

Міністерство освіти і науки України  
Львівський національний університет  
імені Івана Франка

ББК – В 657.11я73-5 + В 667.1/.12я73-5  
Г–60  
УДК [524.37+524.5+524.7](076.5)

**Рецензенти:**

д-р фіз.-мат. наук, чл.-кор. НАН України *Ю.І. Изотов*,  
(Головна астрономічна обсерваторія АН України, Київ);

д-р фіз.-мат. наук *С.М. Андрієвський*,  
(Одеський національний університет ім. І.І. Мечникова)

В.В. Головатий, Б.Я. Мелех, Н.В. Гаврилова

*Рекомендовано до друку Вченою Радою фізичного факультету  
Львівського національного університету імені Івана Франка.  
Протокол №2 від 20 березня 2006 р.*

## **ФІЗИКА ГАЗОВИХ ТУМАННОСТЕЙ**

**Науковий редактор**

д-р фіз.-мат. наук, проф. **М.В. Ваврух**

### **Лабораторний практикум**

**Головатий В.В., Мелех Б.Я., Гаврилова Н.В.**

**Г–60** Фізика газових туманностей: Лабораторний практикум.  
— Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2006.  
— 78 с.

Викладено теоретичний матеріал, необхідний для розрахунку фізичних характеристик та хімічного складу газових туманностей. Описано класичні методи діагностики небулярного газу і сучасні методи фотоіонізаційного моделювання світіння газових туманностей. Лабораторні роботи астрофізичного практикуму розділено на дві частини.

Для студентів-астрофізиків третього-п'ятого курсів.

**ББК – В 657.11я73-5 + В 667.1/.12я73-5**

©Головатий В.В., Мелех Б.Я., Гаврилова Н.В., 2006

Львів  
Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка  
2006

## ВСТУП

Газові туманності (ГТ) є дуже поширеним типом астрофізичних об'єктів. За кількістю в цьому типі можна виділити такі головні підтипи: планетарні та дифузні туманності, зони іонізованого водню (НІІ) в блакитних компактних карликових галактиках, небулярний газ у ядрах активних галактик і квазарах та ін. Вони є різними за природою і походженням, утворені на різних етапах еволюції зоряних систем, тому відображають еволюцію хімічного складу в кожному з цих об'єктів. Точне визначення хімічного складу зазначених об'єктів є важливим для вивчення проблем зоряного нуклеосинтезу, історії зореутворення та особливостей хімічної еволюції речовини у Всесвіті. Детальний аналіз хімічного складу ГТ дає змогу точніше визначити догалактичний вміст гелію  $Y_p$  та уточнити його збагачення важкими елементами  $dY/dZ$  в ході хімічної еволюції речовини у Всесвіті.

Характерною особливістю спектрів ГТ є одночасна наявність у них рекомбінаційних та заборонених ліній атомів та іонів різних хімічних елементів. Вони виникають у розрідженому (небулярному) газовому середовищі за порівняно низьких електронних температур. Світіння небулярного газу відбувається під дією жорсткого ультрафіолетового випромінювання їхніх центральних іонізуючих джерел. У спектрах ГТ простежуються дозволені лінії Н і He, заборонені лінії N, O, Ne, S, Ar та інші, а також слабкий неперервний спектр. Аналіз інтенсивностей цих ліній дає змогу визначити параметри, що характеризують фізичні умови в об'єктах. Головними фізичними параметрами є поле іонізуючо-

го випромінювання центральної зорі, густина небулярного газу та його хімічний склад. Взаємодія поля іонізуючого випромінювання з газом певної густини та хімічного складу приводить до нагрівання газу, іонізації атомів і, відповідно, до виникнення емісійного лінійчастого та неперервного спектрів.

Мета другого розділу лабораторного практикуму — оволодіння практичними навиками наближеного, але ще досить популярного дослідження фізичних характеристик та хімічного складу ГТ. Спектри конкретної туманності задає викладач. Дослідження складається з чотирьох робіт і є комплексним: параметри, знайдені в попередніх роботах, використовують у наступних.

Третій розділ лабораторного практикуму спрямований на освоєння студентом пакета прикладних комп'ютерних програм, частина з яких розроблена в астрономічній обсерваторії та на кафедрі астрофізики Львівського національного університету імені Івана Франка для точнішого визначення фізичних характеристик і хімічного складу планетарних туманностей (ПТ) та зон НІІ в блакитних компактних карликових галактиках (БККГ). Дослідження складаються з трьох робіт, які виконують за допомогою конкретних комп'ютерних програм і які також є комплексними: спектри туманностей, задані викладачем для виконання першої частини практикуму, використовують для визначення фізичних характеристик та хімічного складу туманностей. Головними (вхідними) фізичними параметрами, що визначають емісійний лінійчастий спектр туманності, є такі: поле іонізуючого випромінювання центрального джерела (зоря у випадку ПТ і скупчення зір у випадку зон НІІ в БККГ); густина небулярного газу і його радіальний розподіл; іонізація атомів  $A^{+i+1}/A^{+i}$ ; електронна температура  $T_e$  і концентрація  $n_e$ ; іонні концентрації  $A^{+i}/H^{+}$  і, відповідно, хімічний склад  $A/H$ .

Відшукані значення характеристик поля іонізуючого випро-

мінювання, густини газу і його радіального розподілу та хімічного складу використовують для моделювання світіння туманності. Отриманий у результаті моделювання емісійний лінійчастий спектр туманності порівнюють зі спостережуваним спектром. Подальшим підбиранням вхідних параметрів розрахований спектр необхідно узгодити зі спостережуваним, що дає змогу визначити головні фізичні характеристики та хімічний склад ГТ. Кінцевим етапом є комп'ютерна оптимізація фотоіонізаційного моделювання світіння ГТ, мета якого — визначення оптимальних значень фізичних характеристик та хімічного вмісту туманності шляхом відтворення спостережуваного спектра за допомогою модельного.

Головними комп'ютерними програмами для визначення фізичних характеристик та хімічного складу туманностей є такі: програма DIAGN [3], яка дає змогу визначити електронні температури  $T_e$  і концентрації  $n_e$  методом перетину кривих  $n_e-T_e$ , отриманих для різних відношень інтенсивностей заборонених ліній, з подальшим визначенням іонного та хімічного вмістів; програма CLOUDY [38], яку використовують для фотоіонізаційного та оптимізованого моделювання небулярних об'єктів.

Для виконання другої частини студент повинен знати алгоритми роботи згаданих вище програм. Основою алгоритму програми DIAGN студенти оволодівають під час виконання першої частини практикуму. З конкретним методом реалізації програми DIAGN та методами розрахунку фотоіонізаційних і оптимізованих фотоіонізаційних моделей світіння можна ознайомитись у теоретичних відомостях до робіт другої частини лабораторного практикуму. Для детальнішого розгляду алгоритмів фотоіонізаційного моделювання світіння ГТ доцільно прочитати праці [7, 38], а для вивчення фізичних процесів у ГТ — [1, 11, 12].

## РОЗДІЛ 1

### ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДІАГНОСТИКИ ТА МОДЕЛЮВАННЯ СВІТІННЯ ГАЗОВИХ ТУМАННОСТЕЙ

#### 1.1. Іонізаційно-рекомбінаційна рівновага

**1.1.1. Елементарні процеси іонізації.** В умовах газових туманностей головними є три процеси іонізації: фотоіонізації прямим (зоряним) і дифузним (утвореним у туманності) іонізуючим випромінюванням; ударні іонізації вільними електронами; реакції обміну зарядом, що спричиняють іонізацію даного іона (іонізаційні перезарядки).

Кількість фотоіонізацій іонів/атомів  $X^i$  в одиниці об'єму навколо деякої точки за одиницю часу прямим випромінюванням

$$n_{ion}^*(X^i, r) = n(X^i, r) \frac{R^2}{r^2} \int_{\nu_0(X^i)}^{\infty} F_{\nu}^* e^{-\tau_{\nu}(r)} \sigma_{\nu}(X^i) \frac{d\nu}{h\nu}, \quad (1.1)$$

де  $F_{\nu}^*$  – потік випромінювання від зорі на частоті  $\nu$  на відстані Землі з урахуванням міжзоряного поглинання;  $R$  – відстань до туманності;  $r$  – відстань від ядра туманності до точки, яку розглядають;  $n^*(X^i, r)$  – концентрація іона  $X^i$ ;  $\sigma_{\nu}(X^i)$  – його ефективний переріз фотоіонізації;  $\tau_{\nu}(r)$  – оптична товщина на шляху від внутрішньої точки туманності до точки, яку розглядають;

$\nu_0(X^i)$  – частота, яка відповідає межі іонізації  $X^i$ . Інтегрування в (1.1) виконують за всіма діапазонами частот випромінювання, яке поглинає іон  $X^i$ .

Головними поглинальними атомами в туманності є  $H^0$ ,  $He^0$  і  $He^+$ . Їхні межі іонізації дорівнюють довжинам хвиль 912, 504 і 228 Å, відповідно, тому вираз для  $\tau_\nu(r)$  можна записати так:

$$\tau_\nu(r) = \begin{cases} \int_{r_{in}}^r n(H^0, r') \sigma_\nu(H^0) dr', & \nu_{912} \leq \nu \leq \nu_{504}; \\ \int_{r_{in}}^r [n(H^0, r') \sigma_\nu(H^0) + n(He^0, r') \sigma_\nu(He^0)] dr', & \nu_{504} \leq \nu \leq \nu_{228}; \\ \int_{r_{in}}^r [n(H^0, r') \sigma_\nu(H^0) + n(He^0, r') \sigma_\nu(He^0) + \\ + n(He^+, r') \sigma_\nu(He^+)] dr', & \nu \geq \nu_{228}, \end{cases} \quad (1.2)$$

де  $r_{in}$  – радіус внутрішньої межі оболонки туманності; частоти  $\nu_{912}$ ,  $\nu_{504}$ ,  $\nu_{228}$  відповідають межах іонізації  $H^0$ ,  $He^0$ ,  $He^+$ .

Фотоіонізація відбувається також дифузним  $L_c$ -випромінюванням, що виникає в туманності у разі рекомбінацій вільних електронів на основні (перші) рівні іонів  $H^+$ ,  $He^+$ ,  $He^{++}$  і на другий рівень  $He^{++}$ , а також квантами ліній  $L_\alpha$  ( $He$  I) і  $L_\alpha$  ( $He$  II). Кількість таких іонізацій іонів  $X^i$  в одиниці об'єму за одиницю часу

$$n_{ion}^d(X^i, r) = n(X^i, r) \int_{\nu_0(X^i)}^{\infty} \sigma_\nu(X^i) \frac{4\pi J_\nu^d(r)}{h\nu} d\nu, \quad (1.3)$$

де  $J_\nu^d(r)$  – середня інтенсивність дифузного випромінювання у заданій точці туманності.

За характерної для туманностей електронної температури  $T_e \geq 10^4$  К частина вільних електронів має енергію, достатню для ударної іонізації водню та інших хімічних елементів. Кількість ударних іонізацій іонів  $X^i$  в одиниці об'єму за одиницю

часу

$$n_{ion}^c(X^i, r) = n(X^i, r) n_e(r) q_c(X^i), \quad (1.4)$$

де  $n_e$  – електронна концентрація;  $q_c(X^i)$  – коефіцієнт ударної іонізації (який залежить від  $T_e$ ).

Нарешті, третім процесом іонізації іонів  $X^i$  є іонізаційна перезарядка – процес, за якого іон  $X^i$  віддає один зі своїх електронів іншому іону в разі наближення до нього. Оскільки в туманностях вміст важких елементів на три – чотири порядки нижчий від вмісту водню, то для будь-якого іона  $X^i$  суттєвими будуть лише перезарядки з  $H$  і  $He$ . Кількість таких іонізаційних перезарядок іонів  $X^i$  з іонами  $H^+$  і  $He^+$  в одиниці об'єму за одиницю часу

$$n_{ion}^{ch}(X^i, r) = n(X^i, r) \left[ n(H^+, r) \vec{k}(X^i, H^+) + n(He^+, r) \vec{k}(X^i, He^+) \right], \quad (1.5)$$

де  $\vec{k}(X^i, H^+)$ ,  $\vec{k}(X^i, He^+)$  – імовірності відповідних іонізаційних перезарядок (стрілка вказує напрям передавання електрона).

Отже, повна кількість іонізацій іонів  $X^i$  в одиниці об'єму за одиницю часу є сумою виразів (1.1), (1.3)–(1.5):

$$n_{ion}(X^i, r) = n_{ion}^*(X^i, r) + n_{ion}^d(X^i, r) + n_{ion}^c(X^i, r) + n_{ion}^{ch}(X^i, r). \quad (1.6)$$

**Атомні дані.** Для розрахунку кількості іонізацій необхідні значення ефективних перерізів фотоіонізації  $\sigma_\nu(X^i)$ , потенціалів іонізації  $h\nu_0(X^i)$ , коефіцієнтів ударної іонізації  $q_c(X^i)$  та ймовірностей перезарядок  $\vec{k}(X^i, H^+)$ ,  $\vec{k}(X^i, He^+)$ .

Через сильну дилуцію і низьку густину газу практично всі атоми та іони туманності перебувають в основному стані, тому для розрахунків достатньо знати перерізи фотоіонізації з основного стану. Залежність цих перерізів від частоти, як звичайно,

записують апроксимаційним виразом

$$\sigma_\nu(X^i) = \sigma_0(ax^s + bx^{s-1} + cx^{s-2}), \quad (1.7)$$

де  $\sigma_\nu$  – переріз на межі іонізації;  $a, b, c$  – параметри апроксимації,  $x = \nu/\nu_0(x^i)$ . Значення  $\nu_0(X^i)$ ,  $\sigma_0, a, b, c, s$  для атомів та іонів, розрахованих у нашій моделі, взяті з [32, 33, 44, 54, 57, 61]. Для деяких іонів ці параметри апроксимовані даними з праці [56].

Коефіцієнти ударної іонізації для  $H^0, He^0, He^+$  відображено апроксимаційними формулами з праці [23]:

$$q_c(H^0) = 1.411 \cdot T_e^{-3/2} \cdot e^{-\beta} \cdot \beta^{-1.942} \text{ см}^3/\text{с}; \quad (1.8)$$

$$q_c(He^0) = 2.378 \cdot T_e^{-3/2} \cdot e^{-\beta} \cdot \beta^{-2.144} \text{ см}^3/\text{с}; \quad (1.9)$$

$$q_c(He^+) = 1.876 \cdot T_e^{-3/2} \cdot e^{-\beta} \cdot \beta^{-1.896} \text{ см}^3/\text{с}. \quad (1.10)$$

У цих формулах  $\beta = \chi_i/kT_e$ ,  $\chi_i$  – відповідний потенціал іонізації.

Для розрахунку коефіцієнтів ударної іонізації атомів та іонів важких елементів використано формулу з праці [60]:

$$q_c(X^i) = \frac{A_{col} T_e^{1/2}}{1 + 0.1 T_e / T_{col}} \cdot e^{-T_{col}/T_e} \text{ см}^3/\text{с}, \quad (1.11)$$

у якій наведено величини  $A_{col}$  і  $T_{col}$ .

Відомі сьогодні ймовірності іонізаційних перезарядок іонів  $X^i$  з  $H^+$  і  $He^+$  зібрані з праць [23, 29, 37, 40, 41, 53, 62, 65].

Для  $H^0$  відома також швидкість перезарядки  $\vec{k}$  ( $H^0, He^{++}$ ) =  $1.6 \cdot 10^{-13} \text{ см}^3/\text{с}$  [23]. Цю перезарядку необхідно ввести у вираз (1.5) для розрахунку кількості іонізацій нейтрального водню.

**1.1.2. Елементарні процеси рекомбінації.** В газових туманностях відбуваються рекомбінації трьох видів: радіативні рекомбінації, діелектронні рекомбінації і реакції обміну зарядом,

що приводять до рекомбінації даного іона (рекомбінаційні перезарядки).

Кількість радіативних рекомбінацій іонів  $X^i$  в одиниці об'єму за одиницю часу

$$n_{rec}^{rad}(X^{i+1}, r) = n(X^{i+1}, r) n_e(r) \alpha^{rad}(X^{i+1}), \quad (1.12)$$

де  $\alpha^{rad}(X^{i+1})$  – повний коефіцієнт радіативної рекомбінації (підсумований за всіма енергетичними рівнями іона  $X^{i+1}$ ).

Діелектронна рекомбінація іона  $X^{i+1}$  відбувається двома етапами: спочатку рекомбінувальний електрон збуджує утворений у результаті рекомбінації іон  $X^i$  до автоіонізаційного (двічі збудженого) стану, а потім цей стан розпадається. Як засвідчили дослідження [50]–[52], для багатьох іонів, крім звичайної (високотемпературної) складової, діелектронна рекомбінація має також низькотемпературну складову, яка проходить через низькі енергетичні стани. В загальному випадку кількість діелектронних рекомбінацій іонів  $X^{i+1}$  в одиниці об'єму за одиницю часу

$$n_{rec}^{di}(X^{i+1}, r) = n(X^{i+1}, r) n_e(r) \left[ \alpha_H^{di}(X^{i+1}) + \alpha_L^{di}(X^{i+1}) \right], \quad (1.13)$$

де  $\alpha_H^{di}(X^{i+1})$  і  $\alpha_L^{di}(X^{i+1})$  – коефіцієнти діелектронної рекомбінації іона  $X^{i+1}$  за високих і низьких температур, відповідно. Оскільки діелектронна рекомбінація пов'язана зі збудженням електрона рекомбінувального іона, вона неможлива для  $H^+$ -подібних ядер.

У випадку рекомбінаційної перезарядки іон  $X^{i+1}$  забирає електрон у будь-якого атома або іона з наближенням до нього, тобто відбувається рекомбінація іона  $X^{i+1}$ . Кількість рекомбінаційних перезарядок іона  $X^{i+1}$  з атомами  $H^0$  і  $He^0$  в одиниці об'єму за одиницю часу

$$n_{rec}^{ch}(X^{i+1}, r) = n(X^{i+1}, r) \left[ n(H^0, r) \overleftarrow{k}(X^{i+1}, H^0) + n(He^0, r) \overleftarrow{k}(X^{i+1}, He^0) \right], \quad (1.14)$$

де  $\overleftarrow{k}(X^{i+1}, H^0)$ ,  $\overleftarrow{k}(X^{i+1}, He^0)$  – ймовірності відповідних рекомбінаційних перезарядок. Перезарядки з іншими атомами й іонами, крім  $H^0$  і  $He^0$ , є несуттєвими.

