

Відгук

офіційного опонента на дисертаційну роботу Возняка Олекси Орестовича "Суперсиметрія та квазіточно розв'язувані потенціали для частинки з масою, залежною від координат" подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.04.02 – теоретична фізика

Грунтовна й послідовна квантова теорія фізичних явищ і процесів у будь-яких системах вимагає, насамперед, знання енергетичного спектру і хвильових функцій станів тих квазічастинок, які й формують основну фізичну картину. Як відомо, у нерелятивістській квантовій механіці це завдання реалізується шляхом розв'язування рівняння Шредінгера, яке має точні розв'язки лише для дуже малої кількості реальних систем чи навіть ідеалізованих моделей.

Переважна більшість квантово-механічних задач про спектр і хвильові функції систем квазічастинок розв'язується наближеними методами в основу яких закладена відома інформація (теорія збурень) про спектр і власні функції основного гамільтоніана. Отже виявлення точних аналітичних розв'язків задач з відомими потенціалами є дуже важливим, хоча їх розв'язування буває складною справою. Варто лише згадати, що за майже сторічний проміжок часу розвитку квантової механіки було знайдено досить мало модельних потенціалів, з якими рівняння Шредінгера розв'язувалися точно в аналітичному вигляді. Виявилось, що навіть пошук модельних потенціалів з "пристойною поведінкою" яка дозволяє точно розв'язати рівняння Шредінгера - є складним.

У описаній ситуації не так давно виділився новий клас задач з так званими квазіточними розв'язками (КТР) у якому чільна роль належить суперсиметричному (SUSY) підходу до конструювання КТР-потенціалів, які дозволяють знаходити такі потенціали, з якими отримуються не всі, але хоча би кілька точних власних значень спектру й відповідні їм хвильові

функції. У підході SUSY задачі розв'язуються не прямо "в чоло", а в певному розумінні, "в обхід" – спочатку знаходиться деякий суперпотенціал, а вже через нього і сам потенціал, і кілька відповідних його гамільтоніану аналітичних хвильових функцій системи.

Розвиток фізики неоднорідних систем взагалі, а особливо гетерогенних низьковимірних наносистем і їх комбінацій привів до появи нового класу квантово-механічних задач про спектри і хвильові функції квазічастинок з просторово залежною ефективною масою. У теорії зразу ж виникла принципово нова проблема: як правильно будувати гамільтоніани систем квазічастинок згаданого типу, адже в них оператор імпульса не комутує не лише з потенціальною енергією, а й з координатно-залежною ефективною масою. Отже виникає задача правильного розташування маси і диференціальних операторів у операторі кінетичної енергії.

Задачі з просторово залежними ефективними масами квазічастинок стали суперактуальними у останні десятиліття, бо до чисто академічного інтересу додався практичний прагматизм: наногетеросистеми, як резонансно-тунельні структури у яких електрони характеризуються координатнозалежною ефективною масою, є основною елементною базою сучасних прецезійних наноприладів (квантових каскадних лазерів, квантових каскадних детекторів і т.п), які працюють у всьому інфрачервоному діапазоні шкали електромагнітного поля. Отже без глибокого розуміння фізичних явищ і процесів у комбінованих наногетеросистемах, тобто без квантової теорії квазічастинок з просторовозалежною ефективною масою, отримати *надійні* способи вибору матеріалів і дизайну елементів наноприладів практично малоймовірно або надто дорогого. А такі прилади максимально затребувані у науці, у промисловості, у екології, у військовій техніці і т.д.

