

## Відгук

офіційного опонента на дисертаційну роботу Паночко Галини Іванівни «Домішкові стани багатобозонної системи на прикладі ізотопів гелію», подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.04.02 – Теоретична фізика

Взаємодія бозе- і фермі-домішок з бозе-системами вже десятки років перебуває в полі зору фізиків. Величезна кількість різноманітних явищ і ефектів (часом екзотичних – системи з ВТНП, квантові рідини і т. п.), зумовлених цією взаємодією, не зменшує актуальності теоретичних і експериментальних досліджень, незважаючи на зростаючі труднощі при заглибленні в суть фізичних явищ.

Навіть у теорії взаємодії квазічастинок (фермі-поляронів, екситонів, домішок) з такими впорядкованими бозе-системами, як фонони, що описуються добре апробованим гамільтоніаном Фр'юліха, ще залишається багато актуальних, нерозв'язаних досі проблем. Наприклад, дослідження ролі сильно збуджених комплексів електрон- та домішково-фононних зв'язаних станів у наногетеросистемах як робочих елементах квантових каскадних лазерів та детекторів інфрачервоного діапазону, а також і в системах (купрати) з високотемпературною надпровідністю.

Що ж до бозе-поляронів, які знаходяться у сильноскорельованих квантових бозе-системах, то теорія їх властивостей знаходиться у фазі ще не закінченого інтенсивного розвитку і є безумовно актуальною.

Дисертаційна робота Паночко Галини Іванівни «Домішкові стани багатобозонної системи на прикладі ізотопів гелію» присвячена вивченню впливу бозе-середовища (у газовому чи рідинному стані  ${}^4\text{He}$ ) на поведінку домішкових атомів ( ${}^3\text{He}$ ,  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^6\text{He}$ ). Вона відноситься до області досліджень властивостей щойно описаних сильноскорельованих систем і тому також є актуальною.

Перед теоретиками завжди постають два взаємно переплетених типи завдань. По-перше, це зробити вдалий вибір моделі досліджуваної системи: більш чи менш складний гамільтоніан, отриманий з перших принципів, чи моделі з підгоночними параметрами. По-друге, це застосувати такий математичний апарат (підхід), який надійно забезпечить адекватність теоретичних і експериментальних результатів. Отже, вдалий вибір моделі системи і математичного підходу для дослідження її властивостей – наукове мистецтво теоретика.

Мені видається, що подібні міркування зумовили послідовність теоретичних досліджень, виконаних Паночко Галиною Іванівною у дисертаційній роботі, що у свою чергу відобразилося на її (дисертації) структурі. Адже після детального аналізу сучасного стану досліджень в теорії бозе-поляронів у першому розділі, у двох наступних оригінальних розділах вивчаються домішки у бозе-газі та бозе-рідині із застосуванням теорій збурень Релея-Шредінгера і Бріллюена-Вігнера та варіаційного методу.

У двох наступних розділах вивчаються домішки у бозе-рідині у більш складних моделях із застосуванням оригінальних методів розрахунку параметрів систем. Так, рух домішки у бозе-рідині з урахуванням ангармонізму вперше досліджується у так званому підході деформованої алгебри Гейзенберга, а рух малої концентрації фермі-домішок у бозе-рідині – вперше досліджується у представленні континуальних інтегралів методом мацубарівських функцій Гріна.

Хоча актуальна задача про властивості домішок у бозонних системах постійно знаходиться у полі уваги дослідників багатьох провідних наукових центрів, дисертаційна робота Паночко Галини Іванівни відзначається як новизною, так і оригінальністю виконання, особливо четвертого та п'ятого розділів. Робота виконана у Львівському національному університеті імені Івана Франка та згідно держбюджетних тем Фф-55Ф «Теоретичні дослідження нових квантових систем» (2006 –

2008 рр., номер д/р № 0106U001294), Фф-110Ф «Нові ефекти у квантових рідинах і газах та системах з деформованою алгеброю Гайзенберга» (2012 – 2014 рр., номер д/р 0112U001275), Фф-30Ф «Класичні і квантові системи з нестандартними комутаційними співвідношеннями і статистиками» (2016 р., номер д/р 0116U001539).

У першому розділі дисертації виконано ґрунтовний огляд основних наукових досліджень про поведінку домішок (бозе- і фермі-типів) у бозе-середовищах. Проаналізовано не лише головні отримані результати, а й, що не менш важливо, переваги й недоліки теоретичних методів отримання цих результатів.

Другий розділ присвячений вивченню спектральних параметрів бозе-поляронів з притягальною та відштовхувальною взаємодіями з розрідженим бозе-газом. Методом теорії збурень Релея-Шредінгера отримано змінений взаємодією енергетичний спектр домішки у простому і зручному для розрахунків і аналізу вигляді. Показано, що отриманий спектр узгоджується з результатами, отриманими в інших, більш складних і громіздких підходах.

