

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Фізичний факультет
Кафедра теоретичної фізики імені професора Івана Вакарчука

Затверджено

На засіданні кафедри теоретичної фізики імені професора Івана Вакарчука фізичного факультету Львівського національного університету імені Івана Франка (протокол № 1 від 31.08.2023 р.)

Завідувач кафедри  Володимир ТКАЧУК

Силабус
з навчальної дисципліни «Фізика бозе-систем (Physics of Bose-systems)»,
що викладається в межах
ОНП «Теоретична фізика та астрофізика»
другого (магістерського) рівня вищої освіти
для здобувачів зі спеціальності 104 Фізика та астрономія

Львів 2023

Назва дисципліни	Фізика бозе-систем (Physics of Bose-systems)
Адреса викладання дисципліни	вул. Драгоманова, 12, 79005, м. Львів
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	фізичний факультет, кафедра теоретичної фізики імені професора Івана Вакарчука
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань — 10 Природничі науки Спеціальність — 104 Фізика та астрономія
Викладач дисципліни	професор кафедри теоретичної фізики імені професора Івана Вакарчука, д.ф.-м.н., проф. Ровенчак Андрій Адамович
Контактна інформація викладача	andrij.rovenchak@lnu.edu.ua ; andrij.rovenchak@gmail.com https://physics.lnu.edu.ua/employee/rovenchak-a-a
Консультації з курсу відбуваються	Консультації в день проведення лекцій та лабораторних занять (за попередньою домовленістю). Також можливі консультації через електронну пошту або он-лайн засобами Zoom, Microsoft Teams, Skype.
Сторінка курсу	https://physics.lnu.edu.ua/course/fizyka-boze-system http://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=1142
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Фізика бозе-систем (Physics of Bose-systems)» належить до обов'язкового компонента освітньо-наукової програми «Теоретична фізика та астрофізика» спеціальності 104 Фізика та астрономія другого (магістерського) рівня вищої освіти. Її викладають у I семестрі в обсязі 4 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	У курсі подано інформацію про властивості багатобозонних систем, основні підходи до теоретичного опису ідеального бозе-газу та бозонів із взаємодіями, та коротко підсумовано принципи, на яких ґрунтуються сучасні експериментальні методи вивчення бозе-конденсатів.
Мета та цілі дисципліни	Метою і завданням навчальної дисципліни «Фізика бозе-систем (Physics of Bose-systems)» є ознайомлення студентів із фізичними явищами, що відбуваються в квантових рідинах і газах і з методами їх дослідження на математичному рівні, аналіз процесів у бозе-системах та ознайомлення з методикою вивчення ідеальних бозонів і сильнорозріджених систем лазерно-охолоджених атомів лужних металів. Відповідні питання є особливо актуальним у зв'язку з останніми експериментальними успіхами у цій галузі.
Література для вивчення дисципліни	Базова: 1. М. М. Боголюбов. <i>Лекції з квантової статистики. Питання статистичної механіки квантових систем</i> . Київ: Рад. шк., 1949. 2. А. А. Ровенчак. <i>Фізика бозе-систем</i> . Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2015. 3. R. A. Dunlap. <i>Lasers and Their Application to the Observation of Bose–Einstein Condensates</i> . Morgan & Claypool Publishers, 2019. 4. A. Griffin. <i>Excitations in a Bose-condensed Liquid</i> . Cambridge University Press, 1993. 5. C. Pethick and H. Smith. <i>Bose–Einstein Condensation in Dilute Gases</i> . Cambridge University Press, 2002. 6. K. Sacha. <i>Kondensat Bosego-Einsteina</i> . Kraków: Instytut Fizyki im. M. Smoluchowskiego, Uniwersytet Jagielloński, 2004. Допоміжна: 1. І. О. Вакарчук, <i>Вступ до проблеми багатьох тіл</i> . Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 1999.