Дисертаційна робота Возняка О. О. безпосередньо стосується розвитку суперсиметричної квантової теорії спектрів і хвильових функцій

квазічастинок як з постійною, так і з просторовозалежною ефективною масою, а отже з приведених міркувань є безумовно актуальною. Робота відзначається новизною та послідовністю й чіткістю як постановки задач, так і їх розв'язуванням. Автор роботи вперше узагальнив суперсиметричний метод конструювання КТР потенціалів для випадку періодичних потенціалів для частинок з постійною масою. Ним запропоновано загальний вигляд оператора кінетичної енергії для квазічастинки з координатнозалежною ефективною масою, а також для цих квазічастинок узагальнено суперсиметричний метод конструювання КТР_потенціалів. Розвиненим методом, зокрема, показана дивовижна й несподівана, хоча й цілком обґрунтована можливість існування локалізованих станів квазічастинки у постійному потенціалі.

У першому розділі дисертації Возняк О.О. привів історію й огляд розвитку суперсиметричної квантової механіки від її зародження через введення Шредінгером (1940р.) методу факторизації, до теперішнього часу, коли розвинений метод КТР застосовуються до нових задач про спектри й квантові функції квазічастинок з просторовозалежною ефективною масою.

У другому розділі дисертації зроблено детальний огляд теорії КТР періодичних потенціалів, викладені основні положення суперсиметричного підходу до розв'язування квантово-механічних задач, а також виконано узагальнення цього методу на випадок систем з періодичним суперпотенціалом на усій дійсній вісі. Встановлено умови на генеруючи функцію $U(x)$ які приводять до несингулярних потенціалів.

Третій розділ дисертації є цілком оригінальним дослідженням КТР випадкових потенціалів з одним та двома точно відомими станами у суперсиметричному підході. Розглянуто умови на сингулярний суперпотенціал які забезпечують несингулярний потенціал. Вивчено

несингулярні й сингулярні функції, які забезпечують несингулярний потенціал.

У **четвертому** розділі детально проаналізовано проблему впорядкування оператора імпульсу та позиційнозалежної маси у гамільтоніані системи. На прикладі моделі сильного зв'язку у вузловому представленні у довгохвильовому наближенні показано, що можливе різне впорядкування операторів у кінетичній енергії системи, але воно повинно бути таким, щоб повна енергія системи була незмінною.

У цьому ж розділі шляхом розширення суперсиметричного методу знайдено декілька нових КТР потенціалів, а також генеруюча функція, яка приводить до постійного від'ємного потенціалу для якого дві хвильові функції описують дивовижні локалізовані стани квазічастинки зумовлені суто залежністю ефективної маси від координат.

У **п'ятому** розділі виконано розширення суперсиметричного методу пошуку КТР потенціалів на випадок систем з координатнозалежною масою, які задовольняють таким умовам, при яких сингулярна генеруюча функція приводить до несингулярного потенціалу, що породжує два **довільні стани** з відповідними хвильовими функціями.

Результати наукових досліджень Возняка Олекси Орестовича викладені у дисертації чітко й послідовно. Усі складові роботи логічно пов'язані між собою так, що вона сприймається як хороший підручник для науковців, які бажають вивчити метод КТР у квантовій механіці та особливості фізики квазічастинок з просторовозалежною ефективною масою. Висновки дисертації добре обґрунтовані оскільки вони отримані на базі адекватного математичного апарату. Отримані у дисертації результати будуть корисні науковцям які працюють у цій же та суміжних галузях науки.

Розвинені нові підходи і розширення методів КТР для пошуку потенціалів з аналітично встановленими хвильовими функціями безумовно

важливі й корисні для теоретичної фізики. Та найбільш цікавими є парадоксальні але ґрунтовно отримані "екзотичні" результати в теорії квазічастинок з просторовозалежною ефективною масою. По-перше, це системи, з генеруючою функцією $W(x)=Ax$ ($A>0$) з масою, яка залежить від координати через функцію $f(x)=a+bx^2$ ($a, b>0$). Виявилося, що така система описується постійним від'ємним потенціалом $V(x)=-ab$ для якого обидві хвильові функції описують локалізовані стани. При цьому в основному стані маса досягає максимального значення саме в області локалізації, як і повинно бути з фізичних міркувань. По-друге, це система з сингулярним періодичним суперпотенціалом $W(x)=A\tan x$ $f(x)=a+b\sin^2x$, яка також приводить до сталого від'ємного потенціалу з делокалізованим основним станом з нульовою енергією.