Отже, повна кількість рекомбінацій іонів  $X^{i+1}$  в одиниці об'єму за одиницю часу дорівнює сумі виразів (1.12)–(1.14):

$$n_{rec}(X^{i+1}, r) = n_{rec}^{rad}(X^{i+1}, r) + n_{rec}^{di}(X^{i+1}, r) + n_{rec}^{ch}(X^{i+1}, r). \quad (1.15)$$

**Атомні дані.** Коефіцієнти радіативної рекомбінації для  $H$  і  $He$  розраховані за такими формулами праці [58]:

$$\alpha^{rad}(H^+) = \frac{2.06 \cdot 10^{-11}}{T_e^{1/2}} \left[ 0.43 + \frac{1}{2} \ln \frac{157800}{T_e} + 0.47 \left( \frac{T_e}{157800} \right)^{\frac{1}{3}} \right]. \quad (1.16)$$

$$\alpha^{rad}(He^{++}) = \frac{8.25 \cdot 10^{-11}}{T_e^{1/2}} \left[ 0.43 + \frac{1}{2} \ln \frac{631400}{T_e} + 0.47 \left( \frac{T_e}{631400} \right)^{\frac{1}{3}} \right]. \quad (1.17)$$

Тут  $\alpha$  мають розмірність  $\text{см}^3/\text{с}$ .

Для інших іонів коефіцієнти

$$\alpha^{rad}(X^{i+1}) = A_{rad} \cdot \left( \frac{T_e}{10000} \right)^{\chi_{rad}} \text{см}^3/\text{с}. \quad (1.18)$$

Значення параметрів  $A_{rad}$  і  $\chi_{rad}$ , які є в цьому виразі, взято з праць [30, 60].

Коефіцієнти діелектронної рекомбінації за високих температур описує формула

$$\alpha_H^{di}(X^{i+1}) = A_{di} T_e^{-3/2} \cdot e^{-T_0/T_e} \left( 1 + B_{di} e^{-T_1/T_e} \right) \text{см}^3/\text{с}, \quad (1.19)$$

де параметри  $A_{di}$ ,  $B_{di}$ ,  $T_0$ ,  $T_1$  наведені в [22, 60].

Коефіцієнти діелектронної рекомбінації за низьких температур відображені формулою праці [50]:

$$\alpha_L^{di}(X^{i+1}) = \left[ \frac{a}{t} + b + ct + dt^2 \right] t^{-3/2} e^{-f/t} 10^{-12} \text{см}^3/\text{с}, \quad (1.20)$$

де  $t = T_e/10\,000$ . Параметри  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $f$  для іонів  $C$ ,  $N$ ,  $O$ ,  $Na$ ,  $Mg$ ,  $Si$  взяті з праць [50]–[52]. Для іона  $Si^{3+}$  ці параметри оцінені за припущення, що відношення  $\alpha_L^{di}/\alpha^{rad}(Si^{3+})$  дорівнює відношенню відповідних коефіцієнтів для іона  $C^{3+}$ , подібного за структурою на  $Si^{3+}$ . Для іонів сірки й аргону коефіцієнти діелектронної рекомбінації за низьких температур поки що невідомі.

Значення ймовірностей рекомбінаційних перезарядок різноманітних іонів  $X^{i+1}$  з атомами  $H^0$  і  $He^0$  наведені в працях [23], [27]–[30], [34, 40, 41, 53, 65].

**1.1.3. Рівняння іонізаційної рівноваги.** Час усталення в плазмі рівноваги між іонізаціями і рекомбінаціями описує відоме співвідношення

$$t_r \simeq \frac{1}{n_e \alpha(X^{i+1})}. \quad (1.21)$$

Наприклад, при характерних для ПТ значеннях  $n_e \sim 10^3 \text{см}^{-3}$ ,  $T_e \sim 10^4 \text{К}$  час  $t_r$  не перевищує  $\sim 100$  років для найповільніших рекомбінувальних іонів. Для молодих туманностей з  $n_e \sim 10^4 - 10^5 \text{см}^{-3}$  час  $t_r$  значно коротший.

Зі спостережуваних даних випливає, що вік навіть наймолодших ПТ перевищує  $t_r$ . З іншого боку, у разі характерного часу існування ПТ  $\sim 50\,000$  років за час  $t_r$  в туманності не встигають відбутися мінімально помітні еволюційні зміни. Тому з достатньою точністю можна вважати, що ПТ перебуває в стані

іонізаційно-рекомбінаційної рівноваги, рівняння якої має вигляд

$$\begin{aligned} n_{ion}^*(X^i, r) + n_{ion}^d(X^i, r) + n_{ion}^c(X^i, r) + n_{ion}^{ch}(X^i, r) = \\ = n_{ion}^{rad}(X^{i+1}, r) + n_{ion}^{di}(X^{i+1}, r) + n_{ion}^{ch}(X^{i+1}, r) \end{aligned} \quad (1.22)$$

для всіх іонів  $X^i$ , що існують у туманності.

## 1.2. Енергетичний баланс

### 1.2.1. Процеси, що приводять до нагрівання газу.

Головним і практично єдиним джерелом нагрівання газу ПТ є пряме і дифузне іонізуюче випромінювання. Внесок усіх інших можливих джерел енергії (дисипація ударних хвиль, нагрівання космічними променями тощо) малий настільки, що ним можна знехтувати (принаймні в межах головної структури туманності).

Коли квант з енергією  $h\nu$  іонізує атом чи іон  $X^i$  з потенціалом іонізації  $h\nu_0(X^i)$ , то надлишкова енергія  $h\nu - h\nu_0(X^i)$  передається вільному електрону і потім у процесі його термалізації – навколишньому газу. Отже, надходження енергії на одиницю об'єму за одиницю часу (див. вирази (1.1), (1.3))

$$\begin{aligned} G = \sum_{X^i} \sigma(X^i, r) \int_{\nu_0(X^i)}^{\infty} \left[ \frac{R^2}{r^2} F_{\nu}^* e^{-\tau_{\nu}(r)} + 4\pi J_{\nu}^d(r) \right] \times \\ \times \sigma_{\nu}(X^i) h(\nu - \nu_0(X^i)) \frac{d\nu}{h\nu}. \end{aligned} \quad (1.23)$$

Всі позначення в цій формулі і відповідні атомні дані наведені вище. В умовах ПТ фотоіонізації елементів, важчих від гелію, роблять незначний внесок у нагрівання газу, тому в формулі (1.23) можна виконувати підсумовування лише за  $H^0$ ,  $He^0$ ,  $He^+$ . Однак у загальному випадку внесок важких елементів у нагрівання може бути суттєвим (наприклад, у зонах НІІ або у випадку дуже жорсткого спектра іонізуючого випромінювання).

**1.2.2. Механізми охолодження газу.** Вільні електрони в туманності витрачають свою енергію:

- 1) на збудження електронним ударом низьких енергетичних рівнів атомів та іонів;
- 2) на ударну іонізацію атомів та іонів;
- 3) у разі радіативних і діелектронних рекомбінацій;
- 4) у випадку вільно-вільних переходів у полях додатних іонів.

Розглянемо послідовно всі ці процеси.

1. Багато атомів та іонів мають порівняно низькі метастабільні енергетичні рівні, які ефективно збуджує електронний удар за існуючих у туманностях температур  $T_e \sim 10^4$  К. У випадку спонтанних переходів з цих рівнів випромінюються кванти заборонених та інтеркомбінаційних ліній, що вільно покидають туманність, оскільки коефіцієнт поглинання в цих лініях надзвичайно малий. Цей процес найефективніше зменшує енергію в туманності. Подібним способом газ охолоджується в разі ударного збудження дозволених ліній, головно резонансних, однак у випадку резонансних ліній випромінювані кванти дифундують у туманності і виходять з неї лише після великої кількості перевипромінювань. Втрати енергії на збудження нижніх рівнів в одиниці об'єму за одиницю часу

$$\varepsilon_{cl} = n_e \sum_{X^i} n(X^i) \sum_{j=1}^{N_1(X^i)-1} \sum_{k=j+1}^{N_1(X^i)} (n_j q_{jk} - n_k q_{kj}) \chi_{kj}(X^i), \quad (1.24)$$

де  $n_j$  – відносна заселеність рівня  $j$  іона  $X^i$ ;  $N_1(X^i)$  – кількість враховуваних нижніх енергетичних рівнів іона  $X^i$  (для резонансних та інтеркомбінаційних ліній звичайно приймають  $N_1 = 2$ );  $q_{jk}$  – імовірність переходу з рівня  $j$  на рівень  $k$  іона  $X^i$ ;  $\chi_{kj}(X^i)$  – енергія переходу між цими рівнями. У випадку ударного механізму збудження світіння ліній вираз (1.24) можна записати у

зручнішому для використання вигляді

$$\varepsilon = \sum_{X^i} \sum_{k=2}^{N_1(X^i)} \sum_{j=1}^{k-1} \varepsilon_c(\lambda_{kj}, X^i), \quad (1.25)$$

де  $\lambda_{kj}$  – довжина хвилі лінії, що виникає в разі переходу з рівня  $k$  на рівень  $j$  іона  $X^i$ ;  $\varepsilon_c(\lambda_{kj}, X^i)$  – випромінювальна спроможність газу в цій лінії, зумовлена ударним механізмом збудження. Підсумовування в формулах (1.24) і (1.25) виконують за всіма іонами  $X^i$ , які мають достатньо низькі енергетичні рівні. Методика розрахунку  $\varepsilon_c(\lambda_{kj}, X^i)$  для іонів важких елементів описана нижче.

2. У випадку ударної іонізації електрон, що налітає, витрачає частину енергії на вивільнення електрона з іонізуючого атома або іона, тобто також відбувається охолодження небулярного газу. Оскільки в умовах ПТ через сильну дилуцію випромінювання відносна кількість збуджених атомів невелика, то практично всі ударні іонізації відбуваються з основного рівня. В такому випадку формула для втрат енергії на ударну іонізацію в одиниці об'єму за одиницю часу набуде вигляду

$$\varepsilon_{ci} = n_e \sum_{X^i} n(X^i) q_c(X^i) h\nu_0(X^i), \quad (1.26)$$

де  $q_c(X^i)$  – коефіцієнт ударної іонізації з основного рівня іона  $X^i$ . За характерних для ПТ температур і хімічного складу в (1.26) достатньо враховувати одну складову, що відповідає ударній іонізації  $H^0$  (1.34).

3. У процесі рекомбінації вільний електрон, приєднуючись до іона  $X^{i+1}$ , виносить з газу свою кінетичну енергію – газ охолоджується. Втрати енергії в разі радіативних рекомбінацій вільних електронів та іонів  $X^{i+1}$  в одиниці об'єму за одиницю часу

можна обчислити за формулою

$$\begin{aligned} \varepsilon^{rad}(X^{i+1}) &= n_e n(X^{i+1}) \times \\ &\times \sum_{j=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{m_e v^2}{2} \sigma_{cj}(X^{i+1}, v) v f(v, T_e) dv, \end{aligned} \quad (1.27)$$

де  $m_e v^2/2$  – кінетична енергія електрона;  $\sigma_{cj}(X^{i+1}, v)$  – імовірність радіативної рекомбінації електрона, який має швидкість  $v$ , на рівень  $j$  іона  $X^{i+1}$ ;  $f(v, T_e)$  – функція максвелівського розподілу електронів за швидкостями при температурі  $T_e$ . Можна знайти середню енергію електрона, що рекомбінує з іоном  $X^{i+1}$ , діленням (1.27) на кількість радіативних рекомбінацій:

$$E_e(X^{i+1}) = \frac{\varepsilon^{rad}(X^{i+1})}{n_e n(X^{i+1}) \alpha^{rad}(X^{i+1})} = kT_e \frac{\chi_1(\beta)}{\varphi_1(\beta)}, \quad (1.28)$$

де  $k$  – стала Больцмана;  $\beta = h\nu_0(X^i)/kT_e$ , а функції  $\chi_1(\beta)$  (1.35) і  $\varphi_1(\beta)$  (1.36) визначені в [19]. З використанням (1.28) вираз для сумарних втрат енергії в разі радіативних рекомбінацій набуде вигляду

$$\begin{aligned} \varepsilon^{rad} &= \sum_{X^{i+1}} \varepsilon^{rad}(X^{i+1}) = \\ &= n_e kT_e \sum_{X^{i+1}} n(X^{i+1}) \alpha^{rad}(X^{i+1}) \frac{\chi_1(\beta)}{\varphi_1(\beta)}. \end{aligned} \quad (1.29)$$

Оскільки відносний вміст важких елементів малий, то в (1.29) достатньо виконати підсумовування за  $H^+$ ,  $He^+$ ,  $He^{++}$ .

Враховати охолодження газу в разі діелектронних рекомбінацій можна наближено так. Як відомо, у високотемпературній складовій діелектронної рекомбінації беруть участь лише ті електрони, кінетична енергія яких є більшою від енергії збудження першого автоіонізаційного рівня відповідного іона ( $\geq 10$  eV).



Відносна кількість електронів з такою енергією в умовах ПТ невелика: вона експоненційно зменшується зі збільшенням енергії електрона. Тому при температурах  $T_e$ , які не перевищують приблизно  $5 \cdot 10^4$  К, можна прийняти, що середня кінетична енергія електрона, який бере участь у високотемпературній складовій діелектронної рекомбінації, дорівнює пороговій енергії. В такому наближенні втрати енергії в разі високотемпературної складової діелектронної рекомбінації в одиниці об'єму за одиницю часу можна обчислити за формулою

$$\varepsilon_H^{di} = n_e \sum_{X^{i+1}} n(X^{i+1}) \alpha_H^{di}(X^{i+1}) E_1(X^{i+1}), \quad (1.30)$$

де  $E_1(X^{i+1})$  – енергія збудження першого автоіонізаційного рівня двічі збудженого іона, утвореного в результаті діелектронної рекомбінації іона  $X^{i+1}$ . Що стосується низькотемпературної складової діелектронної рекомбінації, яка відбувається через низькі енергетичні стани, то її енергетичний поріг невеликий і середня енергія електрона, що рекомбінує, буде, очевидно, близькою до середньої теплової енергії  $\frac{3}{2}kT_e$  (на жаль, детальних розрахунків поки що нема). Втрати енергії в разі низькотемпературної діелектронної рекомбінації можна оцінити так:

$$\varepsilon_L^{di} = n_e \cdot \frac{3}{2}kT_e \sum_{X^{i+1}} n(X^{i+1}) \alpha_L^{di}(X^{i+1}). \quad (1.31)$$

З характерним для ПТ хімічним складом у сумі (1.30) основний внесок у підсумовування дає  $He^+$ , а виразом (1.31) можна знехтувати порівняно з (1.29) і (1.30).

Отже, сумарні втрати енергії в разі радіативних і діелектронних рекомбінацій дорівнюють сумі виразів (1.29)–(1.31):

$$\varepsilon_{rec} = \varepsilon^{rad} + \varepsilon_H^{di} + \varepsilon_L^{di}. \quad (1.32)$$

4. Вільно-вільні переходи електронів у полях додатних іонів також супроводжуються випромінюванням, а отже, приводять до охолодження газу. Для розрахунку відповідних втрат енергії в одиниці об'єму за одиницю часу можна використати формулу праці [19]:

$$\varepsilon_{ff} = 1.85 \cdot 10^{-27} n_e T_e^{1/2} \sum_{X^i} n(X^i) Z^2(X^i), \quad (1.33)$$

де  $Z(X^i)$  – заряд додатного іона  $X^i$  (в одиницях заряду електрона). Для умов ПТ достатньо виконувати підсумовування в (1.33) за  $H^+$ ,  $He^+$ ,  $He^{++}$ .

**Атомні дані.** Всі атомні дані, необхідні для розрахунку величин  $\varepsilon_c(\lambda_{kj}, X^i)$  з формули (1.25) для іонів важких елементів, наведені нижче.

Вираз для врахування сумарних втрат енергії на ударне збудження й ударну іонізацію  $H^0$  (тобто  $\varepsilon_{cl}(H^0) + \varepsilon_{ci}(H^0)$ ) отримано апроксимацією даних з праці [10]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{cl}(H^0) + \varepsilon_{ci}(H^0) &= \\ &= n_e n(H^0) \cdot 3.81 \cdot 10^{-21} \cdot T_e^{1/2} \cdot e^{-\frac{114120}{T_e}} \frac{\text{eрг}}{\text{см}^3 \text{с}}. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Функції  $\chi_1(\beta)$  і  $\varphi_1(\beta)$  можна розрахувати (у водневоподібному наближенні) за формулами, отриманими апроксимацією даних з [19]:

$$\chi_1(\beta) = -0.071 + 0.5 \ln(\beta) + 0.64 \cdot \beta^{-1/3}, \quad (1.35)$$

$$\varphi_1(\beta) = 0.431 + 0.5 \ln(\beta) + 0.46 \cdot \beta^{-1/3}. \quad (1.36)$$

Значення енергій  $E_1(X^{i+1})$  у виразі (1.30) визначають через відповідні значення температур  $T_0(X^{i+1})$ , які використовують у формулі (1.19):

$$E_1(X^{i+1}) = kT_0(X^{i+1}). \quad (1.37)$$

Формули для розрахунку коефіцієнтів радіативної та діелектронної рекомбінації наведені вище.

Вираз (1.33) для врахування сумарних втрат енергії в разі вільно-вільних переходів у полі іонів  $H^+$ ,  $He^+$ ,  $He^{++}$  є таким:

$$\varepsilon_{ff} = 1.85 \cdot 10^{-27} n_e T_e^{1/2} \times \left[ n(H^+) + n(He^+) + 4n(He^{++}) \right] \frac{\text{ерг}}{\text{см}^3 \text{ с}}. \quad (1.38)$$

**1.2.3. Рівняння енергетичного балансу.** Час усталення теплової рівноваги в газі можна оцінити за допомогою відомого співвідношення

$$t_T \sim \frac{n_e k T_e}{\Lambda}, \quad (1.39)$$

де  $\Lambda = \varepsilon_{cl} + \varepsilon_{ci} + \varepsilon_{rec} + \varepsilon_{ff}$  – швидкість охолодження небулярного газу. При характерних для ПТ  $n_e \sim 10^3 \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e \sim 10^4 \text{ К}$  величина  $\Lambda \sim 10^{-17} \text{ ерг/см}^3 \cdot \text{с}$  [19] і тоді час  $t_T \sim 10$  років. Оскільки  $\Lambda \ll n^2$ , то для молодих ПТ більшої густини цей час буде ще меншим. Отже, оболонки ПТ протягом існування перебувають у стані рівноваги між надходженням і втратами енергії.

