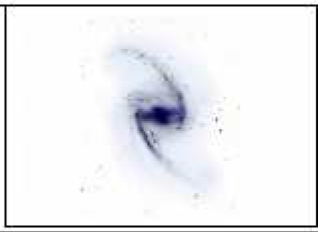
Обласна олімпіада з астрономії м. Львів, 1 лютого 2020 р.		**Теоретичний тур 10 клас**

1. **Наднова типу Ia.** Спостерігач перебуває у площині обертання подвійної зоряної системи, що спалахнула як наднова типу Ia (білий карлик, маса якого досягнула межі Чандрасекхара - 1.44 $M_{\odot}$). До спалаху інтервал між максимумами на кривій блиску був T, а кутовий розмір системи – α. У момент вибуху наднової видима зоряна величина становила m_v. Знайти велику піввісь їхнього відносного руху та масу компонент системи (безпосередньо перед вибухом), якщо типова абсолютна зоряна величина для наднових типу Ia дорівнює M_v.

Розв'язання

Скориставшись формулою абсолютної зоряної величини, знайдемо відстань до подвійної зоряної системи r:

$$M_v = m_v + 5 - 5\lg r.$$

Звідси знаходимо

$$\lg r = 1 + \frac{m_v - M_v}{5} \quad \Rightarrow \quad r = 10^{1+(m_v-M_v)/5}[\text{пк}].$$

З кутових розмірів системи знаходимо відстань між компонентами

$$R = \alpha r = \alpha 10^{1+(m_v-M_v)/5} 3.086 \cdot 10^{16} \text{ [м]}.$$

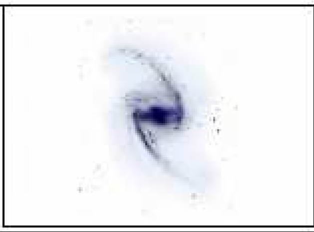
Нехай маси компонент M_1 і M_2, тоді з узагальненого III-го закону Кеплера знаходимо загальну масу системи, врахувавши, що період обертання T дорівнює інтервалу між максимумами на кривій блиску подвійної системи.

$$M_1 + M_2 = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2}.$$

Оскільки маємо вибух наднової типу Ia, то можна вважати що одна з компонент перед вибухом мала масу $1.44M_{\odot}$ (межа Чандрасекхара), де $M_{\odot}$ – маса Сонця.

Остаточно отримуємо:

$$\begin{aligned} M_1 &= 1.44M_{\odot}, \\ M_2 &= \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2} - 1.44M_{\odot}. \end{aligned}$$



2. **Прискорення на Сонці.** Знайти прискорення вільного падіння на поверхні Сонця, якщо знаємо сидеричний період обертання Землі навколо Сонця T=365 діб 6 годин 9 хвилин, величину великої півосі орбіти Землі довкола Сонця a=149,6 млн км та кут $\alpha = 32'$, під яким видно діаметр Сонця з середньої відстані Землі від Сонця.

Розв'язання

Використаємо закон Кеплера:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}, \tag{1}$$

де G - гравітаційна стала, M - маса Сонця. Домноживши праву сторону виразу на $\frac{R_\odot^2}{R_\odot^2}$, отримаємо:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{g_\odot R_\odot^2}. \tag{2}$$

Очевидно, що

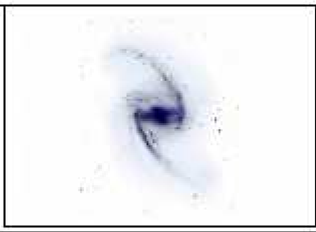
$$\frac{R_\odot}{a} = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}. \tag{3}$$

Для малих кутів $\operatorname{tg} x \approx x$, тоді

$$R_\odot = \frac{a\alpha}{2}. \tag{4}$$

Підставляючи (4) у рівняння (2), отримаємо вираз для прискорення на поверхні Сонця

$$g_\odot = \frac{16\pi^2 a^3}{T^2 a^2 \alpha^2} \approx 270\,\text{м/с}^2. \tag{5}$$

Обласна олімпіада з астрономії м. Львів, 1 лютого 2020 р.		Теоретичний тур 10 клас

3. **Густина планети.** Оцінити густину сферичної планети радіуса R, навколо якої обертається супутник з періодом T по еліптичній орбіті з великою піввіссю a. Відомо, що маса супутника набагато менша від маси планети.

Розв'язання

Масу планети можна оцінити з 3-го закону Кеплера

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2}.$$

Отже, середня густина планети

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3\pi a^3}{GT^2 R^3}.$$