. Other separability criteria: reduction separability criterion, majorization criterion, "witness" of entanglement. Lab6. Separability criteria for mixed states 2] Література: Б1-Б6, Д1-Д2	Лекції — 2 год. лабораторні — 2 год. самостійна робота — 13 год.	2 тижні
13–14	Лк7. Міри запутаності для змішаних станів. Аксиоми для мір запутаності. Види мір запутаності для змішаних станів. Лб7. Міри запутаності для змішаних станів [Lec7. Entanglement measures for mixed states. Axioms for measures of entanglement. Types of entanglement measures for mixed states. Lab7. Entanglement measures for mixed states] Література: Б1-Б6, Д1-Д2	Лекції — 2 год. лабораторні — 2 год. самостійна робота — 13 год.	2 тижні
15–16	Лк8. Геометрична міра запутаності для змішаного стану. Експериментальне визначення міри запутаності змішаного стану двох кубітів. Лб8. Міри запутаності для змішаних станів. [Lec8. A geometric measure of entanglement for a mixed state. Experimental determination of the degree of entanglement of the mixed state of two qubits. Lab8. Entanglement measures for mixed states.] Література: Б1-Б6, Д1-Д2	Лекції — 2 год. лабораторні — 2 год. самостійна робота — 13 год.	2 тижні