Рівняння енергетичного балансу газу вільних електронів у туманності, що описує цю рівновагу, має вигляд

$$G = \Lambda. \quad (1.40)$$

Головний внесок у нагрівання газу роблять фотоіонізації  $H^0$ ,  $He^0$ ,  $He^+$ , а як охолоджувальні чинники в умовах ПТ треба враховувати: 1) ударне збудження атомів та іонів  $H^0$ ,  $C^0 - C^{3+}$ ,  $N^0 - N^{4+}$ ,  $O^0 - O^{4+}$ ,  $Ne^+ - Ne^{4+}$ ,  $Mg^+$ ,  $Mg^{3+}$ ,  $Si^+ - Si^{3+}$ ,  $S^+ - S^{3+}$ ,  $Ar^+ - Ar^{4+}$ ; 2) ударну іонізацію  $H^0$ ; 3) радіативну рекомбінацію  $H^+$ ,  $He^+$ ,  $He^{++}$ ; 4) діелектронну рекомбінацію  $He^+$ ; 5) вільно-вільні переходи електронів у полях іонів  $H^+$ ,  $He^+$ ,  $He^{++}$ .

Однак у реальних ПТ точної термічної рівноваги газу нема. Критерієм термічної (енергетичної) стабільності газу є правило, за яким індикатор такої стабільності — це більша від нуля похідна за температурою від різниці функцій охолодження та нагрівання газу [38]:

$$\frac{d(\Lambda - G)}{dT} > 0. \quad (1.41)$$

Така нерівність повинна виконуватись за умови сталої густини (ізохорність) або за умови сталого тиску газу (ізобарність).

**1.2.4. Урахування дифузного  $L_c$ -випромінювання ГТ.** Дифузне іонізуюче випромінювання виникає в оболонці туманності у таких випадках:

а) радіативних рекомбінацій вільних електронів на основні рівні  $H^+$ ,  $He^+$ ,  $He^{++}$ ;

б) радіативних рекомбінацій вільних електронів на другий рівень  $He^{++}$ ;

в) випромінювання квантів у лініях  $L_\alpha(He I)$  і  $L_\alpha(He II)$  (довжини хвиль цих ліній 584 і 304 Å).

Інші джерела дифузного іонізуючого випромінювання (рекомбінації вільних електронів з іонами важких елементів, спонтанні переходи між рівнями таких іонів, вільно-вільні переходи, двофотонне випромінювання) є несуттєвими за характерних для ПТ електронних температур і хімічного складу.

**Атомні дані.** Вирази для обчислення коефіцієнтів радіативної рекомбінації на окремі рівні іонів  $H^+$ ,  $He^+$ ,  $He^{++}$  отримані апроксимацією даних з [54]:

$$\begin{aligned} \alpha_1^{rad}(H^+) &= 1.54 \cdot 10^{-13} t_e^{-0.588} \text{ см}^3/\text{с}; \\ \alpha_1^{rad}(He^+) &= 1.59 \cdot 10^{-13} t_e^{-0.588} \text{ см}^3/\text{с}; \\ \alpha_1^{rad}(He^{++}) &= 6.15 \cdot 10^{-13} t_e^{-0.588} \text{ см}^3/\text{с}; \end{aligned} \quad (1.42)$$

$$\alpha_2^{rad}(He^{++}) = 3.04 \cdot 10^{-13} t_e^{-0.736} \text{ см}^3/\text{с},$$

де  $t_e = T_e[K]/10\,000K$ .

Суму коефіцієнтів рекомбінації на всі рівні, починаючи з другого, можна обчислити за допомогою виразів (1.16–1.18, 1.42):

$$\sum_{k=2}^{\infty} \alpha_k^{rad}(X^{i+1}) = \alpha^{rad}(X^{i+1}) - \alpha_1^{rad}(X^{i+1}). \quad (1.43)$$

Значення відповідних статистичних ваг:  $g(H^0, 1)=2$ ;  $g(H^+, 1)=1$ ;  $g(He^0, 1)=1$ ;  $g(He^+, 1)=2$ ;  $g(He^+, 2)=8$ ;  $g(He^{++}, 1)=1$ . Частота і переріз фотоіонізації  $He^+$  з другого рівня дорівнюють, відповідно,  $3.29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$  і  $3.2 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2$ , частоти  $L_\alpha$ -ліній  $\nu(L_\alpha He I) = 5.14 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$  і  $\nu(L_\alpha He II) = 9.87 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ . Всі інші необхідні атомні дані наведені вище.

### 1.3. Розрахунок емісійного лінійчастого спектра

Емісійний лінійчастий спектр газової туманості є достатньо простим, його лінії можна розділити на два головні типи: рекомбінаційні лінії, які утворилися в разі рекомбінації (радіативної або діелектронної) додатного іона з вільним електроном; забронені, інтеркомбінаційні та резонансні лінії, які утворилися під час збудження електронним ударом атома або іона з наступним спонтанним переходом і випромінюванням.

Для деяких ліній ці два механізми світіння діють спільно.

**1.3.1. Утворення ліній у разі радіативної рекомбінації.** Рекомбінаційні лінії утворюються після захоплення іоном вільного електрона на один зі збуджених енергетичних рівнів. З цього рівня електрон виконує послідовні каскадні переходи на нижчі рівні, випромінюючи лінії, які відповідають цим переходам. У розрахунках такого спектра вважають, що для кожного

енергетичного рівня виконується умова статистичної рівноваги: кількість електронів, що заселяють рівень  $n$ , дорівнює кількості електронів, що залишають цей рівень. Уважають також, що поглинанням випромінювання в лініях можна знехтувати для всіх рівнів з  $n \geq 2$ . Проте одночасно оптичну товщину в лініях серії Лаймана вважають дуже великою (випадок В).

Об'ємний коефіцієнт випромінювання в рекомбінаційній лінії з довжиною хвилі  $\lambda$  іона  $X^i$  можна обчислити за формулою

$$\varepsilon(\lambda, X^i) = 4\pi j(\lambda, X^i) = n(X^{i+1}) n_e \alpha_{ef}(\lambda, X^i) \frac{hc}{\lambda}, \quad (1.44)$$

де  $\alpha_{ef}(\lambda, X^i)$  – ефективний коефіцієнт рекомбінації в цій лінії (який залежить у загальному випадку від  $n_e$  і  $T_e$ ). Детальні розрахунки ефективних коефіцієнтів рекомбінації в різних лініях водню, нейтрального та іонізованого гелію для широкого набору значень  $n_e$ ,  $T_e$  наведені в працях [25, 26, 45], а в лініях різних іонів  $C$ ,  $N$ ,  $O$  – у праці [15]. Залежність  $\alpha_{ef}$  від  $T_e$  зручно записувати степеневим апроксимаційним виразом

$$\alpha_{ef}(t_e) = a \cdot t_e^b \text{ см}^3/\text{с}. \quad (1.45)$$

Значення  $a$ ,  $b$  для ліній, інтенсивності яких обчислюють у фотоіонізаційній моделі, отримані апроксимацією відповідних даних зі згаданих вище праць.

**1.3.2. Урахування механізму діелектронної рекомбінації.** У випадку діелектронної рекомбінації захоплення вільного електрона спочатку відбувається без випромінювання, що переводить іон (завдяки кінетичній енергії цього електрона) у двічі збуджений стан нижчої стадії іонізації. Далі відбуваються стабілізуювальні каскадні переходи збуджених електронів на рівні з меншою енергією. На кожному з таких переходів випромінюються кванти відповідних ліній.

Об'ємний коефіцієнт випромінювання в описаних лініях розраховують за формулою (1.44). Ефективні коефіцієнти діелектронної рекомбінації в різних лініях іонів С, N, О наведені в працях [50, 63]. Ми апроксимували їх виразом (1.45).

Зазначимо, що світіння інтеркомбінаційних ліній (таких як  $\lambda$  1908 С III],  $\lambda$  1487 N IV]) збуджується як діелектронною рекомбінацією, так і електронним ударом (див. нижче). Збудження цих ліній електронним ударом за умов туманностей, зазвичай, ефективніше. Однак за виникнення діелектронної та ударної складових випромінювання в цих лініях відповідальними є різні стадії іонізації (наприклад, для лінії  $\lambda$  1908 С III] – відповідно,  $C^{3+}$  і  $C^{2+}$ ). Тому відносна роль діелектронного й ударного механізмів збудження цих ліній залежить не лише від  $T_e$ , а й від розподілу хімічних елементів за стадіями іонізації в туманності.

**1.3.3. Лінії, збуджувані зіткненнями.** У разі характерних для туманностей значень  $T_e \sim 10^4$  К ефективного збудження електронним ударом зазнають лише ті рівні, енергія збудження яких не перевищує приблизно 10 еВ. Тому для розрахунків інтенсивностей ліній, збуджуваних зіткненнями атомів та іонів з електронами, можна знехтувати всіма високими енергетичними рівнями і розглянути рівняння статистичної рівноваги лише для невеликої кількості найнижчих рівнів.

Розміщення найнижчих енергетичних рівнів для електронних конфігурацій  $ns^q$  і  $np^q$  позначено на рис. 1.1 (надтонке розщеплення не зображено). Там також позначено іони, для яких характерні ці конфігурації.

З рис. 1.1 видно, що всі можливі варіанти розміщення низьких енергетичних рівнів можна розділити на чотири групи:

а) п'ятирівнева структура (п'ять нижніх рівнів) у конфігураціях  $np^2$ ,  $np^3$ ,  $np^4$ . Рівень  $^5S_2$  в конфігурації  $np^2$  розміщений в енергетичній шкалі у 1.5–2.0 рази вище рівня  $^1S_0$ , тому взає-

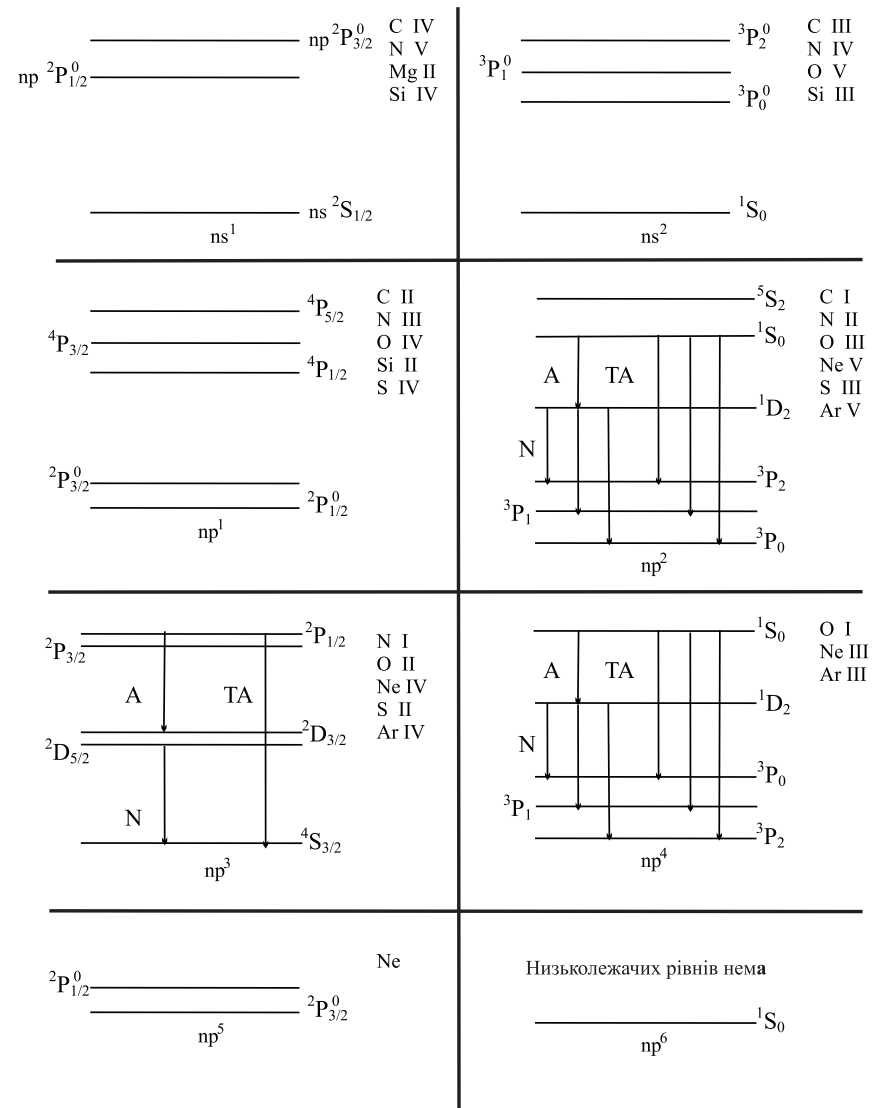


Рис. 1.1 Розміщення найнижчих енергетичних рівнів для електронних конфігурацій  $ns^q$  і  $np^q$

мовплив між рівнем  $^5S_2$  і рівнями  $^1S_0$ ,  $^1D_2$  настільки малий, що ним можна знехтувати при  $T \sim 10^4$  К. У разі переходів у п'яти-рівневій структурі виникають лише заборонені лінії, оскільки всі збуджені рівні метастабільні. Серед цих ліній прийнято виділяти небулярні (N), авроральні (A) і трансавроральні (TA);

б) дворівнева тонка структура основного рівня в конфігураціях  $np^1$ ,  $np^5$ . У разі переходу в цій структурі випромінюється заборонена лінія, яка лежить в далекому інфрачервоному спектральному діапазоні;

в) досить високий енергетичний терм, який має тонку структуру ( $^3P_0$ ,  $^4P$  у конфігураціях  $ns^2$ ,  $np^1$ ) або не має її ( $^5S$  в конфігурації  $np^2$ ). У разі переходів з цього терму вниз випромінюються інтеркомбінаційні лінії, що лежать в ультрафіолетовому діапазоні спектра;

г) конфігурація  $ns^1$ , збуджений терм у якій перебуває досить високо і розщеплений на два підрівні. Перехід з цього терму, на відміну від перших трьох випадків, дозволений і супроводжується випромінюванням резонансного дублета в ультрафіолетовому діапазоні.

**1.3.4. Розрахунок відносних заселеностей енергетичних рівнів і об'ємних коефіцієнтів випромінювання.** Для обчислення інтенсивностей спектральних ліній необхідно знати заселеності рівнів, у разі переходів з яких вони виникають. Відносні заселеності рівнів можна розрахувати, якщо використати для кожного з них умову статистичної рівноваги для спонтанних переходів і переходів зіткнення на рівень  $i$  з рівня  $j$  (рекомбінаціями на рівні в цьому разі можна знехтувати, оскільки відштовхувальні ефекти відбуваються переважно на декілька порядків частіше, ніж рекомбінації). Розглянемо вирази, що описують ці процеси.

Коефіцієнт ударної деактивації (тобто переходів зіткнення з

вищого рівня  $k$  на нижчий рівень  $j$ )

$$q_{kj} = \int_0^{\infty} \sigma_{kj}(v) v f(v) dv, \quad (1.46)$$

де  $\sigma_{kj}(v)$  – відповідний переріз;  $f(v)$  – максвелівська функція розподілу електронів за швидкостями. Переріз  $\sigma_{kj}(v)$  зручно виразити через безрозмірну величину – параметр зіткнення  $\Omega_{kj}(v)$ :

$$\sigma_{kj}(v) = \pi \left( \frac{h}{2\pi m_e v} \right)^2 \frac{\Omega_{kj}(v)}{g_k} \quad (1.47)$$

( $g_k$  – статична вага рівня  $k$ ; для випадку LS-зв'язку  $g = 2J + 1$ , де  $J$  – повний момент рівня). Підставимо (1.47) у (1.46), отримаємо

$$q_{kj} = \frac{h^2}{2\pi m_e^2} \left( \frac{m_e}{2\pi k T_e} \right)^{1/2} \frac{1}{g_k} \times \int_0^{\infty} \Omega_{kj}(v) \exp\left(-\frac{m_e v^2}{2k T_e}\right) d\left(\frac{m_e v^2}{2k T_e}\right). \quad (1.48)$$

Інтеграл у формулі (1.48) залежить лише від  $T_e$ , а його числове значення близьке до деякого середнього значення  $\Omega_{kj}$ . Позначимо цей інтеграл через  $\gamma_{kj}(T_e)$ , отримаємо зручний вираз

$$q_{kj} = \frac{h^2}{2\pi m_e^2} \left( \frac{m_e}{2\pi k T_e} \right)^{1/2} \frac{\gamma_{kj}(T_e)}{g_k} = \frac{8.63 \cdot 10^{-6} \gamma_{kj}(T_e)}{\sqrt{T_e} g_k} \text{ см}^3/\text{с}. \quad (1.49)$$

Якщо відоме  $q_{kj}$ , то можна знайти ймовірність переходу зіткнення за одиницю часу в розрахунку на один атом:

$$a_{kj} = n_e q_{kj} \text{ с}^{-1}. \quad (1.50)$$

Коефіцієнт ударного збудження (тобто переходу  $j \rightarrow k$ ) пов'язаний з коефіцієнтом ударної деактивації виразом

$$q_{jk} = q_{kj} \frac{g_k}{g_j} e^{-\chi_{kj}/kT_e} = \frac{8.63 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{T_e}} \frac{\gamma_{kj}(T_e)}{g_j} e^{-\chi_{kj}/kT_e}, \quad (1.51)$$

де  $\chi_{kj}$  – енергія переходу між рівнями  $k$  і  $j$ . Відповідна ймовірність збудження

$$b_{jk} = n_e q_{jk} c^{-1}. \quad (1.52)$$

Нарешті, ймовірність спонтанного переходу  $k \rightarrow j$  визначена коефіцієнтом Айнштайна  $A_{kj}$ .

