

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу Возняка Олекси Орестовича «Суперсиметрія та квазіточно розв'язувані потенціали для частинки з масою, залежною від координат», подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 — теоретична фізика

Знаходження точних розв'язків рівняння Шрьодінгера відіграє дуже важливу роль в розвитку квантової механіки. Відомо, що існує дуже обмежене коло модельних задач, для яких відомі аналітичні вирази для хвильових функцій і власних енергій станів, напр., гармонічний осцилятор, атом водню, потенціальна яма чи бар'єр, — і саме ці розв'язки є основою для побудови теоретичного опису складніших об'єктів, як в квантовій механіці, так і в квантовій теорії поля і квантовій статистичній фізиці. Суперсиметрійний метод пропонує один з шляхів вирішення цього завдання, а саме строгу послідовну схему одночасної побудови самих потенціалів та знаходження відповідних квантових станів. Використання додаткових умов дозволяє розширити клас задач на умовно чи квазіточно розв'язувані, коли вдається знайти лише декілька найнижчих станів. Тому тема дисертаційної роботи Олекси Орестовича Возняка, яка присвячена знаходженню квазіточних розв'язків для квантової частинки з постійною масою та масою, яка залежить від координати, в періодичних і випадкових потенціалах є безсумнівно актуальною.

Наукова новизна отриманих О.О. Возняком результатів полягає в узагальненні суперсиметрійного методу побудови квазіточно розв'язуваних потенціалів на ширший клас задач, які часто досліджуються в застосунку до різних систем, а саме періодичні системи та системи з випадковими полями, а також неоднорідні системи з ефективною масою залежною від координати.

Достовірність представлених в дисертації результатів є безсумнівна, оскільки вони отримані точними математичними методами без використання жодних наближень. Для додаткової перевірки, в граничних випадках проводиться порівняння з відомими результатами інших авторів. Отримані в роботі результати розширяють коло задач для яких існують точні розв'язки і в цьому полягає їх практичне значення.

Структура дисертації традиційна — робота складається із вступу, п'яти розділів, висновків та списку використаних джерел. Короткий огляд літератури з суперсиметрійного підходу отримання квазіточних розв'язків в квантовій механіці є змістом першого розділу дисертації.

У другому розділі приведено результати для квазіточно розв'язуваних потенціалів, у т.ч. зі сингулярними генеруючими функціями. Основним результатом цього розділу є знаходження квазіточно розв'язуваних періодичних потенціалів з двома та трьома відомими енергетичними рівнями і відповідними хвильовими функціями, які доповнюють та розширяють відомі результати Турбінера і Разаві.

Третій розділ присвячений узагальненню суперсиметрійного методу отримання квазіточних розв'язків на випадок випадкових потенціалів. Для невпорядкованої моделі Кроніга-Пенні знайдено два точних розв'язки, які відповідають збудженим станам.

Останні два розділи розглядають системи, в яких маса частинки залежить від координат. Спочатку розглядаються загальні труднощі формулювання квантово-механічної задачі для систем із залежністю від координати масою частинки, зокрема проблема про впорядкування операторів імпульсу і маси у виразі для кінетичної енергії. На прикладі неоднорідної моделі сильного зв'язку показано, що можливим різним впорядкуванням операторів у кінетичній енергії відповідає різний вигляд оператора потенціальної енергії, які в сумі дають той самий повний гамільтоніан. Узагальнено суперсиметрійний метод отримання квазіточно розв'язуваних потенціалів на випадок частинок з залежністю від координати масою. Отримано нові потенціали з одним та двома рівнями, встановлено умови наявності локалізованих станів.

В кінці дисертації приведено загальні висновки та основні результати.

Підсумовуючи вищевикладене, хочу відзначити, що всі результати, положення та висновки дисертаційної роботи О.О. Возняка є науково обґрунтованими і, з точки зору достовірності, більша частина з них не викликає сумніву. Отримані наукові результати характеризуються необхідною новизною.

Щодо змісту і оформлення дисертаційної роботи, варто вказати такі зауваження:

1. У другому розділі при розгляді періодичних потенціалів згадується про представлення Блоха для хвильових функцій, яке в подальшому не використовується при знаходженні квазіточно розв'язуваних потенціалів. Отримані розв'язки тільки на основі періодичності хвильових функцій можуть бути зіставлені з різними значеннями хвильового вектора: центр чи край зони Бриллюена. Чи можливо побудувати суперсиметрійний підхід для загального значення хвильового вектора?
2. При отриманні розв'язків для випадкових потенціалів на них накладаються дуже сильні обмеження, (3.4) і (3.14), які, з одного боку, уможливлюють знаходження

аналітичних виразів, але, з другого боку, відсікають цілий ряд цікавих фізичних задач, зокрема проблема локалізації частинки при сильному безладі.

3. Робота написана дуже сухо і математично формально. Відсутні ілюстрації для цікавих випадків, напр., чим відрізняється потенціали і хвильові функції для значень параметрів (4.100) і (4.101). Бракує фізичних інтерпретацій і висновків.
4. В роботі зустрічаються описки і неточності, причому деякі з них спровороюють думку. Напр., на с. 36 говориться про “елементарні точки”, хоча насправді має бути “елементарні комірки”, на с. 60 стверджується, що “для кожного  $i$  потенціал відповідає відповідному потенціалові”, на с. 73 замість  $\kappa' = 1$  має бути  $\kappa' = -1$ , в рівнянні (4.77) замість  $W_0(x)$  має бути  $W(x)$ .

Однак зроблені зауваження не слід розглядати як недоліки, вони не можуть впливати на загальну високу оцінку роботи, яка є завершеним науковим дослідженням, новизна результатів та наукова цінність якого не підлягають сумніву. Основні результати в повній мірі опубліковані в сімох статтях у провідних закордонних і українських наукових журналах, які вже цитуються іншими авторами, і пройшли апробацію на всеукраїнських і міжнародних конференціях. Автореферат дисертації в повній мірі відображає зміст роботи та викладає її основні положення.

Вважаю, що за актуальністю, науковим рівнем, новизною отриманих результатів та їх науковою цінністю дисертаційна робота Олекси Орестовича Возняка «Суперсиметрія та квазіточно розв’язувані потенціали для частинки з масою, залежною від координат» відповідає вимогам «Порядку присудження наукових ступенів» щодо кандидатських дисертацій, а її автор заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 — теоретична фізика.

Провідний науковий співробітник  
відділу квантової статистики  
ІФКС НАН України  
доктор фіз.-мат. наук, ст. наук. сп.

А.М. Швайка

Підпис А.М. Швайки засвідчує.

Вчений секретар ІФКС НАН України  
кандидат фіз.-мат. наук

Р.С. Мельник