	<p>2. І. О. Вакарчук, <i>Квантова механіка</i>. 4-е вид. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2012.</p> <p>3. F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari. Theory of Bose–Einstein condensation in trapped gases. <i>Rev. Mod. Phys.</i> 71(3), 463–512 (1999).</p> <p>4. C. J. Foot. <i>Atomic Physics</i>. Oxford University Press, 2005</p> <p>5. Наукові статті за тематикою курсу.</p> <p>Інформаційні ресурси:</p> <p>1. JILA BEC & Ultracold Atoms. https://jila.colorado.edu/cornell-group</p> <p>2. Visualization of Bose-Einstein Condensates. https://math.nist.gov/mcsd/savg/vis/bec/index.html</p>
Тривалість курсу	один семестр
Обсяг курсу	120 годин, з яких 32 годин аудиторних занять, з них 16 години лекцій, 16 годин лабораторних занять, та 88 години самостійної роботи.
Очікувані результати навчання	<p>Курс формує такі загальні (ЗК) та спеціальні компетентності (СК):</p> <p><i>Загальні компетентності:</i></p> <p>ЗК01. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.</p> <p>ЗК02. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.</p> <p>ЗК04. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.</p> <p><i>Спеціальні компетентності:</i></p> <p>СК01. Здатність використовувати закони та принципи фізики та/або астрономії у поєднанні із потрібними математичними інструментами для опису природних явищ.</p> <p>СК02. Здатність формулювати, аналізувати та синтезувати рішення наукових проблем у галузі фізики та/або астрономії.</p> <p>СК04. Здатність комунікувати з колегами усно і письмово державною та англійською мовами щодо наукових досягнень та результатів досліджень у галузі фізики та/або астрономії.</p> <p>СК05. Здатність сприймати новоздобуті знання у галузі фізики та астрономії та інтегрувати їх з уже наявними, а також самостійно опановувати знання та навички, необхідні для розв'язання складних задач і проблем у нових для себе деталізованих предметних галузях фізики та/або астрономії й дотичних до них міждисциплінарних областях.</p> <p><i>Програмні результати навчання (ПРН), на досягнення яких спрямоване вивчення курсу:</i></p> <p>РН01. Використовувати концептуальні та спеціалізовані знання і розуміння актуальних проблем і досягнень обраних напрямів сучасної теоретичної та експериментальної фізики та/або астрономії для розв'язання складних задач і практичних проблем.</p> <p>РН02. Проводити експериментальні та/або теоретичні дослідження з фізики та астрономії, аналізувати отримані результати в контексті існуючих теорій, робити аргументовані висновки (включаючи оцінювання ступеня невизначеності) та пропозиції щодо подальших досліджень.</p> <p>РН05. Здійснювати феноменологічний та теоретичний опис досліджуваних фізичних та/або астрономічних явищ, об'єктів і процесів.</p> <p>РН06. Обирати ефективні математичні методи та інформаційні технології та застосовувати їх для здійснення досліджень та/або інновацій у галузі фізики та/або астрономії.</p> <p>РН08. Презентувати результати досліджень у формі доповідей на</p>