Серед найважливіших результатів дисертації варто відмітити такі.

1. Узагальнено суперсиметричний метод конструювання КТР потенціалів для періодичних потенціалів з двома та трьома точними розв'язками.

2. Розв'язано проблему впорядкування оператора імпульса й маси у гамільтоніані неоднонорідної моделі сильного зв'язку для квазічастинки з координатнозалежною ефективною масою. Показано, що система може однаково характеризуватися різними за формою впорядкуванням операторів у кінетичній енергії при різних ефективних потенціалах, якщо при цьому сума енергій зберігається.

3. Узагальнено суперсиметричний метод конструювання КТР потенціалів для квазічастинок зі змінною у просторі ефективною масою.

Рівень дисертації Возняка О.О. безумовно високий хоча вона й залишає певні запитання і зауваження. Вони такі.

1. Теорія суперсиметричних КТР-потенціалів розвинена за умови, що потенціали, у яких перебувають квазічастинки, є несингулярними незалежно від того, чи маса залежить, чи не залежить від координат.

Оскільки реальні фізичні потенціали є і сингулярними, наприклад радіальна частина потенціалів кулонівського типу з притяганням, то виникає запитання: чи може суперсиметрична квантова механіка "справлятися" і з такими потенціалами?

2. Рис. 3.1 виконаний неакуратно, а саме обидві осі (як і на інших рисунках) не розмічені, хоча все зрозуміло з контексту. Що до умови (3.14)

$V'_-(\Delta l_i)^2 = const.$. Чи можна її трактувати фізично як "потужність i-тої ями", тоді, оскільки всі ями однакової потужності, то не дивно, що стани у цій системі є делокалізованими. Якщо ж одна з ям має більшу потужність ніж кожна з інших, то саме у ній слід очікувати локалізації квазічастинки з фізичних міркувань. Можуть бути й інші цікаві випадки, тому запитання: чи щось подібне досліджувалося при виконанні дисертаційної роботи, хоча у роботі не фігурує.

3. Суперсиметричний КТР-потенціал, який приводить до потенціалу $V_-(x)=-n_i/b$ неупорядкованої моделі Кроніга-Пенні, викликає запитання: чи для всіх потенціалів отриманих у цьому підході завжди можна знайти другий лінійно незалежний розв'язок функції з енергією основного стану і він автоматично буде нефізичним, чи його може й не бути (тобто розв'язок буде тривіальним).

4. Розглядаючи розширення потенціалу Разаві автор дисертації привів аналітичний вираз для генеруючої функції, але не привів, як написано в роботі, "загальний вираз для суперпотенціалів та потенціалів через їх громіздкість" аргументуючи, що без них "можна обійтись". Це вірно, але жаль, бо наприклад, мені було б цікаво проаналізувати відповідні вирази якби їх можна було побачити, наприклад, у додатку.

5. Подекуди в дисертації трапляються дрібні описки.

Результати дисертації опубліковано у семи статтях фахових видань, одному препрінті та восьми тезах доповідей на міжнародних та українських конференціях та семінарах.

Автореферат дисертації повною мірою відображає зміст її основних положень та ідей.

Зауваження до дисертації не носять принципового характеру й не знижують загального рівня роботи, яка повністю відповідає вимогам чинних нормативних документів до дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.04.02 – теоретична фізика, а Возняк Олекса Орестович, безумовно заслуговує на присудження йому цього ступеня.

Завідувач кафедри теоретичної фізики
та комп'ютерного моделювання
Чернівецького національного університету
імені Юрія Федъковича
доктор фізико-математичних наук, професор

 M.B. Tkach

"Підпись М.В. Ткача заасвідчую"
Вчений секретар
Чернівецького національного університету
імені Юрія Федъковича

18.10.2016





I.M. Kubay