Умову статистичної рівноваги для рівня  $j$  виражає рівняння

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{j-1} n_i b_{ij} + \sum_{k=j+1}^N n_k (A_{kj} + a_{kj}) = \\ = n_j \left( \sum_{i=1}^{j-1} (A_{ji} + a_{ji}) + \sum_{k=j+1}^N b_{jk} \right), \end{aligned} \quad (1.53)$$

де  $n_i$ ,  $n_j$ ,  $n_k$  – відносні заселеності відповідних рівнів;  $N$  – кількість враховуваних рівнів. Ліва частина цього рівняння описує процеси, що збільшують заселеність рівня, а права – процеси, що зменшують її. Крім (1.53), можна також записати очевидну умову

$$\sum_{k=1}^N n_k = 1. \quad (1.54)$$

Система, яка складається з  $N - 1$  рівнянь типу (1.53) для всіх рівнів  $j = 2, 3, \dots, N$  і доповнена умовою (1.54), є системою  $N$  лінійних рівнянь з  $N$  невідомими  $n_1, n_2, \dots, n_N$ . Розв'язок цієї системи дає відносні заселеності рівнів. Як видно з формул (1.49)–(1.52), у загальному випадку відносні заселеності рівнів залежать від  $n_e$  і  $T_e$ .

У випадку дворівневої структури система рівнянь (1.53–1.54) суттєво спрощується і дає змогу безпосередньо записати вираз для відносної заселеності верхнього рівня:

$$n_2 = \frac{b_{12}}{A_{21} + a_{21} + b_{12}}. \quad (1.55)$$

Деколи дворівневе наближення застосовують також для розрахунків інтенсивностей ультрафіолетових, інтеркомбінаційних і резонансних ліній, тобто розраховують сумарну інтенсивність відповідного мультиплету. Оскільки в цьому випадку в умовах ГТ  $a_{21} \ll A_{21}$ ,  $b_{12} \ll A_{21}$ , то вираз (1.55) набуде дуже простого вигляду

$$n_2 = 8.63 \cdot 10^{-6} \frac{n_e}{\sqrt{T_e}} \frac{\gamma_{21}(T_e)}{g_1 A_{21}} e^{-\chi_{21}/kT_e}. \quad (1.56)$$

Після розрахунку відносних заселеностей усіх враховуваних рівнів іона  $X^i$  можна легко обчислити об'ємний коефіцієнт випромінювання в лінії, що виникає в разі переходу між будь-якими двома рівнями  $k$  і  $j$  ( $k > j$ ):

$$\varepsilon_c(\lambda_{kj}, X^i) = n(X^i) n_k(X^i) A_{kj}(X^i) X_{kj}(X^i) \frac{\text{ерг}}{\text{см}^3 \cdot \text{с}} \quad (1.57)$$

(індекс  $c$  означає збудження лінії зіткненнями).

Величини  $\varepsilon_c(\lambda_{kj}, X^i)$  використовують також у формулі (1.25) для розрахунку функції охолодження газу.

**Атомні дані.** Необхідні для розрахунків атомні дані зібрані з праць [42, 47, 49]. Залежність  $\gamma_{kj}(T_e)$  записана у вигляді

$$\gamma_{kj}(t_e) = k \cdot t_e^\eta \quad (1.58)$$

( $t_e = T_e[K]/10\,000K$ ). Значення  $K$  і  $\eta$  отримані апроксимацією даних праці [49]. Величини  $g_k$  і  $\chi_{kj}$  обчислюють за формулою  $g_k = 2J + 1$  ( $J$  – повний момент рівня  $k$ ),  $\chi_{kj} = hc/\lambda_{kj}$ .

**1.3.5. Розрахунок відносних інтенсивностей емісійних ліній.** Для порівняння результатів моделювання з результатами спостереження реальних ГТ необхідно знати як інтегральний спектр моделі, так і спектри випромінювання, яке поширюється вздовж деяких прямих (променів зору), що проходять на різних відстанях від центра симетрії моделі. Як у спостереженнях, так і в розрахунках використовують відносні інтенсивності спектральних ліній (відносно інтенсивності лінії  $H_\beta$ ) і абсолютний потік у лінії  $H_\beta$ , тобто  $I(\lambda, X^i)/I(H_\beta)$ .

Без самопоглинання в лініях обидва згадані вище варіанти спектрів можна легко розрахувати в моделі. Відносні інтенсивності ліній в інтегральному спектрі обчислюють за формулою

$$\frac{I(\lambda, X^i)}{I(H_\beta)} = \frac{\int_{(V)} \varepsilon(\lambda, X^i) dV}{\int_{(V)} \varepsilon(H_\beta) dV} \quad (1.59)$$

(інтегрування виконують за об'ємом туманності в моделі). Для розрахунку спектра випромінювання, що поширюється вздовж деякої прямої, слугує вираз

$$\frac{I(\lambda, X^i)}{I(H_\beta)} = \frac{\int_{(L)} \varepsilon(\lambda, X^i) dl}{\int_{(L)} \varepsilon(H_\beta) dl}, \quad (1.60)$$

де інтегрування виконують уздовж цієї прямої в моделі світіння туманності.

Зазначимо, що в умовах туманностей для деяких дозволених ліній іонів важких елементів реалізується самопоглинання, тобто їхні довжини хвиль є достатніми для того, щоб їх поглинав небулярний газ. Це стосується, передусім, резонансних дублетів  $\lambda 1549 C IV$ ,  $\lambda 1240 N V$ , деколи дублета  $\lambda 2800 Mg II$ . Самопоглинання робить незастосовними прості формули (1.59), (1.60) і

зумовлює потребу розв'язування рівнянь перенесення випромінювання в цих лініях з урахуванням поглинання газом і пилом. Такий розв'язок є окремою досить складною задачею, тут ми його не розглядаємо.

Нарешті, одержаний на Землі без міжзоряного поглинання потік випромінювання в лінії  $H_\beta$

$$F(H_\beta) = \frac{1}{4\pi R^2} \int_{(V)} \varepsilon(H_\beta) dV \quad \frac{\text{ерг}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}}, \quad (1.61)$$

де  $R$  – відстань до туманності. Інтенсивність випромінювання в лінії  $H_\beta$ , яке приходить на Землю вздовж деякого променя зору, обчислюють за формулою

$$I(H_\beta) = \int_{(L)} j(H_\beta) dl = \frac{1}{4\pi} \int_{(L)} \varepsilon(H_\beta) dl \quad \frac{\text{ерг}}{\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{стер}}. \quad (1.62)$$

Такі ж формули можна використовувати і для будь-якої лінії, в якій нема самопоглинання.

**РОЗДІЛ 2**  
**МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ ФІЗИЧНИХ**  
**ХАРАКТЕРИСТИК ТА ХІМІЧНОГО ВМІСТУ**  
**ГАЗОВИХ ТУМАННОСТЕЙ**

**ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 1**  
**Визначення електронної температури та концентрації в**  
**газових туманностях**

*Мета:* навчитися відкоректовувати відносні інтенсивності і потоки в лініях від газових туманностей за міжзоряне поглинання; ознайомитися з механізмом виникнення заборонених ліній у ГТ; ознайомитися з найбільш характерними відношеннями інтенсивностей заборонених ліній від ГТ, які використовуються для пошуку електронної температури та концентрації; навчитися визначати електронні температури та концентрації в газових туманностях, використовуючи відношення інтенсивностей заборонених ліній.

**Теоретичні відомості**

Після фотоіонзації атома водню – найпоширенішого хімічного елемента – залишкова енергія кванта передається відірваному електрону. Значення цієї енергії різне за різних актів іонізації. Однак зіткнення електронів приводить до того, що через деякий час у газі устальюється найімовірніший (максвелівський) розподіл електронів за швидкостями. В цьому випадку говорять про середню енергію електронів і, відповідно, про середню електрон-

ну температуру газу  $T_e$ .

Відомо декілька методів визначення  $T_e$  в туманностях. Найчастіше для цього використовують заборонені лінії, які виникають у разі переходів з метастабільних рівнів. Схема таких переходів для деяких іонів показана на рис. 2.1.

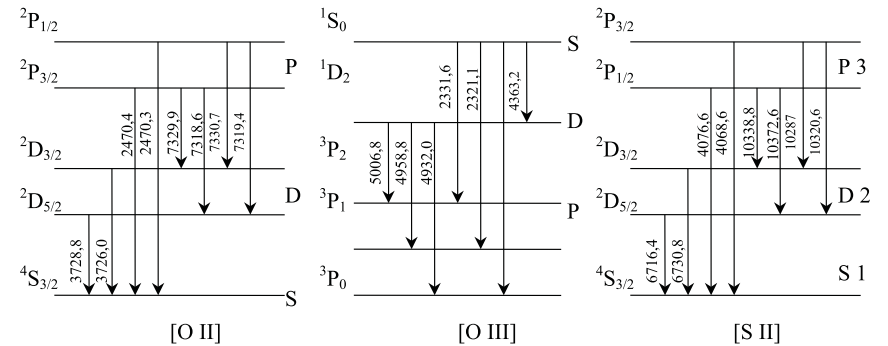


Рис. 2.1 Схема енергетичних рівнів іонів [OII], [OIII] і [SII]

Збудження метастабільних рівнів відбувається електронними зіткненнями. Найінтенсивнішими є лінії, що виникають у разі переходів 2–1 у трирівневій системі. Однак чим вища температура газу, тим інтенсивніше заселені верхні рівні іонів і, відповідно, інтенсивнішими стають лінії, що виникають у разі переходів 3–2. Тому відношення відповідних ліній є функцією  $T_e$ , для визначення якої часто використовують такі формули:

$$\frac{I_{\lambda 4959+5007[O III]}}{I_{\lambda 4363[O III]}} = 8.74 \cdot e^{33000/T_e}; \quad (2.1)$$

$$\frac{I_{\lambda 3726+29[O II]}}{I_{\lambda 7320+30[O II]}} = \frac{8.21(1 + 5.69x + 0.240\varepsilon + 3.75x\varepsilon)}{\varepsilon(1 + 17.4x + 41.8x^2 + 5.20x\varepsilon + 26.9x^2\varepsilon)}, \quad (2.2)$$



де  $x = 10^{-2} \cdot n_e \cdot T_e^{-1/2}$ ,  $\varepsilon = \exp(-19600/T_e)$ ;

$$\frac{I_{\lambda 4069+76[SI]}}{I_{\lambda 6716+31[SI]}} = 0.164 \left\{ 3.8 + x \left[ 1 + 1.32 \cdot e^{-13800/T_e} \right] \right\} e^{-13800/T_e}. \quad (2.3)$$

Проте у випадку великих концентрацій електронів, коли важливі процеси деактивації, ці відношення є функцією також  $n_e$  і сильно ускладнені. Комбінуючи вирази (2.1–2.3), отримаємо систему рівнянь, яку можна розв'язати та знайти  $T_e$  і  $n_e$ . Для їхнього знаходження зручно користуватися графіками. З цією метою на прозору кальку наносять криві спостережуваних відношень

$$\frac{I_{\lambda 4959+5007[O III]}}{I_{\lambda 4363[O III]}}, \quad \frac{I_{\lambda 3726+3729[O II]}}{I_{\lambda 7320+7330[O II]}}, \quad \frac{I_{\lambda 4069+4076[SI]}}{I_{\lambda 6716+6731[SI]}}$$

які повинні перетнутися в одній точці або утворити трикутник невизначеності, центр якого відповідає найімовірнішим значенням  $T_e$  і  $n_e$ .

Для знаходження електронної концентрації використовують відношення інтенсивностей  $I_{\lambda 3729}/I_{\lambda 3726}$ . Метастабільні рівні  $^2D_{3/2}$ ,  $^2D_{5/2}$  іона  $O^+$  розміщені дуже близько один до одного і з них відбуваються переходи на нижній рівень  $^4S_{3/2}$ . Заселеність цих рівнів слабо залежить від  $T_e$ , відношення інтенсивностей відповідних ліній є, головню, функцією  $n_e$ :

$$\frac{I_{\lambda 3729[O II]}}{I_{\lambda 3726[O II]}} = 1.50 \frac{1 + 0.33\varepsilon + 2.30x(1 + 0.75\varepsilon)}{1 + 0.40\varepsilon + 9.9x(1 + 0.84\varepsilon)}. \quad (2.4)$$

Для аналізу фізичних умов у газових туманностях використовують емісійні лінії, відкоректовані за міжзоряне поглинання  $A_V = 2.186 \cdot c$ , де  $c$  – стала міжзоряного поглинання, яку також визначають зі спостережень (значення додається).

Відносні інтенсивності ліній відкоректовують за міжзоряне поглинання за формулою

$$\left[ \frac{I_\lambda}{I_{H\beta}} \right]_{\text{відкор}} = \left[ \frac{I_\lambda}{I_{H\beta}} \right]_{\text{спост}} \cdot 10^c \left[ \frac{4861\text{\AA}}{\lambda} - 1 \right].$$

Для розподілу енергії, відкоректованого за міжзоряне поглинання, використовують формулу:

$$\log(I_\lambda)_{\text{відкор}} = \log(I_\lambda)_{\text{спост}} + c \cdot (f(\lambda) + 1), \quad (2.5)$$

де  $f(\lambda)$  – функція міжзоряного поглинання, наведена в праці [59].

### Хід роботи

1. Відкоректувати спостережувані інтенсивності ліній за міжзоряне поглинання.
2. Знайти  $n_e$  і  $T_e$  графічним способом.
3. Знайти  $n_e$  і  $T_e$  за формулами (2.1–2.3).
4. Знайти  $n_e$  за формулою (2.4) при  $T_e = 10\,000$  К.
5. Порівняти попередні значення  $n_e$ ,  $T_e$  за формулами і графічним способом. Пояснити можливу розбіжність.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 2

### Визначення температури та дилюції випромінювання центральної зорі газової туманності

*Мета:* навчитися визначати температуру  $T_*$  та дилюцію  $W$  випромінювання центральної зорі газової туманності, методом відносної іонізації у випадку оптично тонкої ГТ ( $\tau \ll 1$ ) та методом Занстра у випадку оптично товстої ГТ ( $\tau \gg 1$ ).

#### Теоретичні відомості

Одним з параметрів, який зумовлює фізичні умови в туманності, є поле іонізуючого випромінювання, що збуджує світіння газу.

У випадку планетарних туманностей характеристики цього поля визначені кольоровою температурою ядра  $T_*$ , тобто тією, яка найліпше описує розподіл енергії зорі за лайманівською границею та коефіцієнтом дилюції (розрідження) випромінювання  $W$ , який залежить від розмірів зорі та відстані до туманності  $W = \frac{1}{4} \left( \frac{r_*}{r} \right)^2$ , де  $r_*$  – радіус зорі;  $r$  – середній радіус туманності.

**Метод відносної іонізації** ( $\tau \ll 1$ ). Рівняння іонізації для гелію запишемо у вигляді

$$\frac{He^{++}}{He^+} = \frac{8\pi W \sigma_0 (He^+) \nu_0^3 (He^+)}{c^2 n_e \alpha_t (He^{++})} \int_1^\infty \frac{x^{S+2}}{\exp\left(\frac{h\nu_0(He^+)}{kT_*} x\right) - 1} dx, \quad (2.6)$$

для кисню –

$$\frac{O^{++}}{O^+} = \frac{8\pi W \sigma_0 (O^+) \nu_0^3 (O^+)}{c^2 n_e \alpha_t (O^{++})} \int_1^\infty \frac{B x^{S+2} - (B-1)x^{S-1+2}}{\exp\left(\frac{h\nu_0(O^+)}{kT_*} x\right) - 1} dx \quad (2.7)$$

де  $c$  – швидкість світла;  $\sigma_0$  – ефективний переріз іонізації на межі поглинання цим сортом атомів;  $\alpha_t$  – коефіцієнт рекомбінації

атома  $X_{i+1}$ , підсумований за всіма енергетичними рівнями, який є функцією електронної температури  $T_e$ . Прийнято позначення  $x = \frac{\nu}{\nu_0}$ . Значення сталих  $B$  і  $S$  для різних іонів наведені в додатках II. Інтегрування ведуться від границь головних серій атомів до безмежності. Якщо поділити рівняння (2.7) на рівняння (2.6), то отримана залежність  $\epsilon$ , головню, функцією  $T_*$ :

$$\frac{O^{++}/O^+}{He^{++}/He^+} = A \cdot \frac{\int_1^\infty \frac{B x^{S+2} - (B-1)x^{S-1+2}}{\exp\left(\frac{h\nu_0(O^+)}{kT_*} x\right) - 1} dx}{\int_1^\infty \frac{x^{S+2}}{\exp\left(\frac{h\nu_0(He^+)}{kT_*} x\right) - 1} dx} \quad (2.8)$$

де  $A$  – деяка стала.

Отже, для визначення  $T_*$  використовують співвідношення (2.8). Відношення іонів гелію можна отримати зі спостережуваних ліній за формулою

$$\frac{He^{++}}{He^+} = a \frac{I_{\lambda 4686 He II}}{I_{\lambda He I}}, \quad (2.9)$$

де  $a = 0.0414, 0.116, 0.0196$  і  $0.0196$  для ліній  $\lambda 4471 He I, \lambda 5876 He I, \lambda 4026 He I$  і  $\lambda 7065 He I$ , відповідно. Аналогічне співвідношення можна записати для заборонених ліній кисню:

$$\frac{O^{++}}{O^+} = \varphi(n_e, T_e) \frac{I_{\lambda 4959+5007 [O III]}}{I_{\lambda 3726+29 [O II]}}. \quad (2.10)$$

Якщо відома температура ядра  $T_*$  і спостережувана в туманності іонізація  $He$  і  $O$ , то з рівнянь (2.6) і (2.7) можна знайти коефіцієнт дилюції  $W$ .

