

ВІДГУК

офіційного опонента про дисертаційну роботу Ровенчака Андрія Адамовича «Статистика Бозе і дробові статистики в теорії багаточастинкових систем і суміжних задачах», подану на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук зі спеціальності 01.04.02 — теоретична фізика

В останні два десятиліття з'явилися сотні публікацій, завдяки яким відбувається істотне осучаснення та бурхливий розвиток різноманітних узагальнень базових моделей квантової статмеханіки, якими є моделі ідеального Бозе- та ідеального Фермі-газу. В усіх цих роботах досліджуються ті чи інші аспекти виходу за межі згаданих стандартних базових моделей чи ідеалізацій. У великій частині робіт, з однієї сторони, ставилось за мету врахування міжчастинкової взаємодії або наявності зовнішнього поля (зовнішнього потенціалу, пастки). З іншої сторони, автори багатьох робіт використовували підходи, основані на безпосередній модифікації статистик, зокрема через деформацію квантовомеханічних співвідношень, або ж через деформації кореляційних чи термодинамічних аспектів моделі. Слід відзначити, що і узагальнені (в напрямку врахування взаємодій), і деформовані аналоги базових моделей є особливо важливими завдяки широкому спектру їх застосувань.

Все це засвідчує безсумнівну актуальність вибраного напрямку досліджень, так само як і важливість кола задач, на яких зосередився у своїй дисертаційній роботі Андрій Адамович.

Дисертаційна робота має загальний обсяг 333 сторінки і складається із 281 сторінки основного тексту, куди входять вступ, сім розділів (шість з яких містять оригінальні результати) і висновки, а також списку використаних джерел із 500 пунктів.

У **вступі** обґрунтовано актуальність досліджень, показано їх зв'язок із тематикою наукових робіт кафедри теоретичної фізики Львівського національного університету імені Івана Франка, сформульовано мету і задачі, вказано об'єкт і предмет дослідження, показано новизну і практичне значення результатів, з'ясовано особистий внесок здобувача, наведено перелік конференцій і семінарів, де було апробовано результати дисертації, а також стисло викладено зміст дисертації.

У **першому розділі** подано детальний огляд за тематикою роботи, починаючи зі становлення статистичної фізики у класичних працях Макс-

велла і Больцмана. Значну увагу тут автор зосередив на різних підходах до поняття так званих дробових (проміжних, інтерполуючих, нестандартних) статистик, виділяючи два способи узагальнення розподілів Бозе і Фермі — квантовомеханічний та статистико-механічний. На завершення оглядової частини дається стислий аналіз робіт в галузі дослідження Бозе-систем.

У **другому розділі** викладено результати досліджень однорідних Бозе-систем із взаємодією. Для систем, які є сильновзаємодіючими, розраховано спектри елементарних збуджень. Запропоновано підходи, які дають можливість наблизити обчислені значення ротонного мінімуму в гелії-4 до експериментальних значень, а також отримати правильну поведінку спектра в довгохвильовій границі. Розрахований спектр Бозе-рідини з потенціалом Юкави якісно узгоджується з результатами інших авторів.

Третій розділ присвячено дослідженням бозонів у зовнішніх потенціалах (пастках), що становить важливий і популярний напрямок. Метод наближеного вторинного квантування Боголюбова в дисертації узагальнено на випадок, коли одночастинкові хвильові функції є функціями гармонічного осцилятора, що відповідає Бозе-системам у так званих гармонічних пастках. До нових результатів розділу зокрема належить запропонований автором цікавий спосіб отримання ефективного гамільтоніана даної системи, внаслідок чого вдається звести вихідний гамільтоніан до суми одномодових, які легко піддаються діагоналізації.

Особливо хочу відзначити оригінальні результати, які містяться у **четвертому та п'ятому розділах**. В розділі 4 автором запропонована нова модифікація так званої статистики Поліхронакоса через розширення її (дійсного) статистичного параметра на комплексну множину значень. Проведено детальний аналіз термодинамічних функцій з урахуванням наявності в них як дійсних частин, так і уявних. Розглянуто фізичні причини, які можуть приводити до появи уявних доданків в енергії, питомій теплоємності тощо. В рамках модифікованої статистики Поліхронакоса розрахунки виконано для системи гармонічних осциляторів. При цьому в одновимірній задачі виявлено фазовий перехід, і для нього зроблено оцінки можливості експериментального спостереження. В одновимірному випадку цей аналіз вдалось провести аналітично, тоді як в задачі із D -вимірними осциляторами розрахунки є чисельними. Однак, і в останньому випадку також знайдено фазові переходи. Цікавим є виявлене існування критичних значень у параметра статистики v .

У розділі 5 містяться розрахунки, пов'язані з низкою двопараметричних моделей статистик. За допомогою деяких з них авторіві вперше вдалося успішно змоделювати вираз для чисел заповнення вільних еніонів з точністю до третього віріального коефіцієнта включно, а також оцінити якими є наслідки включення у розгляд четвертого віріального коефіцієнта. Розширену модель статистики Поліхронакоса, у якій замість звичайної експоненти в гіббсівському множнику використано q -експоненту Цалліса, вперше застосовано для ефективного опису слабковзаємодіючої бозе-системи зі скінченною кількістю частинок. Варто акцентувати, що важливість даного результату полягає в *поєднаному* описі одразу двох чинників виходу за межі моделі ідеального Бозе-газу.