Дослідження цієї ж системи теорією збурень Бріллюена-Вігнера виявило межі застосовності апроксимаційної схеми розрахунків загасання спектра та ефективної маси домішки і з притягальною, і з відштовхувальною взаємодіями з бозе-газом.

У третьому розділі досліджується домішка  ${}^3\text{He}$  у сильноскорельованій бозе-рідині  ${}^4\text{He}$  з урахуванням лише парної взаємодії між атомами рідини. Енергія взаємодії у представленні колективних координат записується через варіаційний параметр  $\lambda_i(k)$ , який знаходиться з умови мінімуму енергії. Фур'є-образи енергій взаємодії атомів бозе-рідини і атома домішки  $\tilde{\nu}(k)$  з атомами бозе-рідини  $\nu(k)$  прийнято рівними, оскільки вважається, що домішки з повністю заповненими  $s$ -оболонками. Величини  $\tilde{\nu}(k)$  пов'язуються зі структурним фактором  $S(k)$ , який вимірюється експериментально і в результаті розраховується енергія

розділення, яку потрібно затратити, щоб замінити домішковий атом – на атом бозе-рідини, а також енергії занурення та заміщення. Крім цього, розраховано ефективну зміну об'єму  $\alpha$ , яка вимірюється експериментально. Теоретичний результат виявився завищеним через те, що, на думку автора, в роботі не враховані три- та чотиричастинкові кореляції.

Також розраховувалася ймовірність знаходження домішкового атома з ненульовим імпульсом для домішок  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^6\text{He}$ . Вона виявилася тим більшою, чим більше число нуклонів у ядрі атома, що цілком відповідає фізичним міркуванням, бо чим важчий атом, тим важче йому зупинитися у середовищі, а отже більша ймовірність його знаходження з ненульовим імпульсом, і навпаки – менша ймовірність його знаходження з нульовим імпульсом.

**Четвертий розділ** дисертації цікавий тим, що в ньому домішка в бозе-рідині досліджується в незвичному підході деформованих дужок Пуассона, який дозволяє врахувати ангармонізм між сильно взаємодіючими атомами рідини, а взаємодія домішки з атомами речовини вважається слабкою і враховується теорією збурень.

Переходом до колективних координат і відповідних їм імпульсів, деформуючи комутаційні співвідношення між цими узагальненими координатами та імпульсами шляхом уведення відповідного параметра  $\beta_k$ , та переходом до нових канонічно-спряжених операторів зі стандартною алгеброю Гейзенберга, отримується гамільтоніан системи, з яким стаціонарне рівняння Шредінгера розв'язується, а отже відомий і спектр, і хвильові функції.

Параметр, а насправді функція деформації  $\beta_k$ , вибирається у вигляді функції  $\beta_k = -S(k)|S(k)-1|^3$  або іншої, де  $S(k)$  – є структурним фактором, що знаходиться екстраполяцією експериментального.

Уважаючи енергію взаємодії домішки з бозе-рідиною слабкою і далі застосовуючи теорію збурень, розраховується повна енергія системи, що

припадає на одну частинку, енергія розділення та ефективна маса домішки.

Порівнюючи ці величини з експериментальними, виявлено, що найкраще узгодження спостерігається для повної енергії, непогане для ефективної маси домішки, а найгірше – для енергії розділення.

**П'ятий розділ** дисертації відрізняється особливим підходом до задачі про рух спін-поляризованих фермі-домішок малої концентрації у рідкому  ${}^4\text{He}$  при застосуванні методу мацубарівських функцій Гріна у представленні інтегралів за траєкторіями. Для розрахунку фур'є-образу одночастинкової функції Гріна застосовується підхід Попова, у якому функціональні інтеграли обчислюються не за комплексними грасманівськими полями, а за дійсними змінними «фаза-густина».

Запропонований у дисертаційній роботі спосіб розрахунку енергії домішки в бозе-рідині базується на певному самоузгодженому розрахунку одночастинкової функції Гріна, повна власноенергетична частина якої пов'язана з повною вершинною функцією. Складний інтегрально-функціональний зв'язок між цими математичними об'єктами спонукає дослідницю до кількох суттєвих спрощень. Вони такі.

Припускається, що, по-перше, корелятор «густина-густина» вгаданий як функція структурного фактору бозе-системи, відомого з експерименту, по-друге, що функція Гріна домішки є анзацом  $G(p) = \{i\nu_n - \varepsilon_f^*(p)\}^{-1}$ , де  $\varepsilon_f^*(p) = \hbar^2 p^2 / 2M^*$ , а  $M^*$  – (шукана перенормована) ефективна маса домішки. Крім цього, “по дорозі розрахунку” точна бозонна вершина  $D(k_1, k_2, k_3)$  замінюється на “затравочну”  $D_0(k_1, k_2, k_3)$ .