**Метод Занстра** ( $\tau \gg 1$ ). Параметри  $T_*$  і  $W$  оптично товстої планетарної туманності можна визначити методом Занстра, в основі якого є таке положення: в умовах низької густини, коли радіативні процеси значно переважають над ударними, пов-

на кількість випромінених зорею  $L_c$ -квантів і поглинутих туманністю дорівнює кількості балмерівських квантів, випромінених туманністю:  $N_{L_c} = N_{Ba+Bas}$ ,

$$N_{L_c} = \int_{\nu_0}^{\infty} 4\pi r_*^2 \frac{\pi B_\nu(T_*)}{h\nu},$$

де  $B_\nu(T_*)$  – функція Планка,

$$N_{Ba+Bas} = k_\lambda \cdot q(H_\beta) \cdot \frac{F(H_\beta)}{h\nu_\beta} 4\pi R^2,$$

де  $F(H_\beta)$  – потік у лінії  $H_\beta$  в ерг/см<sup>2</sup>·с;  $q(H_\beta)$  – відношення кількості всіх балмерівських квантів до кількості квантів у лінії  $H_\beta$ ;  $R$  – відстань від туманності до Землі. Для поглинальних атомів  $H^0$ ,  $He^0$  і  $He^+$  рівняння Занстра записують у такому вигляді:

$$\begin{aligned} T_*^3 \int \frac{x^2 dx}{e^x - 1} &= 10.7 \cdot 10^{C(H_\beta)} \cdot F(H_\beta) \left(\frac{R}{r}\right)^2 \frac{1}{W} & (I); \\ T_*^3 \int_a^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1} &= 45.25 \cdot 10^{1.087C(H_\beta)} \cdot F(He I)_{\lambda 4471} \left(\frac{R}{r}\right)^2 \frac{1}{W} & (II); \\ T_*^3 \int_b^c \frac{x^2 dx}{e^x - 1} &= 9.08 \cdot 10^{1.037C(H_\beta)} \cdot F(He II)_{\lambda 4686} \left(\frac{R}{r}\right)^2 \frac{1}{W} & (III), \end{aligned} \quad (2.11)$$

де  $a = 15.8 \cdot 10^4/T_*$ ;  $b = 28.53 \cdot 10^4/T_*$ ;  $c = 63.15 \cdot 10^4/T_*$ ; тут прийнято позначення:  $k_\lambda = 10^{n \cdot C(H_\beta)}$ , де  $n = 1, 1.087, 1.037$  для  $\lambda 4861, \lambda 4471, \lambda 4686$ , відповідно;

$$\frac{F(He I)_{\lambda 4471}}{F(H_\beta)} = \frac{1}{2.15} \cdot \frac{He^+}{H^+}; \quad \frac{F(He II)_{\lambda 4686}}{F(H_\beta)} = \frac{1}{0.102} \cdot \frac{He^{++}}{H^+}.$$

### Хід роботи

1. Застосування методу відносної іонізації:

- знайти відношення  $\frac{O^{++}/O^+}{He^{++}/He^+}$  для  $T_* = 20\ 000 - 200\ 000$  К, для  $T_e = 5\ 000 - 20\ 000$  К побудувати графік цієї залежності;
- знайти спостережуване відношення  $\frac{O^{++}/O^+}{He^{++}/He^+}$ ;
- знайти температуру зорі  $T_*$ ;
- для знайденого значення  $T_*$  за формулами (2.6–2.7) відшукати коефіцієнт дилуції  $W$  (порівняти  $W(O)$  і  $W(He)$  і знайти середнє  $W$ ).

2. Застосування методу Занстра:

- розв'язати систему рівнянь (2.11) діленням кожного з рівнянь на інше; знайти  $T_*(II/I), T_*(III/I), T_*(III/II)$ ;
- знайти  $T_*$  як середнє з визначених вище;
- за заданої  $T_*$  знайти середнє значення  $W$ ;
- порівняти знайдені  $T_*, W$  для  $\tau \gg 1$ ;

3. Пояснити розбіжність отриманих значень.

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 3 Визначення іонізації гелію і кисню при $\tau \ll 1$

*Мета:* навчитися визначати ступінь іонізації атомів в умовах без термодинамічної рівноваги; навчитися визначати відношення вмістів у сусідніх стадій іонізації іонів гелію та кисню.

#### Теоретичні відомості

Стан речовини в газових туманностях не відповідає термодинамічній рівновазі, тому іонізацію атомів не описує формула Саха—Больцмана. Внаслідок розрідженості речовини в туманності всі атоми перебувають, як звичайно, в основному енергетичному стані, а тому іонізація атомів переважає. У випадку газової туманності іонізацію атомів визначають з умови іонізаційно-рекомбінаційної рівноваги

$$\int_{\nu_0(X^{+i})}^{\infty} X^{+i} \cdot \sigma_{\nu}(X^{+i}) \cdot \frac{B_{\nu}(T_*)}{h\nu} = X^{+i+1} \cdot n_e \alpha_t(n_e), \quad (2.12)$$

де  $X^{+i}$ ,  $X^{+i+1}$  – кількість атомів у стадії іонізації  $+i$  та  $+i+1$ . Отже, іонізацію атомів у газовій туманності описує формула:

$$\frac{X^{+i+1}}{X^{+i}} = \frac{8\pi \cdot W \cdot \sigma_0(X^{+i}) \cdot \nu_0^3(X^{+i})}{c^2 \cdot n_e \alpha_t(X^{+i+1})} \times \int_1^{\infty} \frac{Bx^{S+2} - (B-1)x^{S-1+2}}{\exp\left(\frac{h\nu_0(X^{+i})}{kT_*}x\right) - 1} dx. \quad (2.13)$$

Перехід від спостережуваних інтенсивностей рекомбінаційних ліній гелію до кількості іонів і визначення іонізації гелію в туманності виконують за формулою (2.9).

Зв'язок між інтенсивностями заборонених ліній важких елементів із відповідними їм відносними вмістами іонів важких елементів описують подібними формулами:

$$\frac{X^{+i}}{H^{+}} = \frac{I_{\lambda}(X^{+i})/I_{H\beta}}{\theta(n_e, T_e)}. \quad (2.14)$$

Значення функції  $\theta(n_e, T_e)$  для ліній (або суми ліній) різних іонів наведені у додатках IV.

#### Хід роботи

1. Знаючи з попередніх робіт значення  $T_*$  ( $\tau \ll 1$ ),  $W$  ( $\tau \ll 1$ ),  $n_e$ ,  $T_e$ , визначити іонізацію  $H^{+}/H^0$ ,  $He^{++}/He^{+}$ ,  $O^{+}/O^0 \dots O^{4+}/O^{3+}$ .
2. Знайти спостережувану іонізацію  $He^{++}/He^{+}$  і  $O^{++}/O^{+}$ .
3. Порівняти відповідні значення і пояснити можливу розбіжність.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 4

## Визначення хімічного вмісту гелію та кисню в газовій туманності

*Мета:* навчитися визначати хімічний вміст гелію і кисню: модельним методом, емпіричним методом.

## Теоретичні відомості

**Модельний метод.** Методика визначення хімічного вмісту газової туманності, однорідної за густиною газу й електронною температурою, прозорої в частотах лайманівського випромінювання, ґрунтується на теоретичних розрахунках іонізації атомів у деякій ідеалізованій туманності і підборі такого вмісту елементів, який найліпше пояснює спостережувану іонізацію та емісійний лінійчастий спектр реальної туманності.

Спільне розв'язування рівнянь іонізації водню

$$H^+ / H^0 = f(T_*, W, n_e, T_e) \quad (2.15)$$

та інших атомів

$$\frac{X^{+i+1}}{X^{+i}} = f_i(T_*, W, n_e, T_e), \quad (2.16)$$

а також умов

$$H^0 + H^+ = H; \quad \sum_i^{\infty} X^i = X \quad (2.17)$$

дає змогу визначити відносний вміст  $He/H$  і  $O/H$ .

**Емпіричний метод.** Хімічний вміст газових туманностей можна оцінити за такими наближеними формулами:

$$\begin{aligned} \frac{He}{H} &= \frac{He^+ + He^{++}}{H^+}, \\ \frac{O}{H} &= \frac{O^+ + O^{++}}{H^+} \cdot \frac{He^+ + He^{++}}{He^+}, \\ He/H &= (He^+/H^+)[1 - 0.25(O^+/O)]^{-1}, \\ O/H &= (O^+ + O^{++})/H^+, \\ O/H &= [(O^+ + O^{++})/H^+][1 - (He^{++}/He)]^{-1}, \\ O/H &= [(O^+ + O^{++})/H^+][(He^+ + He^{++})/H^+], \quad (2.18) \\ O/H &= [(He^+ + He^{++})/H^+]^{2/3}(O^+ + O^{++})/H^+, \\ O/H &= (1 + He^{++}/He^+)(O^+ + O^{++})/H^+, \\ O/H &= [(He^+ + He^{++})/He^+]^{2/3}(O^+ + O^{++})/H^+, \\ O &= O^+ + O^{++} + O^{3+}, \\ O^{3+} &= (He^{2+}/He^+)(O^+ + O^{++}). \end{aligned}$$

## Хід роботи

1. З рівнянь (2.15), (2.16) та умов (2.17) вивести загальну формулу для визначення хімічного вмісту елементів  $He/H$  і  $O/H$ .
2. Визначити за цією формулою вміст  $He/H$  і  $O/H$ .
3. Визначити вміст цих атомів за емпіричними формулами.
4. Порівняти знайдені величини і пояснити можливі відмінності.

### РОЗДІЛ 3 КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ УМОВ У ГАЗОВИХ ТУМАННОСТЯХ

#### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 5 Діагностика світіння газових туманностей

*Мета:* освоїти алгоритм розрахунку електронної температури  $T_e$  та концентрації  $n_e$  методом "перетину кривих" різних відношень заборонених ліній різних хімічних елементів для атомів у суміжних стадіях іонізації і подальшого розрахунку іонного  $A^{+i}/H^+$  та хімічного вмісту  $A/H$  за допомогою програми DIAGN [3]; навчитися діагностувати світіння і визначати  $n_e$ ,  $T_e$ ,  $\frac{N(A^i)}{N(H^+)}$ ,  $A/H$  для ГТ різного типу за допомогою програми DIAGN; навчитися аналізувати отримані результати.

#### Теоретичні відомості

Програма DIAGN дає змогу отримувати значення  $n_e$  та  $T_e$  методом перетину кривих їхньої взаємної залежності. Цей метод ґрунтується на виведенні залежностей  $T_e$  від  $n_e$  для різних відношень інтенсивностей ліній. З рівняння (1.59) видно, що відношення інтенсивностей ліній одного й того ж іона  $X^i$  буде залежати від  $n_e$  і  $T_e$ :

$$\frac{I(\lambda_1, A^{+i})}{I(\lambda_2, A^{+i})} = f(n_e, T_e). \quad (3.1)$$

Якщо зі спостережуваного спектра ГТ відомі інтенсивності відповідних ліній, то для кожного з відношень можна розрахувати залежність  $T_e$  від  $n_e$ . Аналогічні залежності розраховують для співвідношень різних інтенсивностей інших іонів хімічних елементів. Функція  $f(n_e, T_e)$  залежить ще й від заселеностей рівнів відповідних іонів. Ці заселеності розраховує програма DIAGN для п'ятирівневого атома/іона на підставі рівняння статистичної рівноваги (1.53). З перетину отриманих залежностей користувач програми отримує відповідні значення  $T_e$  і  $n_e$ . Після чого програма розраховує відносні іонні вмісти. Якщо відомі відносні іонні вмісти та іонізаційно-корекційні множники, наприклад, для планетарних туманностей та зон НІІ, то програма розраховує повний хімічний вміст для типу ГТ, заданого викладачем.

Програма DIAGN дає змогу розраховувати залежності  $T_e$  від  $n_e$  для чотирьох зон різного ступеня збудження, у яких випромінюють ті чи інші іони. За наявності достатньої кількості відносних інтенсивностей у відповідних лініях програма може розраховувати  $T_e$  та  $n_e$  для цих зон окремо.

За значеннями  $T_e$  і  $n_e$  програма DIAGN розраховує іонні вмісти всіх іонів, інтенсивності ліній яких у файлі зі спостережуваним спектром відмінні від нуля.

Для розрахунку повного відносного хімічного вмісту  $A/H$  необхідно виконати підсумовування за відносними іонними вмістами  $A^{+i}/H^+$  у всіх його стадіях іонізації  $+i$ , а також врахувати вміст нейтрального водню у туманності. Для отримання вмісту іонів у неспостережуваних стадіях іонізації слугують так звані іонізаційно-корекційні множники (Ionization Correction Factors – ICFs), вирази для яких сьогодні отримують, головню, з результатів розрахунку сіток фотоіонізаційних моделей світіння. У табл. 3.1 та 3.2 наведено вирази ICFs, отримані для планетарних туманностей та зон НІІ, відповідно, що використовують у сучасній версії програми DIAGN. Відносний хімічний вміст  $A/H$  елемента

А у такому представленні знаходять за допомогою формули:

$$A/H = 10^{\lg(A^{+i}/H^+) - f(x)}, \text{ де } f(x) \equiv \sum_{n=0}^{n_{max}} C_n * x^n,$$

а  $C_n$  – коефіцієнти полінома, наведені у вище згаданих таблицях;  $n_{max}$  – степінь полінома: для ПТ  $n_{max} = 3$ , а для областей НІІ  $n_{max} = 8$ ;  $x = \frac{X^{+k+1}}{X^{+k}}$ .

### Хід роботи

1. Освоїти теоретичний матеріал та алгоритм роботи програми DIAGN (детальний опис у праці [3]).
2. Заповнити вхідний файл програми DIAGN "spectr.obs".
3. Ознайомитися з порядком роботи програми DIAGN (порядок розрахунку демонструє викладач).
4. Розрахувати  $T_e$ ,  $n_e$ , іонний та хімічний вміст конкретної ГТ.
5. Проаналізувати відмінності у результатах, отриманих різними методами для конкретного небулярного об'єкта, і зробити висновки.

Таблиця 3.1

ICF для першого I (F) і другого II (FF) типів неоднорідного розподілу густини газу у ПТ

№	$\frac{A^{+i}}{H^+}$	$\frac{X^{+k+1}}{X^{+k}}$	Коефіцієнти полінома			
			$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$
$He/H : 1, 2(x \in [-3.012.. -0.173])$						
F1	$He^+$	$\frac{He^{2+}}{He^+}$	-0.23870	-0.60140	-0.33475	-0.05832
F2	$He^{2+}$	$\frac{He^{2+}}{He^+}$	-0.23870	0.39860	-0.33475	-0.05832
$O/H : 3(x \in [-0.848..1.445]); 4(x \in [-0.601..1.111])$ $5(x \in [-1.538.. -0.278])$						
F3	$O^+$	$\frac{O^{2+}}{O^+}$	-0.27601	-0.61017	-0.45654	0.04707
F4	$O^{2+}$	$\frac{S^{2+}}{S^+}$	-0.37506	0.76762	-0.80102	
F5	$O^+$	$\frac{Ar^{3+}}{Ar^{2+}}$	-1.36930	-2.26755	-1.44714	-0.32455
$N/H : 6(x \in [-0.842..1.445]); 7(x \in [-0.589..1.093]);$ $8(x \in [-2.069..0.121])$						
F6	$N^+$	$\frac{O^{2+}}{O^+}$	-0.27782	-0.62239	-0.34683	
F7	$N^+$	$\frac{S^{2+}}{S^+}$	-0.16105	-0.71193	-1.04641	0.30716
F8	$N^+$	$\frac{Ar^{3+}}{Ar^{2+}}$	-1.30959	-2.17432	-1.43771	-0.34048
$Ne/H : 9(x \in [-0.708..1.502]); 10(x \in [-2.042..0.101])$						
F9	$Ne^{2+}$	$\frac{O^{2+}}{O^+}$	-0.06150	-0.08428	-0.21927	0.06389
F10	$Ne^{2+}$	$\frac{Ar^{3+}}{Ar^{2+}}$	-0.32702	-0.51322	-0.22932	-0.00919
$S/H : 11(x \in [-0.821..1.467]); 12(x \in [-0.842..1.424]);$ $13(x \in [-0.598..1.093]); 14(x \in [-2.077..0.121])$						
F11	$S^+$	$\frac{O^{2+}}{O^+}$	-0.33362	-0.62060	-0.26100	-0.07336
F12	$S^{2+}$	$\frac{O^{2+}}{O^+}$	-0.17925	-0.03041	-0.36595	0.03666
F13	$S^+$	$\frac{S^{2+}}{S^+}$	-0.20142	-0.86441	-0.72479	0.11284
F14	$S^+$	$\frac{Ar^{3+}}{Ar^{2+}}$	-1.37852	-2.40162	-1.76205	-0.45096
$Ar/H : 15(x \in [-0.821.. -1.424]); 16(x \in [-0.864..1.445]);$ $17, 18(x \in [-2.060..0.122])$						
F15	$Ar^{2+}$	$\frac{O^{2+}}{O^+}$	-0.07643	-0.22497	-0.23215	0.03283
F16	$Ar^{3+}$	$\frac{O^{2+}}{O^+}$	-0.98922	1.05332	-0.59124	-0.03053
F17	$Ar^{2+}$	$\frac{Ar^{3+}}{Ar^{2+}}$	-0.55070	-1.00470	-0.63547	-0.13461
F18	$Ar^{3+}$	$\frac{Ar^{3+}}{Ar^{2+}}$	-0.55070	-0.00471	-0.63547	-0.13461

