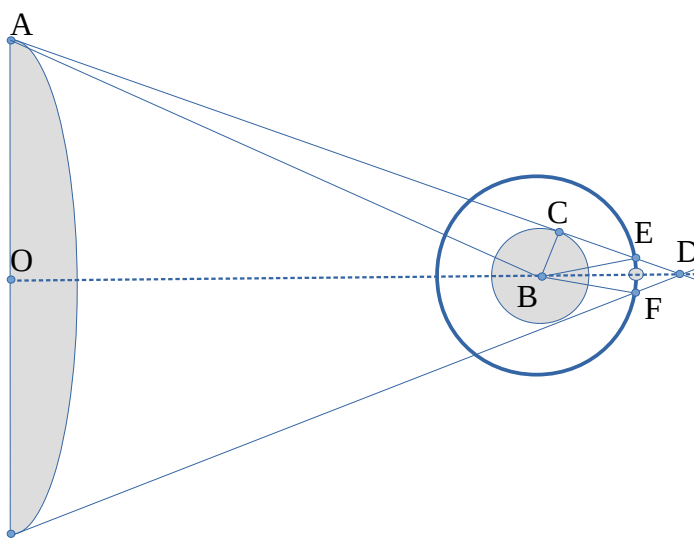


1. **Місячне затемнення.** Визначте максимальну тривалість повного місячного затемнення у наближенні колових орбіт Землі та Місяця. Радіус орбіти Землі $a = 149.6$ млн. км, радіус орбіти Місяця $a_M = 384$ тис. км, радіус Землі $R = 6400$ км, радіус Місяця $R_M = 1750$ км, радіус Сонця $R_\odot = 696$ тис. км. Сидеричний період обертання Місяця рівний 27.3^d , а його синодичний період — 29.5^d . Розрахунок провести для середньої відстані Землі від Сонця. Скористайтесь наданим рисунком, або запропонуйте свій спосіб.

Розв'язання



Нехай т.О — центр Сонця,
т. А — його край,
т. В — центр Землі.
Тоді відстань $OB = a$, $BC = R$,
 $BE = BF = a_M$.

Орбіта Місяця проходить через
вісь конуса тіні Землі із
вершиною у т. D (центральне
місячне затемнення).

Дуга EF — це ділянка траєкторії
Місяця, на якій він перебуватиме
в області тіні.

Із прямокутного трикутника AOB
маємо кутовий радіус Сонця

$$\tan(\angle ABO) = \frac{AO}{BO} = \frac{R_\odot}{a}.$$

Використаємо те, що кут $\angle ACB = 90^\circ$.

Тоді з прямокутного трикутника BCE маємо $\sin(\angle BEC) = \frac{BC}{BE} = \frac{R}{a_M}$.

А з трикутника ACB маємо $\sin(\angle BAC) = \frac{BC}{AB} = \frac{R}{\sqrt{a^2 + R_\odot^2}}$.

З трикутника ABE отримуємо: $\angle ABE = \pi - \angle BAC - \angle BEC$.

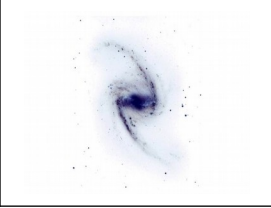
Тоді $\angle EBD \equiv \frac{\phi}{2} = \pi - \angle ABE - \angle ABO$, де ϕ - це кут, під яким з центра Землі видно дугу EF.

Отже, $\phi = 2 * (\arcsin(\frac{R}{\sqrt{a^2 + R_\odot^2}}) + \arcsin(\frac{R}{a_M}) - \arctan(\frac{R_\odot}{a})) \approx 0.0241$.

Кут ϕ складає $\frac{0.0241}{2\pi} \approx 0.0038 = 0.38\%$ від повного кола, яке Місяць долає за сидеричний період 27.3^d .

Отже, час, за який Місяць пройде кут ϕ рівний $27.3 * 0.0038 \approx 0.1037^d \approx 2^h 29^m$.

Проте потрібно врахувати, що для початку повного затемнення Місяць повністю має зайти в тінь, отже від кута ϕ маємо відняти кутовий діаметр Місяця 0.5° або 0.0087 радіан.

<p align="center">Обласна олімпіада з астрономії м. Львів, 1 лютого 2020 р.</p>		<p align="center">Практичний тур 11 клас</p>
--	---	---

Таким чином максимальна тривалість повного місячного затемнення становитиме $\frac{0.0241-0.0087}{2\pi} * 27.3 \approx 0.0669^d \approx 1^h 36^m$.

Якщо врахувати рух Землі навколо Сонця, то потрібно замінити сидеричний період обертання Місяця на синодичний 29.5^d .

Тоді максимальна тривалість повного місячного затемнення складатиме $\frac{0.0241-0.0087}{2\pi} * 29.5 \approx 0.0723^d \approx 1^h 44^m$.

2. Бетельгейзе на нічному небі. 1) Скористайтеся рухомою картою неба для визначення моментів сходу, кульмінації та заходу зорі Бетельгейзе (α Оріона) 1 лютого 2020 року у Львові. 2) Відомо, що відстань до цієї зорі становить 220 пк, а її розміри $887 \pm 203 D_{\odot}$ і $955 \pm 217 D_{\odot}$ ($D_{\odot} = 1393$ тис. км). Які кутові розміри Бетельгейзе? 3) Чи можна побачити диск зорі неозброєним оком? 4) Якої кратності збільшення має бути телескоп, щоб можна було побачити несферичність зорі? 5) До якого класу зір належить Бетельгейзе? 6) Чому вона викликає такий інтерес у дослідників? 7) Зоря Рігель (β Оріона) є на відстані 260 пк від Землі. Яка кутова відстань між ними? Яка просторова відстань між ними?

Розв'язання

Час сходу $14^h 50^m$ Київського часу.

Час кульмінації $21^h 30^m$ Київського часу.

Час заходу $04^h 10^m$ Київського часу.

Кутові розміри Бетельгейзе $\sim 0.03-0.04$ дугових секунд.

Необхідне кутове збільшення ~ 1500 кратне.

M2Iab, червоний гігант, змінна.

Очікується спалах як наднової в найближчі 10000 років.

Кутова відстань між Бетельгейзе і Рігелем $\sim 18-20$ градусів.

Просторова відстань $\sim 80-95$ пк.