Останні два розділи присвячено міждисциплінарним застосуванням різних моделей, які ґрунтуються на використанні статистики Бозе та деяких дробових статистик. У **шостому розділі** в підході мікроканонічного ансамблю використано аналогії з Бозе-системою та зроблено оцінки в теоретико-числовій задачі про розбиття натуральних чисел (можна зауважити, що роботи в напрямку таких застосувань публікувались і публікуються в тому числі і у фізичних журналах). Серед інших оригінальних результатів цього розділу, поряд з покращенням оцінки головної асимптотики Гарді-Раманджана для кількості розбиттів в 1-вимірному випадку, варто зробити особливий наголос на отриманих автором уперше оцінках кількості так званих плоских (або двовимірних) розбиттів натуральних чисел на скінченну кількість доданків.

Результати досліджень стосовно можливості класифікації складних систем, якщо використати аналогії з розподілом Бозе, увійшли в **сьомий розділ**. На основі такої аналогії, застосованої до лінгвістики, Андрій Адамович запропонував новий набір параметрів (серед них і аналог “температури”) і на прикладі текстів відомих творів, як одного з найдоступніших для аналізу матеріалів, зміг отримати цікаві висновки про зв'язок цих параметрів із певними характеристиками мови. Це також є цікавим результатом, і він дає підстави сподіватись на подальше поширення розроблених підходів, зокрема на деякі задачі в галузі генетики.

Завершується основний текст дисертації наведенням коротких узагальнюючих **висновків**.

Варто відзначити те, що дисертація є добре продуманою і структуро-

ваною, зміст викладено послідовно і логічно, а її оформлення виконано дуже ретельно. Гарне враження справляє і те, як вона ілюстрована – і кількісно і якісно (у більшості своїй рисунки виконано в кольорі). Висновки роботи видаються цілком обґрунтованими.

Є до дисертаційної роботи і декілька зауважень:

1. Розвинуті в дисертації підходи використовують відомі полілогарифми навіть в тих розділах (4 і 5), які присвячені деформованим модифікаціям моделі Бозе-газу. З іншого боку, в роботах багатьох авторів, що стосуються деформацій Бозе-газу, при виводі термодинамічних функцій з'являються *деформовані* аналоги полілогарифмів (із деформованими коефіцієнтами розкладів в ряд). На мою думку, в дисертації цей аспект слід було відзначити та прокоментувати.

2. На стор. 132 на полі рисунку 4.2 варто було конкретніше вказати де саме зображено розв'язок 1, а де розв'язок 2.

3. Зауваження стосовно двопараметричних узагальнень моделей статистик (розділ 5): мені видається, що заміна звичайної експоненти в гіббсівському множнику, замість q -експоненти Цалліса, як це робиться в дисертації, на двопараметрично-деформований аналог експоненти (відому p, q -експоненту, чи інші 2-параметричні деформації) дала б змогу змоделювати властивості вільних еніонів з точністю до третього *та четвертого* віріальних коефіцієнтів включно, можливо з певними обмеженнями на параметр еніонної статистики. Зрозуміло, що детальна перевірка цього потребує окремого аналізу.

4. Для уявної частини питомої теплоємності, яка з'являється на ст.ст. 129, 135, 139 та 145, було б корисно, якщо це можливо, дати *безпосередню* фізичну інтерпретацію.

5. Зауваження “технічного” роду: на рис. 4.2 та рис. 4.3 (ст. 132-133) не вказано, що саме відкладається по осях; на ст.172 вжито два різні символи (V_2 та A) для однієї і тієї ж величини; у списку використаних джерел у пункті 99 (див. ст. 292) слід було виправити прізвище та ініціали автора; також у списку джерел, на ст. 293, один пункт 101 містить п'ять різних посилань.

Однак очевидно, що усі ці зауваження ніяк не впливають на загальну позитивну оцінку дисертації. Усі результати і висновки дисертаційної роботи опубліковані в наукових статтях у реферованих зарубіжних і вітчизняних фахових наукових виданнях і достатньою мірою апробовані під час виступів на численних представницьких конференціях, переважно міжнародних.

Викладене вище дає усі підстави стверджувати: дослідження в дисертаційній роботі А.А. Ровенчака виконано з актуальних проблем, на високому науковому рівні, із застосуванням сучасного арсеналу теоретичної і математичної фізики; в ній отримано низку нових важливих оригінальних результатів.

Автореферат правильно і повно відображає основні положення і зміст дисертації та оформлений належним чином. Дисертаційна робота задовольняє усім вимогам “Порядку присудження наукових ступенів”, затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 24 липня 2013 року № 567, а її автор Андрій Адамович Ровенчак безумовно заслуговує присудження йому наукового ступеня доктора фізико-математичних наук зі спеціальності 01.04.02 – теоретична фізика.

Завідувач відділу математичних методів
в теоретичній фізиці Інституту теоретичної
фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України
доктор фізико-математичних наук



О.М. Гаврилик

Підпис доктора фіз.-мат.наук
Гаврилика Олександра Михайловича засвідчую:

Вчений секретар Інституту теоретичної фізики
ім. М.М. Боголюбова НАН України
кандидат фіз.-мат. наук




С.М. Перепелиця