Продовження табл. 3.1

№	$\frac{A^{+i}}{H^+}$	$\frac{X^{+k+1}}{X^{+k}}$	Коефіцієнти полінома			
			$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$
$He/H : 1(x \in [-3.696..0.178]); 2(x \in [-3.523.. - 0.050])$						
FF1	$He^+$	$\frac{He^{2+}}{He^+}$	-0.22559	-0.53991	-0.26862	-0.04109
FF2	$He^{2+}$	$\frac{He^{e+}}{He^{e+}}$	-0.13271	0.77099	-0.04971	
$O/H : 3(x \in [-0.236..1.098]); 6(x \in [-2.081.. - 0.177]); 4(x \in [-0.843..1.315]); 5(x \in [-0.351..0.7263])$						
FF3	$O^+$	$\frac{O^{2+}}{O^+}$	-0.28347	-0.60137	-0.41236	
FF4	$O^{2+}$	$\frac{O^{2+}}{O^+}$	-0.29168	0.46012	-0.39720	-0.07055
FF5	$O^{2+}$	$\frac{S^{2+}}{S^+}$	-0.38583	0.78229	-0.68946	-0.13053
FF6	$O^+$	$\frac{Ar^{3+}}{Ar^{2+}}$	-1.35031	-2.19380	-1.37347	-0.30467
$N/H : 7(x \in [-0.794..1.414]); 8(x \in [-0.360..0.668]); 9(x \in [-2.081.. - 0.052])$						
FF7	$N^+$	$\frac{O^{2+}}{O^+}$	-0.27858	-0.62863	-0.34379	
FF8	$N^+$	$\frac{S^{2+}}{S^+}$	-0.18648	-0.68632	-0.76086	
FF9	$N^+$	$\frac{Ar^{3+}}{Ar^{2+}}$	-1.28947	-2.09108	-1.34620	-0.31297
$S/H : 11(x \in [-0.769..1.340]); 12(x \in [-0.601..1.340]); 13(x \in [-0.351..1.098]); 14(x \in [-2.050.. - 0.021]); 15(x \in [-1.155.. - 0.082])$						
FF11	$S^+$	$\frac{O^{2+}}{O^+}$	-0.32238	-0.65139	-0.32790	
FF12	$S^{2+}$	$\frac{O^{2+}}{O^+}$	-0.18345	-0.03747	-0.31307	-0.008464
FF13	$S^+$	$\frac{S^{2+}}{S^+}$	-0.19761	-0.85607	-0.76149	0.12733
FF14	$S^+$	$\frac{Ar^{3+}}{Ar^{2+}}$	-1.36016	-2.31242	-1.65119	-0.41463
FF15	$S^{2+}$	$\frac{Ar^{3+}}{Ar^{2+}}$	-0.58767	-1.06149	-0.83329	-0.19345
$Ar/H : 16(x \in [-0.794..1.196]); 18(x \in [-2.081..0.062]); 17(x \in [-0.754..0.621]); 19(x \in [-2.092.. - 0.167])$						
FF16	$Ar^{2+}$	$\frac{O^{2+}}{O^+}$	-0.08066	-0.22004	-0.20368	
FF17	$Ar^{3+}$	$\frac{O^{2+}}{O^+}$	-0.98865	1.05557	-0.57037	-0.06337
FF18	$Ar^{2+}$	$\frac{Ar^{3+}}{Ar^{2+}}$	-0.55086	-1.00056	-0.62990	-0.13395
FF19	$Ar^{3+}$	$\frac{Ar^{3+}}{Ar^{2+}}$	-0.55086	-5.68722	-0.62990	-0.13395

Таблиця 3.1 ICF для зон НІІ в БККГ

№	A/H	$\frac{A^{+i}}{H^+}$	$C_0$	$C_1$ $C_5$	$C_2$ $C_6$	$C_3$ $C_7$	$C_4$ $C_8$	SD
$x = \lg(He^{++}/He^+):$								
$x \in [-2.1.. - 1.5]:$								
G1	He/H	$\frac{He^{++}}{H^+}$	1043.9	2950.1 57.489	3318.2 0	1858.5 0	518.06 0	0.02
$x = \lg(O^{++}/O^+):$								
$G2(x \in [-1..2.36]); G3, G4(x \in [-2..2.36]):$								
G2	O/H	$\frac{O^0}{H^+}$	-1.232	-0.710 0	-0.068 0	0.023 0	0 0	0.14
G3	O/H	$\frac{O^+}{H^+}$	-0.279	-0.432 0	-0.258 0	0.014 0	0.008 0	0.08
G4	O/H	$\frac{O^{++}}{H^+}$	-0.279	0.568 0	-0.258 0	0.014 0	0.008 0	0.08
$G5(x \in [-1.8..1.8]); G6(x \in [-2..1]); G7(x \in [-1.72..2.36]); G7(x \in [-1.65..2.36]):$								
G5	N/H	$\frac{N^0}{H^+}$	-1.673	-1.008 0	-0.292 0	0.068 0	0.081 0	0.18
G6	N/H	$\frac{N^+}{H^+}$	-0.367	-0.489 0	-0.242 0	0.018 0	0.008 0	0.09
G7	Ne/H	$\frac{Ne^{++}}{H^+}$	-0.210	0.459 0	-0.286 0	0.007 0	0.022 0	0.14
G8	S/H	$\frac{S^+}{H^+}$	-0.547	-0.563 0	-0.131 0	0.015 0	0 0	0.13
$x = \lg(O^{++}/O^+):$								
$G9(x \in [-1.76..2.33]); G10(x \in [-1.65..2.33]); G11(x \in [-1.06..2.37]):$								
G9	S/H	$\frac{S^{++}}{H^+}$	-0.167	0.062 -0.05	0.014 0.07	0.158 0.006	-0.231 -0.007	0.12
G10	Ar/H	$\frac{Ar^{++}}{H^+}$	-0.098	0.092 -0.008	-0.117 0	0.001 0	0.003 0	0.07
G11	Ar/H	$\frac{Ar^{3+}}{H^+}$	-1.413	1.056 -0.009	-0.258 -0.005	-0.077 0	0.09 0	0.07
$x = \lg(S^{++}/S^+):$								
$G12(x \in [-0.91..1.54]); G13(x \in [-0.37..1.54]); G14, G15(x \in [-1.4..1.54]):$								
G12	He/H	$\frac{He^+}{H^+}$	0.043	0.017 0	0.013 0	0.015 0	0 0	0.03
G13	O/H	$\frac{O^0}{H^+}$	-0.904	-0.893 -22.53	-1.087 20.58	3.226 -5.796	5.31 0	0.20
G14	O/H	$\frac{O^+}{H^+}$	-0.207	0.091 0.376	0.779 2.083	-0.817 -0.047	-2.844 -0.467	0.29
G15	O/H	$\frac{O^{++}}{H^+}$	-0.743	0.885 0	-0.055 0	-0.031 0	-0.058 0	0.18



Продовження табл. 3.2

№	A/H	$\frac{A^{+i}}{H^+}$	$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	SD
				$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$	
$G16(x \in [-0.9..1.5]); G17, G18(x \in [-1.55..1.56]); G19(x \in [-1.41..1.54]);$ $G20(x \in [-1.56..0.61]); G21(x \in [-0.89..1.51]); G22(x \in [-0.61..1.54]):$								
G16	N/H	$\frac{N^0}{H^+}$	-1.273	-0.971	-0.456	-0.148	0.179	0.17
				0	0	0	0	
G17	N/H	$\frac{N^+}{H^+}$	-0.234	-0.028	0.641	-0.663	-2.585	0.26
				0.266	1.904	-0.027	-0.426	
G18	Ne/H	$\frac{Ne^{++}}{H^+}$	-0.589	0.643	-0.117	0.03	0.045	0.23
				0	0	0	0	
G19	S/H	$\frac{S^+}{H^+}$	-0.339	-0.402	0.362	-0.292	-1.799	0.18
				0.099	1.34	0.001	-0.301	
G20	S/H	$\frac{S^{++}}{H^+}$	-0.296	0.602	-0.359	-0.301	-0.051	0.18
				0.102	0.024	0	0	
G21	Ar/H	$\frac{Ar^{++}}{H^+}$	-0.177	0.164	-0.196	1.259	0.603	0.16
				-4.37	0.382	3.666	-1.601	
G22	Ar/H	$\frac{Ar^{3+}}{H^+}$	-1.998	1.224	0.565	-0.416	0	0.26
				0	0	0	0	
$x = \lg(Ar^{3+}/Ar^{2+}):$								
$G23(x \in [-2.4..-0.88]); G24 - G26(x \in [-2.48..1.02]):$ $G27(x \in [-2.41..0.2]); G28, G29(x \in [-2.4..0.9]):$								
G23	He/H	$\frac{He^+}{H^+}$	0.126	0.05	-0.052	-0.05	-0.011	0.03
				0	0	0	0	
G24	O/H	$\frac{O^0}{H^+}$	-2.436	-0.725	0.201	0.074	0	0.20
				0	0	0	0	
G25	O/H	$\frac{O^+}{H^+}$	-1.497	-0.953	0.394	0.114	-0.365	0.10
				-0.199	-0.028	0	0	
G26	O/H	$\frac{O^{++}}{H^+}$	0.075	0.067	0.014	0.006	-0.156	0.09
				-0.051	0	0	0	
G27	N/H	$\frac{N^0}{H^+}$	-3.168	-0.132	1.618	0.852	0.132	0.24
				0	0	0	0	
G28	N/H	$\frac{N^+}{H^+}$	-1.543	-1.416	0.53	0.827	-0.344	0.30
				-0.489	-0.111	0	0	
G29	Ne/H	$\frac{Ne^{++}}{H^+}$	-0.014	-0.036	-0.053	0.097	0.024	0.06
				0	0	0	0	
$G30(x \in [-1.38..0.79]); G31 - G33(x \in [-2.4..0.88]):$								
G30	S/H	$\frac{S^{++}}{H^+}$	-0.369	-0.700	-0.431	0.310	0.161	0.09
				-0.259	-0.212	-0.043	0	
G31	Ar/H	$\frac{Ar^{++}}{H^+}$	-0.299	-0.485	-0.212	0.113	-0.018	0.06
				-0.160	-0.101	-0.019	0	
G32	Ar/H	$\frac{Ar^{3+}}{H^+}$	-0.299	0.515	-0.212	0.113	-0.018	0.06
				-0.160	-0.101	-0.019	0	

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 6

### Фотоіонізаційне моделювання світіння газових туманностей

*Мета:* ознайомитися з основними рівняннями фотоіонізаційного моделювання світіння (ФМС) газових туманностей; ознайомитися з алгоритмами розрахунку ФМС ГТ; навчитися створювати вхідний файл програми розрахунку ФМС ГТ (програма CLOUDY [38]); навчитися розраховувати ФМС ГТ різних типів; навчитися аналізувати результати розрахунку ФМС ГТ різних типів.

#### Теоретичні відомості

Фотоіонізаційна модель світіння ГТ описує випромінювання її оболонки під дією жорстких ультрафіолетових квантів з ядра ( $\lambda \leq 912\text{\AA}$ ). Розрахунок такої моделі полягає в сумісному розв'язанні рівнянь перенесення прямого і дифузного іонізуючого випромінювання, рівнянь іонізаційної і статистичної рівноваги та рівняння енергетичного балансу в кожній точці туманності. Ми будемо розглядати випадок сферично-симетричної моделі ГТ, а тому для розрахунку іонізаційної і термічної структури необхідно в кожній точці туманності розв'язати систему згаданих вище рівнянь для всіх стадій іонізації всіх хімічних елементів, включених у модель. Цю систему рівнянь замикає очевидна умова  $n_e \approx n(H^+) + n(He^+) + 2n(He^{++}) + \dots$

Зрозуміло, що розв'язати систему всіх рівнянь можна лише числовим методом.

Ми будемо використовувати реалізацію ФМС у вигляді програми CLOUDY [38], що дуже популярна серед астрофізиків через її відкритість (вихідний код програми доступний кожному, хто має доступ до Інтернету) та постійну модифікацію і доповнення бази атомних даних. Нижче наведено порядок розрахунку

ФМС ГТ за допомогою програми CLOUDY.

**Порядок розрахунку іонізаційної і термічної структури туманності.** Оболонку туманності розділяють на досить тонкі (геометрично й оптично) сферичні шари, в кожному з яких густину газу вважають сталою. У першій ітерації дифузне  $L_c$ -випромінювання не враховують.

Для першого внутрішнього шару приймають таку геометричну товщину, щоб оптична товщина  $\tau_\nu(r_{in})$  в частотах лайманівського континууму на шляху від ядра до цього шару дорівнювала нулю (див. формулу (1.2)). Після цього обчислюють інтеграли у виразах (1.1) і (1.23) при  $\tau_\nu = 0$ ,  $J_\nu^d = 0$  (інтеграл в (1.3) буде дорівнювати нулю). Далі роблять перше наближення температури  $T_e^{(0)} \sim 10^4$  К і в цьому наближенні розв'язують систему рівнянь іонізаційної рівноваги, з якої визначають іонні концентрації в сферичному шарі ГТ. Після відшукання іонних концентрацій розраховують систему рівнянь (1.53), (1.54) для всіх необхідних іонів, обчислюють функції нагрівання і охолодження газу і перевіряють виконання умови енергетичного балансу (1.40). Якщо ця умова не виконується, то обчислюють нове ітераційне значення температури  $T_e^{(1)}$  й описані вище обчислення повторюють. Пошук послідовних наближень  $T_e$  продовжують доти, доки температура та іонні концентрації не будуть визначені з бажаною точністю.

Таку ж процедуру розрахунку температури та іонних концентрацій виконують потім для всіх наступних шарів. У цьому разі для кожного шару оптичну товщину на шляху від ядра до цього шару  $\tau_\nu(r)$  обчислюють інтегруванням (підсумовуванням) за всіма попередніми шарами згідно з формулою (1.2). Після розрахунку всіх шарів обчислюють також інтегральні оптичні

товщини туманності в межах іонізації  $H^0$ ,  $He^0$ ,  $He^+$ :

$$\begin{aligned}\tau_0(H^0) &= \sigma_0(H^0) \int_{r_{in}}^{r_{out}} n(H^0) dr; \\ \tau_0(He^0) &= \sigma_0(He^0) \int_{r_{in}}^{r_{out}} n(He^0) dr; \\ \tau_0(He^+) &= \sigma_0(He^+) \int_{r_{in}}^{r_{out}} n(He^+) dr,\end{aligned}\quad (3.2)$$

де  $\sigma_0$  – переріз фотоіонізації на межі поглинання даним атомом;  $r_{in}$  та  $r_{out}$  – внутрішній та зовнішній радіуси.

Після завершення першої ітерації (тобто обчислення іонних концентрацій і температури для всіх шарів без урахування дифузного випромінювання) розраховують середні інтенсивності дифузного  $L_c$ -випромінювання в кожному шарі.

Коли середні інтенсивності дифузного  $L_c$ -випромінювання в кожному шарі обчислені, розраховують другу ітерацію (друге проходження дифузного  $L_c$ -випромінювання вздовж радіуса туманності від внутрішнього шару до зовнішнього). На цій ітерації інтеграли у виразах (1.3) і (1.23) обчислюють уже з урахуванням значень  $J_\nu^d(r)$ , знайдених з попередньої ітерації. У цьому випадку повторюють описаний вище процес розрахунку іонних концентрацій і температури  $T_e$  в кожному шарі. Після розрахунку всіх шарів знову обчислюють інтегральні оптичні товщини  $\tau_0(X^i)$  і розраховують за описаною методикою середні інтенсивності дифузного випромінювання. Знайдені значення  $\tau_0(X^i)$  і  $J_\nu^d(r)$  порівнюють зі значеннями цих величин, отриманими на попередній ітерації. Якщо бажана точність збіжності не досягнута, то виконують третю, четверту і так далі ітерації.

Після досягнення бажаної точності можна вважати, що іонізаційна і термічна структура туманності, що відповідає заданому  $L_c$ -спектру ядра, заданому радіальному розподілу густини газу в туманності і заданому хімічному складу газу, розрахована. Після цього обчислюють емісійний лінійчастий спектр туманності за формулою (1.59) або (1.60) і абсолютний потік випромінювання в лінії  $H_\beta$  (1.61), які порівнюють з результатами спостережень.

**Рекомендація:** *З огляду на великий об'єм теоретичного матеріалу та розрахунків, які студенти мають виконати, рекомендують проводити лабораторну роботу протягом 6 год: 2 год – освоєння теоретичного матеріалу, 4 год – виконання обчислень.*

### Хід роботи

1. Ознайомитися з програмою розрахунку фотоіонізаційних моделей світіння (ФМС) CLOUDY [38].
2. Підготувати вхідний файл програми CLOUDY для розрахунку ФМС ГТ. Значення вхідних параметрів (ефективну температуру або  $L_c$ -спектр, хімічний вміст, густину водню, чинник наповнення тощо) задає викладач.
3. Розрахувати за допомогою програми CLOUDY сферично-симетричну модель ГТ.
4. Виписати з файлу результатів програми CLOUDY інтенсивності емісійних ліній (довжини ліній задає викладач), усереднені за об'ємом іонні вмісти та температури, радіус іонізаційного фронту (зовнішній радіус).
5. За результатами розрахунку ФМС для кожного шару побудувати графіки радіальної залежності електронної концентрації  $n_e$ , температури  $T_e$ , атомних/іонних вмістів  $H^0$ ,  $H^+$ ,

$He^0$ ,  $He^+$ ,  $He^{++}$ ,  $O^0$ ,  $O^+$ ,  $O^{++}$ . Радіальні залежності іонних вмістів одного і того ж елемента будувати на одному графіку.

6. Проаналізувати отримані в попередньому пункті залежності і проаналізувати висновки роботи.
7. Пункти 2–6 повторити для розрахунку ФМС компактної зони НІІ і гігантських зон НІІ навколо спалаху зореутворення або навколо ядра активної галактики (вхідні параметри задає викладач).
8. Порівняти отримані результати ФМС (пункти 3–4) для різних типів газових туманностей (пункт 7). Проаналізувати отримані результати.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 7

## Оптимізація фотоіонізаційного моделювання світіння газівих туманностей

*Мета:* ознайомитися з поняттям задачі оптимізації; ознайомитися з оптимізацією фотоіонізаційного моделювання світіння ГТ; ознайомитися з алгоритмами розрахунку оптимізованих фотоіонізаційних моделей світіння (ОФМС) ГТ; навчитися розраховувати ОФМС ГТ різних типів; навчитися визначати похибки оптимальних значень параметрів ОФМС ГТ різних типів.

## Теоретичні відомості

Зі спостережень ГТ ми отримуємо емісійний лінійчастий спектр і потік у лінії  $H\beta$  (спостережувані спектри). У ФМС ГТ також розраховують емісійний лінійчастий спектр (модельний спектр). Однак вхідні параметри ФМС невідомі. ФМС, як ми бачили, є складною системою з багатьох рівнянь. Тому для знаходження оптимальних значень невідомих вхідних параметрів необхідно розв'язати інверсну задачу фотоіонізаційного моделювання: знайти оптимальну ФМС, спектр якої та інші фізичні параметри найліпше відтворювали б відповідні спостережувані значення. З методами і деталями розв'язку інверсної задачі можна ознайомитись у працях [9, 55], методи і оптимізація фотоіонізаційного моделювання світіння ГТ імплементовані і в CLOUDY [38, 64], однак чіткий статистичний підхід до фотоіонізаційного моделювання ГТ застосовують поки що тільки на кафедрі астрофізики Львівського національного університету імені Івана Франка.