	<p>семінарах, конференціях тощо, здійснювати професійний письмовий опис наукового дослідження, враховуючи вимоги, мету та цільову аудиторію.</p> <p>PH09. Аналізувати та узагальнювати наукові результати з обраного напрямку фізики та/або астрономії, відслідковувати найновіші досягнення в цьому напрямі, взаємокорисно спілкуючись із колегами.</p> <p>PH13. Створювати фізичні, математичні і комп'ютерні моделі природних об'єктів та явищ, перевіряти їх адекватність, досліджувати їх для отримання нових висновків та поглиблення розуміння природи, аналізувати обмеження</p>
Ключові слова	<p>Bose–Einstein statistics; Bose-condensation; ideal Bose-gas; Gross–Pitaevskii equation; Bogoliubov’s method of approximate second quantization; collective variables / статистика Бозе–Айнштайна; бозе-конденсація; ідеальний бозе-газ; рівняння Гросса–Пітаєвського; метод наближеного вторинного квантування Боголюбова; колективні змінні</p>
Формат курсу	Очний
Теми	Див. Табл. 1 Схема курсу
Підсумковий контроль, форма	Іспит у кінці I семестру. Форма: письмово-усний.
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують знань із таких дисциплін: квантова механіка, термодинаміка і статистична фізика, квантова статистика.
Навчальні методи та техніки, які буде використано під час викладання курсу	Презентація, лекції, дискусія, підготовка доповідей, розв'язування задач. Передбачено ілюстрування лекційного матеріалу схемами та рисунками.
Необхідне обладнання	персональний комп'ютер, загальноживані комп'ютерні програми й операційні системи, проєктор
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за таким співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • робота на лабораторних заняттях під час семестру: 10% сумарної оцінки; максимальна кількість балів — 10 відповідно до такої шкали: <ul style="list-style-type: none"> 9–10 — активна участь у 7–8 заняттях; 7–8 — активна участь у 5–6 заняттях; 5–6 — активна участь у 3–4 заняттях; 1–4 — активна участь у 1–2 заняттях; 0 — жодної активної участі в лабораторних заняттях; • підсумкове тестування за двома змістовими модулями (по 10 балів): 20% сумарної оцінки; максимальна кількість балів — 20; • розширена доповідь (або декілька доповідей) на лабораторних заняттях за тематикою курсу (усереднена оцінка): 20% сумарної оцінки; максимальна кількість балів — 20 відповідно до такої шкали: <ul style="list-style-type: none"> 16–20 — студент повністю володіє матеріалом; 11–15 — рівень володіння матеріалом достатній; 6–10 — рівень володіння матеріалом частковий; 1–5 — студент майже не володіє матеріалом; 0 — доповіді не було. <p>Максимальна семестрова кількість балів — 50.</p> <ul style="list-style-type: none"> • іспит: 50% сумарної оцінки; максимальна кількість балів — 50: <ul style="list-style-type: none"> два розширених завдання по 25 балів кожне відповідно до такої шкали: <ul style="list-style-type: none"> 21–25 — студент повністю володіє матеріалом; 16–20 — рівень володіння матеріалом достатній;

	<p>11–15 — рівень володіння матеріалом частковий; 1–10 — студент майже не володіє матеріалом; 0 — відповідь відсутня.</p> <p>Додаткові бали (до 10 включно) можна отримати: написання тез, статті, участь у міжнародних, всеукраїнських та/або інших заходах або конкурсах за тематикою навчальної дисципліни.</p> <p>Підсумкова максимальна кількість балів — 100.</p> <p>Письмові роботи: Очікується, що студенти виконають декілька видів письмових робіт (тестування протягом семестру, іспит).</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і лабораторні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків, визначених для виконання усіх видів письмових робіт, передбачених курсом.</p> <p>Література. Усю літературу, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надано викладачами виключно в освітніх цілях без права її передавання третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані на лабораторних заняттях та поточному тестуванні. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях, не пов'язаних із навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p>Перелік питань для іспиту</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. History of studies of quantum liquids and gases. General overview of theoretical models. The current state of the problem. New quantum liquids and gases, Bose condensation. 2. Ideal quantum gases. Derivation of the Bose–Einstein and Fermi–Dirac distributions. 3. Influence of an external potential (“trap”) on the thermodynamic functions of the ideal Bose-gas. Quasiclassical interpretation of an external potential. Dependence on the shape of trap and spatial dimensionality. 4. Condensate wave function. The Gross–Pitaevskii equation. Analysis of a homogeneous 3D system. 5. Bogoliubov’s method of approximate second quantization.

6. Bose-systems with strong interactions. Collective variables. Hamiltonian. Wave function of the ground state. Interatomic potentials.
7. Systems with a finite number of particles. Quasiclassical approximation for a system of harmonic oscillators.
8. Physical grounds of modern experimental methods for cooling of atoms. Doppler cooling, Sisyphus cooling, evaporative cooling...
9. Physical grounds of modern experimental methods for trapping neutral atoms: optical molasses, magnetic and magneto-optical traps.
10. Derive Planck's distribution using Bose's approach.
11. Obtain the expression for the density of states of a 2D ideal Bose gas in the external quadratic potential $U(x, y) = m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2)/2$.
12. Obtain expressions for the density of states, energy, and the phase transition temperature in the case of an ideal D -dimensional Bose gas.
13. For an ideal D -dimensional Bose gas, estimate the jump of the derivative $\left(\frac{\partial C_V}{\partial T}\right)_{T=T_c}$ at the phase transition point $T = T_c$.
14. Find the correction to the quasiclassical approximation in the expressions for the number of particles $N(T)$ and the critical temperature T_c of a system of harmonic oscillators in the space with dimensionality $D > 2$.
15. Using the Bogoliubov approach, obtain the spectrum of elementary excitations of a weakly non-ideal Bose gas.
16. Using the Gross–Pitaevskii equation, obtain the energy spectrum of a weakly non-ideal Bose gas using the representation of the wave function of the condensate in the form $\Phi(\mathbf{r}, t) = e^{-i\mu t/\hbar} [\varphi(\mathbf{r}) + u(\mathbf{r})e^{-i\omega t} + v^*(\mathbf{r})e^{i\omega t}]$, where u, v are small.
17. Find the spectrum of a strongly interacting Bose system in the random phase approximation within the formalism of collective variables
18. Find the energy of a three-dimensional weakly interacting system in an oscillatory trap in the Gaussian approximation. Consider separately the cases of repulsive and attractive interatomic interactions.