У результаті самоузгоджених розрахунків у наближеннях  $1^{\text{st}}$  і  $2^{\text{nd}}$  порядку по діаграмах вершинної функції, було знайдено залежності енергії занурення і ефективної маси  $M^*$  домішки  ${}^3\text{He}$  у рідкому  ${}^4\text{He}$  від співвідношення мас атомів  ${}^3\text{He}$  і  ${}^4\text{He}$ . Цікаво відмітити, що зі збільшенням маси домішки ( $M$ ) приблизно до маси атома ( $m$ ) середовища, її ефективна маса  $M^*$  зростає, а енергія занурення – зменшується приблизно до нуля. З

подальшим збільшенням маси домішки  $M$  її ефективна маса лише зменшується, а енергія занурення стає від'ємною і зростає за абсолютною величиною.

Щойно описані результати дисертаційної роботи Паночко Галини Іванівни є цікавими й важливими як з точки зору виявлених властивостей бозе- і фермі-домішок у бозе-газі чи рідині, так і з точки зору виявлених можливостей застосованих математичних підходів до побудови відповідної теорії.

Результати наукових досліджень викладені і в дисертації, і в авторефераті у логічній послідовності. Вони корелюють з результатами інших теоретичних робіт та з експериментальними даними. Робота базується на адекватних моделях досліджуваних систем, які вивчаються належним теоретичним апаратом. Отримані висновки будуть корисними теоретикам і експериментаторам, які працюють не лише в області фізики бозон-домішкових систем, а й в інших галузях фізики. Суть роботи повно викладена в опублікованих працях, шість з яких – журнальні статті (п'ять з них у Scopus-них виданнях), та сімнадцять опубліковані у тезах доповідей на конференціях. Результати роботи неодноразово обговорювалися на наукових семінарах кафедри теоретичної фізики Львівського національного університету імені Івана Франка.

Хоча високий рівень дисертації Паночко Галини Іванівни не викликає сумніву, однак залишається декілька запитань і зауважень.

1. Цілковито згоджуючись з дисертанткою, що “найбільш цікавою є область сильної бозон-домішкової взаємодії”, я думаю, що не варто очікувати, як пише автор, кореневої залежності  $\tilde{\Gamma}_0$  від  $\Delta\tilde{\epsilon}_0$  на основі граничного згасання, отриманого у межах теорії збурень Бріллюена-Вігнера, оскільки вона є пертурбаційною, а при сильній взаємодії на коректні результати можна сподіватися лише при застосуванні непертурбативних підходів.

2. Вибір параметра деформації у формі (4.67) дав добре співпадання з експериментальним значенням повної енергії, що припадає на одну частинку, непогане для ефективної маси, але майже вдвічі завищену величину енергії розщеплення при  $\rho=0,0218\text{Å}$ . Тому запитання: чи не виконувався розрахунок цих величин з параметром  $\beta_k$  отриманим на основі апроксимації експериментальних значень (4.66) і якщо так, то які значення згаданих величин були отримані.
3. Оригінальне застосування мацубарівської функції Гріна до дослідження спін-поляризованих фермі-домішок у надплинному  ${}^4\text{He}$  базується на кількох суттєвих припущеннях, одним з яких є анзац  $G(p) = \{i v_n - \varepsilon_f^*(p)\}^{-1}$  з перенормованим спектром  $\varepsilon_f^*(p) = \hbar^2 p^2 / 2M^*$ , де  $M^*$  – перенормована ефективна маса домішки. У результаті самоузгоджених розрахунків була отримана величина  $M^* = 2,13M$ , яка добре узгоджується і з експериментальною  $M^* = 2,18M$ , і з отриманими іншими авторами. Однак, судячи з рис. 5.6, енергія занурення домішки при цьому знаходиться в околі нуля (за Кельвіном), а можливо й у від’ємній області. Отже, виникає запитання, чи не зумовлена від’ємна область значень енергії занурення спрощеним вибором анзацу, який не враховує загасання спектра?
4. У дисертаційній роботі та в авторефераті трапляються дрібні описки, не означені деякі величини на осях рисунків, хоча про це сказано в тексті. Інколи вживаються жаргонні вислови, наприклад, “імпульсна залежність”.

Зауваження до дисертації й автореферату не носять принципового характеру й не знижують високого наукового рівня роботи. Автореферат дисертації повною мірою відображає зміст її основних положень та ідей. Дисертація цілком відповідає вимогам чинних нормативних документів до

дисертацій на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.04.02 – Теоретична фізика, а сама дисертантка, Паночко Галина Іванівна, безумовно заслуговує на присудження їй цього ступеня.

Завідувач кафедри теоретичної фізики  
та комп'ютерного моделювання  
Чернівецького національного університету  
імені Юрія Федьковича,  
доктор фізико-математичних наук, професор

М.В. Ткач

"Підпис М.В. Ткача засвідчую"  
Вчений секретар  
Чернівецького національного університету  
імені Юрія Федьковича



І.М. Кубай