Критерієм узгодженості між спостережуваним і модельними спектрами, зазвичай, для одного параметра вибирають так

звану  $\chi^2$ -функцію:

$$\chi_i^2 = \left( \frac{O^i - M^i}{\sigma^i} \right)^2, \quad (3.3)$$

де  $O^i$  – деяке спостережуване, а  $M^i$  – відповідне підсумкове модельне значення;  $\sigma^i$  – похибка  $i$ -го спостережуваного значення ( $i = 1, 2, \dots, N$ ).

Головними фізичними параметрами, які використовують для розрахунку  $\chi^2$ -функції, є потік на відстані Землі, або світність у лінії  $H\beta$ , відносні інтенсивності  $I(\lambda, X^i)/I(H\beta)$  певної кількості ( $N$ ) емісійних ліній. Деякі дослідники використовують також зовнішній радіус ГТ  $R_{out}$ . Повне значення  $\chi^2$ -функції розраховують так:

$$\begin{aligned} \chi_L^2 &= \left( \frac{L(H\beta)^O - L(H\beta)^M}{\sigma(L(H\beta))} \right)^2; \\ \chi_{RI}^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{[I_i/I(H\beta)]^O - [I_i/I(H\beta)]^M}{\sigma([I_i/I(H\beta)]^O)} \right)^2; \\ \chi_{R_{out}}^2 &= \left( \frac{R_{out}^O - R_{out}^M}{\sigma(R_{out})} \right)^2; \\ \chi^2 &= \chi_L^2 + \chi_{RI}^2 + \chi_{R_{out}}^2. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Тут верхні індекси  $O$  відповідають спостережуваним, а  $M$  – модельним значенням відповідного параметра. Якщо, крім перерахованих, використовують ще якийсь параметр, то його внесок необхідно врахувати в розрахунку повного значення  $\chi^2$ -функції.

Під час розрахунку інверсної задачі є ймовірність, що оптимізатор дасть локальний, а не глобальний мінімум, або що близьких мінімумів є багато (випадок виродження розв'язків). Для перевірки єдиності розв'язку необхідно розраховувати багато ОФМС однієї ГТ з різним набором початкових значень вільних параметрів. Як видно з результатів праць [8, 14, 48, 64], у випадку

планетарних туманностей головно отримують один мінімум  $\chi^2$ -функції, а у випадку зон НІ навколо спалахів зореутворення оптимальні значення хімічного вмісту елементів є невиродженими, параметри ж, що відображають геометричну і фізичну структуру ГТ, можуть давати виродження: два–три близькі значення  $\chi^2$  у межах  $\chi_{\min}^2 \leq \chi^2 \leq \chi_{\min}^2 + \Delta\chi^2$ . Однак навіть в останньому випадку параметри виродження можуть бути представлені одним параметром (наприклад, іонізаційним параметром), який виродження не показує. Отже, такий параметр, крім того, що зменшує кількість *незалежних* вільних параметрів, також визначає іонізаційну структуру ГТ, яка залишається незмінною.

Після знаходження оптимальної ФМС необхідно визначити похибки оптимальних значень вільних параметрів. Детальну маргіналізаційну задачу [55] у випадку ФМС з великою кількістю вільних параметрів розв'язувати часто неможливо навіть із сучасним комп'ютерними технологіями (одну модель на сучасному комп'ютері рахують у середньому близько трьох хвилин, а для знаходження ОФМС інколи необхідно розрахувати десятки тисяч окремих ФМС). Тому для визначення похибок оптимальних значень вільних параметрів ОФМС діють так [13]:

1) визначають кількість ступеней вільності  $\nu$  конкретної ФМС як різницю між кількістю *незалежних* параметрів  $N$ , які використовують для розрахунку  $\chi^2$ -функції, і кількістю *незалежних* вільних параметрів  $M$ . На цьому етапі з метою визначення кількості відповідних *взаємозалежних* параметрів інколи необхідно розраховувати багато тестових ОФМС [13], а також відшукувати кореляції між спостережуваними даними;

2) у припущенні нормального розподілу значень похибок, відповідно до кількості ступенів вільності та довірчого інтервалу  $p$ , відшукують значення  $\Delta\chi^2$  (див. табл. 3.2);

3) з результатів розрахунку всіх моделей ОФМС вибирають ті, в яких  $\chi^2 \leq \chi_{\min}^2 + \Delta\chi^2$ ;

Таблиця 3.2

Значення  $\Delta\chi^2$  як функція довірчого інтервалу  $p$  та кількості ступеней вільності  $\nu$  задачі

$p, \%$	$\nu$					
	1	2	3	4	5	6
68.30	1.00	2.30	3.53	4.72	5.89	7.04
90.00	2.71	4.61	6.25	7.78	9.24	10.6
95.40	4.00	6.17	8.02	9.70	11.3	12.8
99.00	6.63	9.21	11.3	13.3	15.1	16.8
99.73	9.00	11.8	14.2	16.3	18.2	20.1
99.99	15.1	18.4	21.1	23.5	25.7	27.8

4) відповідно до розподілів значень  $\chi^2$ -функції (або, наприклад, функції правдодібності [55]) за кожним з вільних параметрів графічно або шляхом перебирання на підставі відібраних у попередньому пункті результатів ФМС визначають можливі максимальні відхилення значень вільних параметрів у бік значень, більших (плюсова похибка) і менших (мінусова похибка) від знайденого в ОФМС оптимального значення.

*З огляду на великий обсяг розрахункової роботи, що потребує багато годин комп'ютерного часу, рекомендують:* на час виконання роботи виділити студентам окремі login(и) та віддалений доступ (наприклад, через ssh або ftp) до комп'ютерів кафедри, на яких розраховуватимуть ОФМС; на розрахунок ОФМС кожного типу небулярного об'єкта дозволити оптимізатору розрахунок не більше 2000 ФМС; на виконання роботи виділити два–три тижні.

## Хід роботи

1. Ознайомитися з алгоритмами розрахунку ОФМС, що описані в CLOUDY [38].
2. Підготувати вхідний файл для розрахунку ОФМС ГТ. Як вхідний спостережуваний спектр та зовнішній радіус ГТ використати спектр, отриманий у процесі розрахунку ФМС ПТ під час виконання попередньої лабораторної роботи. Початкові значення вільних параметрів задати довільно в межах допустимих значень.
3. Розрахувати за допомогою програми CLOUDY сферично-симетричну ОФМС ПТ.
4. Знайти похибки оптимальних значень вільних параметрів ОФМС.
5. Порівняти відмінності між оптимальними значеннями вільних параметрів ОФМС ПТ та вхідними значеннями відповідних параметрів, розрахованих під час виконання попередньої роботи ФМС ГТ. Проаналізувати результати.
6. Пункти 2–5 повторити для розрахунку ОФМС ГТ.
7. ОФМС хоча б одного з перерахованих об'єктів розрахувати за допомогою іншого методу оптимізації, імплементованого в CLOUDY. Порівняти результати ОФМС, отримані різними методами. Проаналізувати отримані дані.

## ДОДАТКИ

## I. Потенціали іонізації.

Елемент	I – II	II – III	III – IV	IV – V	V – VI
<i>H</i>	13.595	-	-	-	-
<i>He</i>	24.58	54.403	-	-	-
<i>O</i>	13.614	35.146	54.934	77.394	113.873

## II. Ефективні перерізи фотоіонізації.

$$\sigma_{\nu}(A_i) = \sigma_0(A_i) \left[ B \left( \frac{\nu}{\nu_0} \right)^S - (B - 1) \left( \frac{\nu}{\nu_0} \right)^{S-1} \right] 10^{-18} \text{ см}^2$$

Елемент	$\sigma_0$	<i>B</i>	<i>S</i>
<i>H</i> <sup>0</sup>	6.3	1	-3
<i>He</i> <sup>0</sup>	8.0	1	-2.3
<i>He</i> <sup>+</sup>	1.6	1	-3.0
<i>O</i> <sup>0</sup>	2.54	4	-1.0
<i>O</i> <sup>+</sup>	8.1	2.45	-2.0
<i>O</i> <sup>++</sup>	3.48	1.3	-2.0
<i>O</i> <sup>+++</sup>	1.11	1.82	-3.0
<i>O</i> <sup>4+</sup>	1.64	1	-2.0

III. Коефіцієнти рекомбінації на основний рівень іонів:

$$t_e = T_e[K]/10000^{\circ}K,$$

$$\alpha_1(H^+) = 41.02 \cdot t_e^{-0.727} \cdot 10^{-14} \text{cm}^3/\text{c},$$

$$\alpha_1(He^+) = 43.0 \cdot t_e^{-0.672} \cdot 10^{-14} \text{cm}^3/\text{c},$$

$$\alpha_1(He^{++}) = 218.0 \cdot t_e^{-0.689} \cdot 10^{-14} \text{cm}^3/\text{c},$$

$$\alpha_1(O^+) = 31.0 \cdot t_e^{-0.678} \cdot 10^{-14} \text{cm}^3/\text{c},$$

$$\alpha_1(O^{++}) = 200.0 \cdot t_e^{-0.646} \cdot 10^{-14} \text{cm}^3/\text{c},$$

$$\alpha_1(O^{3+}) = 510.0 \cdot t_e^{-0.666} \cdot 10^{-14} \text{cm}^3/\text{c},$$

$$\alpha_1(O^{4+}) = 960.0 \cdot t_e^{-0.670} \cdot 10^{-14} \text{cm}^3/\text{c},$$

$$\alpha_1(O^{5+}) = 120.0 \cdot t_e^{-0.779} \cdot 10^{-14} \text{cm}^3/\text{c}.$$

IV. Значення функції  $\varphi(n_e, T_e)$

$T_e[K] \backslash n_e[\text{cm}^{-3}]$	$10^2$	$10^3$	$5 \cdot 10^3$	$10^4$	$5 \cdot 10^4$	$10^5$
8 000	0.557	0.528	0.419	0.384	0.135	0.082
8 200	0.575	0.542	0.433	0.395	0.140	0.085
8 400	0.591	0.557	0.446	0.406	0.145	0.088
8 600	0.609	0.576	0.461	0.419	0.150	0.091
8 800	0.626	0.591	0.473	0.426	0.175	0.095
9 000	0.641	0.607	0.488	0.439	0.180	0.097
9 200	0.659	0.622	0.503	0.448	0.185	0.101
9 400	0.673	0.639	0.515	0.448	0.189	0.093
9 600	0.691	0.654	0.529	0.470	0.194	0.096
9 800	0.705	0.668	0.541	0.479	0.199	0.099
10 000	0.720	0.681	0.554	0.557	0.233	0.103
10 500	0.756	0.717	0.583	0.580	0.244	0.096
11 000	0.791	0.750	0.612	0.599	0.253	0.104
11 500	0.823	0.782	0.641	0.621	0.264	0.111
12 000	0.855	0.814	0.669	0.641	0.274	0.119
12 500	0.886	0.842	0.695	0.661	0.284	0.126
13 000	0.914	0.871	0.719	0.679	0.293	0.134
13 500	0.944	0.897	0.747	0.695	0.303	0.141
14 000	0.966	0.924	0.767	0.716	0.313	0.147
14 500	0.992	0.953	0.791	0.732	0.320	0.154
15 000	1.014	0.972	0.814	0.748	0.330	0.161
15 500	1.046	0.993	0.834	0.767	0.338	0.167
16 000	1.061	1.018	0.853	0.778	0.347	0.173
16 500	1.079	1.040	0.869	0.793	0.353	0.179
17 000	1.106	1.064	0.888	0.811	0.363	0.185
17 500	1.125	1.075	0.910	0.823	0.370	0.191
18 000	1.146	1.099	0.924	0.838	0.379	0.197
18 500	1.165	1.116	0.942	0.851	0.386	0.203
19 000	1.181	1.14	0.958	0.868	0.394	0.208
19 500	1.196	1.16	0.976	0.879	0.401	0.213
20 000	1.218	1.18	0.989	0.892	0.406	0.219

V. Значення інтегралів  $\int_{x_0}^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^x - 1}$

$x_0$	$\int_{x_0}^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^x - 1}$	$x_0$	$\int_{x_0}^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^x - 1}$
0	2.40	3.2	0.77
0.2	2.38	3.4	0.68
0.4	2.33	3.6	0.61
0.6	2.26	3.8	0.54
0.8	2.16	4.0	0.48
1.0	2.05	4.2	0.42
1.2	1.92	4.4	0.38
1.4	1.80	4.6	0.33
1.6	1.67	4.8	0.29
1.8	1.54	5.0	0.25
2.0	1.42	6.0	0.12
2.2	1.29	7.0	0.059
2.6	1.06	8.0	0.027
2.8	0.96	10.0	0.0055
3.0	0.86	12.0	0.0010

VI. Значення функції  $\theta(n_e, T_e)$  для ліній відповідних іонів  
[O II]  $\lambda$  7319+7330

$T_e[K] \setminus n_e[\text{cm}^{-3}]$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$
4 000	0.00000670	0.0000113	0.0000218	0.0000211
	0.0000298	0.0000631	0.0000976	0.0000954
5 000	0.000124	0.000205	0.000411	0.000405
	0.000405	0.000844	0.00134	0.00133
6 000	0.00107	0.00224	0.00359	0.00368
	0.00233	0.00483	0.00784	0.00787
7 000	0.00457	0.00941	0.0154	0.0156
	0.00820	0.0168	0.0278	0.0282
8 000	0.0137	0.0280	0.0466	0.0476
	0.0217	0.0440	0.0738	0.0756
9 000	0.0325	0.0658	0.111	0.114
	0.0469	0.0944	0.160	0.166
10 000	0.0651	0.131	0.223	0.231
	0.0878	0.176	0.302	0.314
11 000	0.115	0.229	0.396	0.413
	0.151	0.299	0.519	0.543
12 000	0.193	0.381	0.665	0.698
	0.237	0.467	0.820	0.863
13 000	0.287	0.564	0.994	1.05
	0.337	0.660	1.17	1.24
14 000	0.392	0.765	1.36	1.44
	0.457	0.890	1.59	1.69
15 000	0.529	1.03	1.84	1.69
	0.529	1.03	1.84	1.96
16 000	0.689	1.33	2.39	2.56
	0.776	1.49	2.70	2.90
17 000	0.868	1.66	3.02	3.25
	0.977	1.87	3.40	3.67
18 000	1.09	2.08	3.80	4.11
	1.20	2.28	4.18	4.53
19 000	1.31	2.49	4.57	4.96
	1.43	2.70	4.98	5.41
20 000	1.55	2.92	5.40	5.87



[O II]  $\lambda$  3726+3729

$T_e[K] \setminus n_e[\text{cm}^{-3}]$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$
4 000	0.00600	0.0143	0.0210	0.0197
	0.0140	0.0333	0.0495	0.0468
5 000	0.0351	0.0628	0.124	0.119
	0.0744	0.175	0.265	0.255
6 000	0.140	0.326	0.498	0.481
	0.225	0.523	0.804	0.783
7 000	0.342	0.790	1.22	1.19
	0.492	1.13	1.76	1.73
8 000	0.679	1.55	2.42	2.39
	0.903	2.05	3.21	3.18
9 000	1.17	2.63	4.14	4.11
	1.47	3.30	5.19	5.18
10 000	1.80	4.03	6.37	6.38
	2.17	4.84	7.67	7.70
11 000	2.58	5.72	9.08	9.14
	3.07	6.79	10.8	10.9
12 000	3.61	7.95	12.7	12.8
	4.11	9.02	14.4	14.6
13 000	4.64	10.1	16.2	16.5
	5.10	11.1	17.8	18.1
14 000	5.57	12.1	19.4	19.8
	6.14	13.3	21.4	21.8
15 000	6.72	14.5	23.4	23.9
	7.32	15.7	25.4	26.1
16 000	7.93	17.0	27.5	28.2
	8.55	18.2	29.6	30.4
17 000	9.18	19.5	31.7	32.7
	9.93	21.0	34.3	35.4
18 000	10.7	22.6	36.9	38.1
	11.3	23.9	39.1	40.4
19 000	12.0	25.2	41.3	42.7
	12.6	26.5	43.5	45.1
20 000	13.3	27.8	45.6	47.4

[O III]  $\lambda$  4363

$T_e[K] \setminus n_e[\text{cm}^{-3}]$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$
4 000	0.00000125	0.00000126	0.00000147	0.00000195
	0.00000323	0.00000629	0.00000725	0.00000969
5 000	0.0000285	0.0000288	0.0000330	0.0000442
	0.0000995	0.000100	0.000114	0.000153
6 000	0.000282	0.000284	0.000323	0.000434
	0.000648	0.000652	0.000739	0.000992
7 000	0.00133	0.00134	0.00151	0.00203
	0.00248	0.00250	0.00281	0.00378
8 000	0.00431	0.00434	0.00486	0.00654
	0.00701	0.00706	0.00789	0.0106
9 000	0.0108	0.0109	0.0122	0.0164
	0.0160	0.0161	0.0179	0.0241
10 000	0.0227	0.0229	0.0254	0.0342
	0.0313	0.0315	0.0349	0.0469
11 000	0.0418	0.0421	0.0466	0.0625
	0.0557	0.0560	0.0619	0.0831
12 000	0.0724	0.0728	0.0803	0.108
	0.0904	0.0909	0.100	0.134
13 000	0.111	0.112	0.123	0.165
	0.132	0.133	0.146	0.195
14 000	0.155	0.156	0.171	0.229
	0.183	0.184	0.202	0.270
15 000	0.214	0.215	0.236	0.315
	0.248	0.249	0.272	0.364
16 000	0.284	0.286	0.312	0.417
	0.323	0.325	0.354	0.473
17 000	0.364	0.366	0.399	0.533
	0.413	0.415	0.452	0.603
18 000	0.465	0.468	0.508	0.678
	0.515	0.517	0.562	0.749
19 000	0.567	0.569	0.618	0.824
	0.621	0.623	0.676	0.901
20 000	0.677	0.680	0.737	0.981