1. Історія досліджень квантових рідин і газів. Загальний огляд теоретичних моделей. Сучасний стан проблеми. Нові квантові рідини і гази, бозе-конденсація.
2. Ідеальні квантові гази. Виведення розподілів Бозе–Айнштейна і Фермі–Дірака.
3. Вплив зовнішнього потенціалу («пастки») на термодинамічні функції ідеального бозе-газу. Квазікласичне трактування зовнішнього потенціалу. Залежність від форми пастки і просторової вимірності.
4. Хвильова функція конденсату. Рівняння Гросса–Пітаєвського. Аналіз однорідної тривимірної системи.
5. Метод наближеного вторинного квантування Боголюбова.
6. Бозе-системи зі сильною взаємодією. Колективні змінні. Гамільтоніан. Хвильова функція основного стану. Міжатомні потенціали.
7. Системи зі скінченною кількістю частинок. Квазікласичне наближення для системи гармонічних осциляторів.
8. Фізичні основи сучасних методів отримання наднизьких температур: доплерівське охолодження, сізифівське охолодження, випарувальне охолодження...

	<p>9. Фізичні основи сучасних методів утримання нейтральних атомів: оптична меляса, магнітні й магнітооптичні пастки.</p> <p>10. Виведіть розподіл Планка методом, який запропонував Бозе.</p> <p>11. Отримайте вираз для густини станів ідеального двовимірного бозе-газу у зовнішньому квадратичному потенціалі $U(x, y) = m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2)/2.$</p> <p>12. Отримайте вирази для густини станів, енергії, температури фазового переходу у випадку ідеального D-вимірного бозе-газу.</p> <p>13. Оцініть для D-вимірного ідеального бозе-газу значення стрибка похідної $\left(\frac{\partial C_V}{\partial T}\right)_{T=T_c}$ у точці фазового переходу $T = T_c$.</p> <p>14. Знайдіть поправку до квазікласичного наближення у виразах для кількості частинок $N(T)$ та критичної температури T_c системи гармонічних осциляторів у просторі з вимірністю $D > 2$.</p> <p>15. Використовуючи підхід Боголюбова, отримайте спектр елементарних збуджень слабконеідеального бозе-газу.</p> <p>16. За допомогою рівняння Гросса–Пітаєвського отримайте енергетичний спектр слабконеідеального бозе-газу, використовуючи зображення хвильової функції конденсату у вигляді $\Phi(\mathbf{r}, t) = e^{-i\mu t/\hbar} [\varphi(\mathbf{r}) + u(\mathbf{r})e^{-i\omega t} + v^*(\mathbf{r})e^{i\omega t}],$ де u, v — малі величини.</p> <p>17. Знайдіть спектр сильновзаємодіючої бозе-системи у наближенні хаотичних фаз у межах формалізму колективних змінних.</p> <p>18. Знайдіть енергію тривимірної слабковзаємодіючої системи в осциляторній пастці у гауссівському наближенні. Окремо розгляньте випадки відштовхувальної та притягальної міжатомних взаємодій.</p>
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Таблиця 1

Схема курсу «Фізика бозе-систем (Physics of Bose-systems)»*

Тижні	Тема занять (перелік питань)	Форма діяльності та обсяг годин	Термін виконання
Змістовий модуль 1. Ideal Bose-gas [Ідеальний бозе-газ]			
1–2	<p>1. Introduction. History of studies of quantum liquids and gases. General overview of theoretical models. The current state of the problem. New quantum liquids and gases, Bose condensation. [Вступ. Історія досліджень квантових рідин і газів. Загальний огляд теоретичних моделей. Сучасний стан проблеми. Нові квантові рідини і гази, бозе-конденсація.]</p> <p>Література: Б2, Б3, Б4</p>	Лекції — 2 год, лабораторні — 2 год, самостійна робота — 10 год	2 тижні

* Поклики на літературу подано відповідно до переліку базової (Б) та допоміжної (Д) літератури.

