

## ВІДГУК

**офіційного опонента на дисертаційну роботу Самара Миколи Івановича “Класичні та релятивістські квантові задачі в просторі з мінімальною довжиною”, подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 - теоретична фізика**

Різноманітні узагальнення чи деформації одно-, дво- і тривимірної алгебри Гайзенберга, включно із найбільш загальною ситуацією, котра описується довільною деформаційною функцією, відіграють все більшу роль у сучасній теоретичній фізиці. При цьому концепція мінімальної довжини, пов'язана із значною частиною деформованих алгебр Гайзенберга, викликає останнім часом особливо велику зацікавленість багатьох науковців, і перш за все через те, що були виявлені важливі і продуктивні її зв'язки з дослідженнями в теорії струн та у побудові моделей квантової гравітації, де існування мінімальної невизначеності координати одночасно є природним, і поряд з тим веде до наслідків принципового значення. Можна у зв'язку з цим навіть стверджувати, що в теоретичній фізиці виник свій окремий напрямок, присвячений вивченню квантових систем у просторах із мінімальною довжиною. Саме до цього напрямку відноситься дисертаційна робота Миколи Івановича Самара, в якій знайдено розв'язки для цілої низки цікавих і важливих задач квантової фізики в таких просторах.

Дисертаційна робота М.І. Самара добре написана, вона складається зі вступу, шести розділів та висновків і становить 127 сторінок тексту.

Перший із шести розділів містить стислу історію дослідження ідеї про мінімальну довжину, а крім того в ньому дається висвітлення сучасного стану досліджень з проблеми впливу наявності деформації простору на властивості класичних та релятивістських квантових систем і появи важливих фізичних наслідків.

У другому розділі описуються дослідження гільбертового простору станів, пов'язаного з деформованим комутаційним співвідношенням з мінімальною довжиною. У просторах з мінімальною довжиною характерним (і ускладнюючим) фактором є те, що звичайного координатного представлення не існує, оскільки власні функції оператора координати не задовільняють узагальненому/деформованому співвідношенню Гайзенберга. Одним із можливих способів координатного опису системи, який використано у дисертації, є введення т.зв. максимально локалізованих станів. В цьому розділі дисертантом показано, що максимально локалізовані стани можуть бути

представлені у формі лінійної комбінації двох власних станів оператора координати  $i$ , більш того, це є єдина фізична хвильова функція, яку можна утворити із двох обраних координатних власних станів. Як один із важливих результатів, які можна відзначити, тут також доведено, що будь-яка фізична хвильова функція може бути представлена як лінійна комбінація зліченного набору максимально локалізованих станів, і запропоновано досить простий спосіб такого представлення.

Узагальнення рівняння Шредингера в імпульсному представленні на той випадок, коли деформована алгебра Гайзенберга породжує мінімальну довжину, розвинуто у третьому розділі дисертації. У зв'язку з цим потрібно відзначити, що застосування такого підходу до розв'язку простих квантово-механічних задач у *деформованому просторі з мінімальною довжиною* не лише є цілком оригінальним, але також продемонструвало його ефективність. А саме, було знайдено точні розв'язки задачі про частинку в дельта-ямі, і більш загальної задачі частинки у подвійній дельта-ямі. У цьому ж розділі представлено розгляд задачі про рух частинки в потенціалі кулонівського типу, у зв'язку з чим було знайдено вирішення проблеми означення і описано рецепт знаходження оператора, оберненого до оператора координати.

У четвертому розділі дисертантом проведено функціональний аналіз оператора координати у загальному випадку деформованої алгебри Гайзенберга, що призводить до мінімальної довжини. В рамках даного аналізу у дисертації запропоновано цілком оригінальне означення оберненого оператора до оператора координати, причому цей обернений оператор є не лише двостороннім (одночасно і лівим, і правим), але і лінійним, чого не було у інших авторів. На основі використання такого означення, автором розглянуто одновимірну задачу кулонівського типу, для якої знайдено точно енергетичний спектр та власні функції частинки в 1-вимірному кулоново-подібному потенціалі в деформованому просторі, заданому довільною функцією деформації. Хочу відзначити результати, які отримані для низки різних деформаційних функцій, котрі виходять за рамки добре відомої (і популярної) деформації Кемпфа, Серед цих нестандартних деформацій є поліноміального типу, і дві – експоненціального типу, котрі задані в (4.95) та (4.96), де в експоненту входить корінь із квадрата імпульса.