[O III]  $\lambda$  4959+5007

$T_e [K] \setminus n_e [\text{cm}^{-3}]$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$
4 000	0.0344	0.0337	0.0277	0.00998
	0.0684	0.0670	0.0556	0.0207
5 000	0.150	0.147	0.123	0.0470
	0.287	0.281	0.238	0.0928
6 000	0.493	0.484	0.412	0.164
	0.740	0.728	0.622	0.253
7 000	0.105	1.04	0.892	0.370
	1.44	1.42	1.22	0.517
8 000	1.90	1.87	1.62	0.695
	2.43	2.39	2.08	0.904
9 000	3.02	2.98	2.60	1.15
	3.67	3.63	3.18	1.42
10 000	4.40	4.34	3.81	1.72
	5.17	5.10	4.50	2.06
11 000	6.00	5.92	5.23	4.42
	7.01	6.92	6.13	2.87
12 000	8.09	7.99	7.10	3.35
	9.06	8.95	7.96	3.79
13 000	10.1	9.94	8.86	4.29
	10.9	10.8	9.63	4.67
14 000	11.8	11.6	10.4	5.08
	12.8	12.7	11.4	5.59
15 000	13.9	13.7	12.3	6.12
	15.0	14.8	13.3	6.66
16 000	16.1	15.9	14.3	7.21
	17.2	17.0	15.3	7.77
17 000	18.3	18.1	16.4	8.34
	19.6	19.4	17.6	9.03
18 000	21.0	20.8	18.8	9.73
	22.1	21.9	19.9	10.3
19 000	23.3	23.0	20.9	10.9
	24.4	24.2	22.0	11.5
20 000	25.5	25.3	23.0	12.1

## СПИСОК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

БККГ —	блакитні компактні карликові галактики
ГТ —	газові туманності
ФМС —	фотоіонізаційні моделі світіння
Зони НІІ —	зони іонізованого водню
ОФМС —	оптимізовані ФМС
ПТ —	планетарні туманності
ICF —	іонізаційно-корекційний множник
$\lambda$ —	довжина хвилі електромагнітного випромінювання
Å —	ангстрем: $1\text{Å} = 10^{-8}\text{см}$
$n_e$ —	електронна концентрація
$T_e$ —	електронна температура
$A/H$ або $X/H$ —	вміст хімічного елемента ( $A$ або $X$ ) відносно водню ( $H$ )
$A^{+i}$ або $X^{+i}$ —	іон елемента $A$ або $X$ в $i$ -й стадії іонізації
$L_e$ -випромінювання —	неперервний спектр за Лайманівською межею ( $\lambda \leq 912\text{Å}$ )
Лінії $L_\alpha(A)$ —	лінії серії Лаймана іона/атома $A$ , що утворюються внаслідок переходу $2 \rightarrow 1$

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. *Аллер Л., Лиллер У.* Планетарные туманности. — М.: Мир, 1971. — 150 с.
2. *Вильковский Э.Я., Кондратьева Л.Н., Тамбовцева Л.В.* Эволюционная последовательность моделей планетарных туманностей // Астрон. журн. — 1983. — Т. 60. — С. 332.
3. *Головатый В.В., Гершберг Р.Е., Мальков Ю.Ф., Проник В.И.* Количественный анализ ультрафиолетовых, оптических и инфракрасных эмиссионных спектров небесных тел с целью определения физических параметров и химического состава излучающего диффузного вещества и межзвездного поглощения до него// Изв. Крым. астрофиз. обсерватории. — 1999. — Т. 96. — С. 72.
4. *Головатый В.В., Новосядлый Б.С.* Исследование физических условий в газовых туманностях. IV. Влияние диффузного  $L_c$ -излучения на ионизационную структуру и эмиссионный линейчатый спектр газовых туманностей// Вопросы Астрофиз. Вестн. Львов. ун-та. Сер. астрофиз. — 1983. — Вып. 57. — С. 22.
5. *Головатый В.В., Мальков Ю.Ф.* Уточнение шкалы расстояний планетарных туманностей.// Астрон. циркуляр. — 1990. — Т. 1544. — С. 7.
6. *Головатый В.В., Мальков Ю.Ф.* Фотоионизационные модели свечения и физические характеристики планетарных туманностей BD+30°3639 и NCG 7293// Астрон. журн. — 1991. — Т. 68. — С. 1197.
7. *Головатый В.В., Мальков Ю.Ф.* Современная фотоионизационная модель свечения планетарной туманности. Краткое описание/ Препринт ИТФ-91-66Р. — К.: Институт теор. физики АН Украины, 1991. — 41 с.
8. *Головатый В.В., Мелех Б.Я.* Определение химического состава областей НII в голубых компактных карликовых галактиках методом оптимизационного фотоионизационного моделирования // Астрон. журн. — 2005. — Т. 82. — N 9. — С. 755.
9. *Гончарский А.В., Черпащук А.М., Ягола А.Г.* Некорректные задачи астрофизики. — М.: Наука, 1985. — 350 с.
10. *Гершберг Р.Е., Коровяковская А., Коровяковская Ю.* Коэффициенты ударного возбуждения и ударной ионизации водорода.// Известия КраО. — 1971. — Т. 43. — С. 49.
11. *Гурзadyн Г.А.* Планетарные туманности. — М., 1962. — 392 с.
12. *Каплан С.А., Пикельнер С.Б.* Межзвездная среда. — М., 1962. — 531 с.
13. *Мелех Б.Я.* Дослідження фізичних характеристик та хімічного вмісту областей НII в блакитних компактных карликових галактиках: Дис. канд. фіз.-мат. наук. К., 2003. — 133 с.
14. *Мелех Б.Я., Гаврилова Н.В.* Розрахунок газопилових оптимізованих фотоіонізаційних моделей світіння планетарних

- туманностей // Наук. вісн. Ужгород. ун-ту. — 2005. — Сер. фіз. — Вип. 17. — С. 65.
15. *Никитин А.А., Рудзикас З.Б., Сапар А.А. и др.* Спектры планетарных туманностей. — Таллин: Валгус, 1988. — 120 с.
  16. *Потташ С.* Планетарные туманности. — М.: Мир, 1987. — 351 с.
  17. *Проник В.И.* Температура ядер планетарных туманностей и распределение энергии в их спектрах за лаймановским пределом// Изв. КрАО. — 1964. — Т. 32. — С. 155.
  18. *Соболев В.В.* Курс теоретической астрофизики. — М.: Наука, 1967. — 528 с.
  19. *Спитцер Л.* Физические процессы в межзвездной среде. — М.: Мир, 1981. — 352 с.
  20. *Хромов Г.С.* Планетарные туманности: физика, эволюция, космология. — М.: Наука, 1985. — 296 с.
  21. *Aldrovandi S.M.V., Pequignot D.* Radiative and dielectronic recombination coefficients for complex ions// Astronomy and Astrophysics. — 1973. — Vol. 25. — P. 137.
  22. *Aldrovandi S.M.V., Pequignot D.* Radiative and dielectronic recombination coefficients for complex ions// Astronomy and Astrophysics. — 1976. — Vol. 47. — P. 321.
  23. *Arnaud M., Rothenflug R.* An updated evaluation of recombination and ionization rates// Astronomy and Astrophysics Supplement Series. — 1985. — Vol. 60. — P. 425.
  24. *Bässgen M., Maluck G., Grewing M., Krämer G.* Neue Modellrechnungen für Planetarische Nebel, angewandt auf NCG

- 6572// Mitteilungen der Astronomischen Gesellschaft. — 1983. — Bol. 60. — S. 331.
25. *Brocklehurst M.* Calculations of the level populations for the low levels of hydrogenic ions in gaseous nebulae// Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 1972. — Vol. 153. — P. 471.
  26. *Brocklehurst M.* The line spectra of helium in gaseous nebulae// Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 1972. — Vol. 157. — P. 211.
  27. *Brown R.* The charge-transfer reaction  $C^{+2} + He \rightarrow He^{+} + C^{+}$  and its application to the interstellar medium// Astrophysical J. — 1972. — Vol. 174. — P. 511.
  28. *Butler S.E., Dalgarno A.* Charge transfer between  $N^{+}$  and  $H$ // Astrophysical J. — 1979. — Vol. 234. — P. 765.
  29. *Butler S.E., Dalgarno A.* Charge transfer of multiply charged ions with hydrogen and helium: Landau-Zener calculations// Astrophysical J. — 1980. — Vol. 241. — P. 838.
  30. *Butler S.E., Dalgarno A.* Charge transfer of  $C^{+}$  and  $S^{+}$  in diffuse nebulae// Astrophysical J. — 1980. — Vol. 85. — P. 144.
  31. *Butler S.E., Heil T.G., Dalgarno A.* Charge transfer of multiply charged ions with hydrogen and helium: quantal calculations// Astrophysical J. — 1980. — Vol. 241. — P. 442.
  32. *Chapman R.D., Henry R.J.W.* Photoionization cross-sections for atoms and ions of sulphur// Astrophysical J. — 1971. — Vol. 168. — P. 169.

33. *Chapman R.D., Henry R.J.W.* Photoionization cross-sections for atoms and ions of aluminium, silicon and argon// *Astrophysical J.* — 1972. — Vol. 173. — P. 243.
34. *Christensen R.B., Watson W.D., Blint R.J.* Calculation of the cross section for N IV – H charge-exchange: significance for the intercloud gas// *Astrophysical J.* — 1977. — Vol. 213. — P. 712.
35. *Clegg R.E.S., Harrington J.P., Barlow M.J., Walsh J.R.* The planetary nebula NCG 3918// *Astrophysical J.* — 1987. — Vol. 314. — P. 551.
36. *Clegg R.E.S., Middlemass D.* Non-LTE model atmospheres for central stars of planetary nebulae// *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* — 1987. — Vol. 228. — P. 759.
37. *Dalgarno A., Butler S.* Charge transfer of multiply-ionized species// *Comm.Atom.Mol.Phys.* — 1978. — Vol. 7. — P. 129.
38. *Ferland G.J.* Hazy, a Brief Introduction to Cloudy. — University of Kentucky, Department of Physics and Astronomy: Internal Report, 2005. — 543 p.
39. *Fiebelman W., Aller L.H., Keyes C. D., Czyzak S.J.* Spectrum and chemical composition of the remarkable planetary nebula NCG 6537// *Proceedings of the National Academy of Science of USA.* — 1985. — Vol. 82. — P. 2202.
40. *Field G., Steigman G.* Charge transfer and ionization equilibrium in the interstellar medium// *Astrophysical J.* — 1971. — Vol. 166. — P. 59.
41. *Cargaud M., McCarroll R., Valiron P.* Charge transfer ionization of  $Si^+$  by  $H^+$  at thermal energies// *Astronomy and Astrophysics.* — 1982. — Vol. 106. — P. 197.

42. *Carstang R.H.* Transition probabilities for forbidden lines// *International Astronomical Union Symposium No.34.* — Dordrecht: reidel, 1968. — P. 143.
43. *Harrington J.P., Feibelman W.A.* The planetary nebula IC 3568: a model based on IUE observations// *Astrophysical J.* — 1983. — Vol. 265. — P. 258.
44. *Henry R.J.W.* Photoionization cross-sections for atoms and ions of carbon, nitrogen, oxygen and neon// *Astrophysical J.* — 1970. — Vol. 161. — P. 1153.
45. *Hummer D.G., Storey P.J.* Recombination line intensities for hydrogenic ions. – I. Case B calculations for H I and He II// *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* — 1987. — Vol. 224. — P. 801.
46. *Husfeld D., Kudritzki R.P., Simon K.P., Clegg R.E.S.* Non-LTE model atmospheres of hot central stars close to the Eddington limit. The Zanstra discrepancy and the occurrence of an emission edge at 228 Å// *Astronomy and Astrophysics.* — 1984. — Vol. 134. — P. 139.
47. *Kafatos M., Lynch J.P.* Forbidden lines of  $np^q$  ions. I. Detailed balance and line intensity ratios// *Astrophysical J. Supplement Series.* — 1980. — Vol. 42. — P. 611.
48. *Melekh B.Ya., Holovatyy V.V., Havrylova N.V.* Determination of Lc-spectra, Physical Parameters, and Chemical Composition of Planetary Nebulae and HII regions in Blue Compact Dwarf Galaxies// *Planetary Nebulae as Astronomical Tools/* Ed. by R. Szczerba, G. Stasinska and S.K. Gorny, AIP Conference Proceedings. — Melville, New York, 2005. — Vol. 804. — P. 32

49. *Mendoza C.* Recent advances in atomic calculations and experiments of interest in the study of planetary nebulas// International Astronomical Union Symposium No.103. — Dordrecht: Reidel, 1983. — P. 143.
50. *Nussbaumer H., Storey P.J.* Dielectronic recombination at low temperatures. II. Recombination coefficients for lines of C, N, O// Astronomy and Astrophysics Supplement Series. — 1984. — Vol. 56. — P. 293.
51. *Nussbaumer H., Storey P.J.* Dielectronic recombination at low temperatures. III. Recombination coefficients for Mg, Al, Si// Astronomy and Astrophysics Supplement Series. — 1986. — Vol. 64. — P. 545.
52. *Nussbaumer H., Storey P.J.* Dielectronic recombination at low temperatures. IV. Recombination coefficients for neon// Astronomy and Astrophysics Supplement Series. — 1987. — Vol. 69. — P. 123.
53. *Opradolce L., McCarrol R., Valiron P.* Charge transfer of  $Si^{4+}$  with helium// Astronomy and Astrophysics. — 1985. — Vol. 148. — P. 229.
54. *Osterbrock D.* Astrophysics of Casseous Nebulas. — San Francisco: Freeman and Comp., 1974. — 251 p.
55. *Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P.* Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing: Second Edition. — Cambridge University Press, 1992. — 980 p.
56. *Reilman R.F., Manson S.T.* Photoadsorbtion cross sections for positive ions with  $Z \leq 30$ // Astrophysical J. Supplement Series. — 1979. — Vol. 40. — P. 815.

57. *Seaton M.J.* Thermal inelastic collision processes// Reviews of Modern Physics. —1958. — Vol. 30. — P. 979.
58. *Seaton M.J.* Radiative recombination of hydrogenic ions// Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 1959. — Vol. 119. — P. 81.
59. *Seaton M.J.* Interstellar extinction in the UV// Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 1979. — Vol. 187. — P. 73.
60. *Shull M.J., van Steenberg M.* The ionization equilibrium of astrophysically abundant elements// Astrophysical J. Supplement Series. — 1982. — Vol. 48. — P. 95.
61. *Silk J., Brown R.* On the ultraviolet absorption-line spectra produced by H I-regions// Astrophysical J. — 1971. — Vol. 163. — P. 495.
62. *Steigman C.* Charge transfer reactions in multiply charged ion-atom collisions// Astrophysical J. — 1975. — Vol. 199. — P. 642.
63. *Storey P.J.* Dielectronic recombination at nebular temperatures// Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 1981. — Vol. 195. — P. 27.
64. *van Hoof P.A.M.* Photo-Ionization Studies of Nebulae. — Ph.D. thesis, Rijksuniversiteit Groningen. — 1997. — 102 p.
65. *Watson W.D.* Gas phase reactions in astrophysics// Annual Review of Astronomy and Astrophysics. — 1978. — Vol. 16. — P. 585.

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП</b>	<b>3</b>
<b>1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДІАГНОСТИКИ ТА МОДЕЛЮВАННЯ СВІТІННЯ ГАЗОВИХ ТУМАННОСТЕЙ</b>	<b>6</b>
1.1. Іонізаційно-рекомбінаційна рівновага . . . . .	6
1.1.1. Елементарні процеси іонізації. . . . .	6
1.1.2. Елементарні процеси рекомбінації. . . . .	9
1.1.3. Рівняння іонізаційної рівноваги. . . . .	12
1.2. Енергетичний баланс . . . . .	13
1.2.1. Процеси, що приводять до нагрівання газу. . . . .	13
1.2.2. Механізми охолодження газу. . . . .	14
1.2.3. Рівняння енергетичного балансу. . . . .	19
1.2.4. Урахування дифузного $L_c$ -випромінювання ГТ. . . . .	20
1.3. Розрахунок емісійного лінійчастого спектра . . . . .	21
1.3.1. Утворення ліній у разі радіативної рекомбінації. . . . .	21
1.3.2. Урахування механізму діелектронної рекомбінації. . . . .	22
1.3.3. Лінії, збуджувані зіткненнями. . . . .	23
1.3.4. Розрахунок відносних заселеностей енергетичних рівнів і об'ємних коефіцієнтів випромінювання. . . . .	25

1.3.5. Розрахунок відносних інтенсивностей емісійних ліній. . . . .	29
---	----

## **РОЗДІЛ 2. МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ ФІЗИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТА ХІМІЧНОГО ВМІСТУ ГАЗОВИХ ТУМАННОСТЕЙ**

<b>ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 1. Визначення електронної температури та концентрації в газових туманностях</b>	<b>31</b>
<b>ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 2. Визначення температури та дилуції випромінювання центральної зорі газової туманності. . . . .</b>	<b>35</b>
<b>ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 3. Визначення іонізації гелію і кисню при <math>\tau \ll 1</math>. . . . .</b>	<b>39</b>
<b>ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 4. Визначення хімічного вмісту гелію та кисню в газовій туманності. . . . .</b>	<b>41</b>

## **РОЗДІЛ 3. КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ УМОВ У ГАЗОВИХ ТУМАННОСТЯХ**

<b>ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 5. Діагностика світіння газових туманностей. . . . .</b>	<b>43</b>
<b>ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 6. Фотоіонізаційне моделювання світіння газових туманностей. . . . .</b>	<b>50</b>
<b>ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 7. Оптимізація фотоіонізаційного моделювання світіння газових туманностей. . . . .</b>	<b>55</b>

## **ДОДАТКИ**

### **СПИСОК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ**

### **СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

<b>60</b>
<b>68</b>
<b>69</b>

Навчальне видання

Головятий Володимир Володимирович  
Мелех Богдан Ярославович  
Гаврилова Наталія Вікторівна

ФІЗИКА ГАЗОВИХ ТУМАННОСТЕЙ  
Лабораторний практикум

Редактор М.М. Мартиняк-Жовтанецька  
Технічний редактор С. Сенік  
Коректор Г. Матіїв  
Комп'ютерна верстка Н.Л. Тишко

Підп. до друку . Формат 60x84/16.  
Папір друк. Друк на різогр. Гарнітура . прим.  
Умовн. друк. арк. Обл. вид. арк. Тираж . Зам.

Видавничий центр Львівського національного університету  
імені Івана Франка. 79000 Львів, вул. Дорошенка, 41