Тижні	Тема занять (перелік питань)	Форма діяльності та обсяг годин	Термін виконання
3–4	2. Ideal quantum gases. The density of states of the ideal D -dimensional Bose-gas. Thermodynamic functions of the ideal D -dimensional Bose-gas. [Ідеальні квантові гази. Густина станів ідеального D -вимірного бозе-газу. Термодинамічні функції ідеального D -вимірного бозе-газу.] Література: Б2, Б5	Лекції — 2 год, лабораторні — 2 год, самостійна робота — 10 год	2 тижні
5–6	3. Ideal Bose gas in an external field. Influence of an external potential (“trap”) on the thermodynamic functions of the ideal Bose-gas. Quasiclassical interpretation of an external potential. Dependence on the shape of trap and spatial dimensionality. [Ідеальний бозе-газ у зовнішньому полі. Вплив зовнішнього потенціалу («пастки») на термодинамічні функції ідеального бозе-газу. Квазікласичне трактування зовнішнього потенціалу. Залежність від форми пастки і просторової вимірності.] Література: Б2, Б5, Б6, Д3	Лекції — 2 год, лабораторні — 2 год, самостійна робота — 10 год	2 тижні
7–8	4. Systems with a finite number of particles. Quasiclassical approximation. Finite number of bosons in space with $D > 2$. One- and two-dimensional oscillator systems. [Системи зі скінченною кількістю частинок. Квазікласичне наближення. Скінченна кількість бозонів у просторі з $D > 2$. Одно- і двовимірні системи осциляторів.] Література: Б2, Б5	Лекції — 2 год, лабораторні — 2 год, самостійна робота — 10 год	2 тижні
Змістовий модуль 2. Interacting Bose-gas [Взаємодіючий бозе-газ]			
9–10	5. Gross–Pitaevskii equation. Derivation of the equation. Analysis of a homogeneous three-dimensional system. [Рівняння Гросса–Пітаєвського. Виведення рівняння. Аналіз однорідної тривимірної системи.] Література: Б2, Б5, Б6, Д2	Лекції — 2 год, лабораторні — 2 год, самостійна робота — 10 год	2 тижні
11–12	6. Bogoliubov’s method of approximate second quantization. General derivation. Homogeneous system. The case of an oscillator trap. [Метод наближеного вторинного квантування Боголюбова. Загальне виведення. Однорідна система. Випадок осциляторної пастки.] Література: Б1, Б2, Б6	Лекції — 2 год, лабораторні — 2 год, самостійна робота — 10 год	2 тижні

Тижні	Тема занять (перелік питань)	Форма діяльності та обсяг годин	Термін виконання
13–14	<p>7. Bose-systems with strong interactions. Collective variables. Wave function of the ground state. Interatomic potentials. Calculation of thermodynamic functions. Energy spectrum. [Бозе-системи зі сильною взаємодією. Колективні змінні. Хвильова функція основного стану. Міжатомні потенціали. Розрахунок термодинамічних функцій. Енергетичний спектр.]</p> <p>Література: Б2, Б4, Д1</p>	Лекції — 2 год, лабораторні — 2 год, самостійна робота — 13 год	2 тижні
15–16	<p>8. Physical grounds of modern experimental methods for cooling and trapping of atoms. Doppler cooling, Sisyphus cooling, evaporative cooling. Optical molasses. Magnetic and magneto-optical traps. [Фізичні основи сучасних експериментальних методів охолодження й утримання атомів. Допплерівське охолодження, сізифівське охолодження, випарувальне охолодження. Оптична меяса. Магнітні й магнітооптичні пастки.]</p> <p>Література: Б2, Б3, Б5, Б6, Д4</p>	Лекції — 2 год, лабораторні — 2 год, самостійна робота — 15 год	2 тижні