Розділ 5 дисертації присвячений вивченню релятивістської квантової задачі про атом водню у просторі з лоренц-коваріантною деформованою алгеброю Гайзенберга і за наявності мінімальної довжини. Із застосуванням звичайної теорії збурень знайдено поправки до енергетичних рівнів цієї системи. Однак для деяких станів в

цьому підході отримуються розбіжні внески у поправку до енергії.

З цієї причини, у останньому, шостому розділі, з метою усунути ці розбіжності, було запропоновано модифіковану теорію збурень, в основу якої покладена ідея “зсунутого” розкладу. В результаті отримано аналітичні вирази для поправок до всіх без винятку енергетичних рівнів. Із припущенням, що поправки до енергії, спричинені деформацією алгебри Гайзенберга, не перевищують точності експериментальних даних для  $1s-2s$  переходу в атомі водню, дисертантом проведено оцінку мінімальної довжини.

Дисертаційну роботу завершують Висновки та Список використаних джерел.

Загальне враження від дисертації однозначно позитивне. Автор отримав цікаві результати, продемонстрував прекрасне володіння відповідними методами. Тим не менше, в мене є декілька зауважень.

1) В четвертому розділі, у формулі (4.27) не повинно бути множника, що містить параметр деформації  $\beta$ , оскільки розглядається випадок загальної деформації. У формулах (4.25), (4.26) і (4.27) цього ж розділу використано різні символи для однієї і тієї самої власної функції оператора координати.

2) В авторефераті у формулі (25) чомусь зникла залежність від квантового числа “ $n$ ”, хоча в самій дисертації у відповідному місці вона присутня.

3) Зауваження стосовно деяких термінів. Наприклад, вибір терміну “псевдокоординатне представлення” мені видається не дуже вдалим, бо він не відповідає тому, як саме діють оператор координати і оператор імпульса. Більш того, в границі  $\beta \rightarrow 0$  (виключеної деформації) ці оператори переходять у їх реалізацію для звичайного імпульсного, а не координатного представлення. Також, замість термінів “одновимірна задача Кулона” та “частинка в одновимірному потенціалі Кулона” більш коректно було б вживати “одновимірна задача (або частинка в одновимірному потенціалі) кулонівського типу”. Щодо структури дисертації – розділи 5 і 6 цілком можна було об’єднати в один.

Однак цілком зрозуміло, що зроблені зауваження аж ніяк не впливають на загальну позитивну оцінку дисертації. Усі результати і висновки дисертаційної роботи опубліковані в наукових статтях у реферованих зарубіжних і вітчизняних фахових наукових виданнях і достатньою мірою апробовані під час виступів на численних представницьких конференціях, переважно міжнародних.

Викладене вище дає усі підстави стверджувати: дослідження в дисертаційній роботі М.І. Самара виконано з актуальних проблем, на високому науковому рівні, із застосуванням сучасних методів теоретичної і математичної фізики (особливо варто відзначити володіння методами функціонального аналізу); автором отримано низку важливих оригінальних результатів.

Автореферат правильно і повно відображає основні положення і зміст дисертації та оформлений належним чином. Дисертаційна робота задовольняє усім вимогам “Порядку присудження наукових ступенів”, затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 24 липня 2013 року № 567, а її автор Микола Іванович Самар безумовно заслуговує присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.04.02 – теоретична фізика.

Завідувач відділу математичних методів  
в теоретичній фізиці Інституту теоретичної  
фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України  
доктор фізико-математичних наук, професор

 О.М. Гаврилик

Підпис доктора фіз.-мат. наук  
Гаврилика Олександра Михайловича засвідчую:

Вчений секретар Інституту теоретичної фізики  
ім. М.М. Боголюбова НАН України  
кандидат фіз.-мат. наук



С.М. Перепелиця