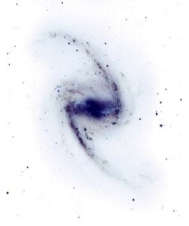


<p align="center">III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії</p> <p align="center">м. Львів, 6 лютого 2016 р.</p>		<p align="center">Теоретичний тур</p> <p align="center">11 клас</p> <p align="center">Задачі 1-3</p>
--	---	---

1. Procyon В. Аналіз спектру одного з найближчих білих карликів Procyon В вказує на те, що його ефективна поверхнева температура рівна $T=7740\text{ K}$, а поверхнєве прискорення вільного падіння (в логарифмічній шкалі, система СГС) $\log_{10} g=8,0$. Об'єкт має видимої зоряної величини $m_V=10,7$ і паралакс $\pi=284,56$ мілісекунд дуги. Визначіть світність білого карлика L_{WD} , його радіус R_{WD} та масу M_{WD} , приблизний час охолодження t_{WD} . Також оцініть вік даного об'єкту.

Вказівки:

а) приблизний час охолодження білого карлика (в роках) можна отримати із його світності

$$\log_{10}(t_{WD}) \approx 6,7 - \frac{5}{7} \log_{10} \frac{L}{L_{\odot}}, \text{ де } L_{\odot} \text{ — світність Сонця};$$

б) вважати, що карлик масою M_{WD} утворюється із зорі головної послідовності масою M_{MS} , що пов'язані між собою співвідношенням (initial final mass relation)

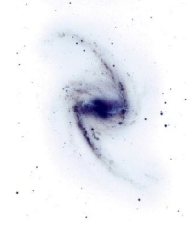
$$M_{WD} = 0,117 M_{MS} + 0,384 \text{ (маси в одиницях маси Сонця)};$$

в) приблизний час перебування зорі масою M_{MS} на головній послідовності:

$$t_{MS} \approx 10^{10} \left(\frac{M_{MS}}{M_{\odot}} \right)^{-2,5}, \text{ де } M_{\odot} \text{ — маса Сонця.}$$

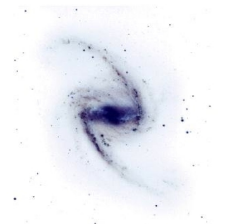
2. Астроном-любитель у Львові (широта - $49^{\circ} 49' 48''$) вирішив випробувати новий телескоп з діаметром об'єктива 35 мм, і тому вирішив спостерігати подвійну зорю з абсолютними зоряними величинами компонент $15^m.49$ та $14^m.41$, і які знаходяться на відстані 4.24 та 5.21 світлових років від Землі, відповідно. Зоря має схилення $39^{\circ} 16' 29''$. За умови безхмарного неба, чи зможе він спостерігати цю зорю (проникна сила телескопа визначається як $m_* = 7.5 + 5 \cdot \lg(D[\text{см}])$), і якщо так, то на яку максимальну висоту вона підніметься над горизонтом?

3. Альbedo. Оцінити, у скільки разів освітленість земної поверхні Сонцем перевищує освітленість повним Місяцем. Відомо, що альbedo місячної поверхні $\alpha = 0,07$.

<p>III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії</p> <p>м. Львів, 6 лютого 2016 р.</p>		<p>Теоретичний тур</p> <p>11 клас</p> <p>Дані</p>
--	---	--

Деякі астрономічні дані

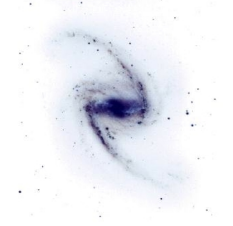
Ефективна температура поверхні Сонця	5778 К
Середній діаметр Сонця	$1.392 \cdot 10^6$ км
Абсолютна зоряна величина Сонця	4 ^m .83
Прискорення вільного падіння на поверхні Сонця	27542 см/с ²
Видима зоряна величина Сонця	-26 ^m .74
Середня відстань між Сонцем і Марсом	1.524 а.о.
Радіус Місяця	$1.737 \cdot 10^3$ км
Відстань між Місяцем та Землею	$384 \cdot 10^3$ км
Видима зоряна величина повного Місяця	-12 ^m .6
Стала Стефана-Больцмана	$5.67 \cdot 10^{-8}$ Вт · м ⁻² · К ⁻⁴
Радіус Землі	6371 км
Маса Землі	$5.97 \cdot 10^{24}$ кг
Період обертання Сатурна навколо Сонця	29.45 р.

<p>III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії</p> <p>м. Львів, 6 лютого 2016 р.</p>		<p>Теоретичний тур</p> <p>9-10 клас</p> <p>Задачі 1-3</p>
--	---	--

1. Дві зорі рухаються рівномірно по колових орбітах навколо спільного центра мас. Радіус зовнішньої орбіти дорівнює $R = 3$ а. о., відстань між зорями $L = 5$ а. о., період обертання дорівнює $T = 5$ земних років. Визначити маси зір. Яким буде рух у випадку $L \rightarrow R$?

2. Марсохід. Для дослідження на Марс був доставлений марсохід на якому встановлений фотоелемент площею 850 см^2 з ККД 42%. Марсохід має потужність 18 Вт. Чи достатньо цього фотоелементу для ефективної роботи марсохода?

3. Кулясте зоряне скупчення має видиму зоряну величину 6^m , в ньому спостерігається цефеїда з періодом зміни блиску $T=4$ діб. Середня видима зоряна величина цефеїди складає 12^m . Нехтуючи міжзоряним поглинанням, вважаючи, що скупчення складається в більшості із зір типу Сонця, знайти число зір в скупченні. Співвідношення між періодом та абсолютною зоряною величиною $M = -2.81 \lg T[\text{діб}] + 0.15$.

<p align="center">III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії</p> <p>м. Львів, 6 лютого 2016 р.</p>		<p align="center">Теоретичний тур</p> <p align="center">11 клас</p> <p align="center">Задача 1</p>
---	---	---

Прочуон В. Аналіз спектру одного з найближчих білих карликів Прочуон В вказує на те, що його ефективна поверхнева температура $T=7740$ К, а поверхнєве прискорення вільного падіння (в логарифмічній шкалі, система СГС) $\log_{10} g=8,0$. Об'єкт має видиму зоряну величину $m_V=10,7$ і паралакс $\pi=284,56$ мілісекунд дуги. Визначіть світність білого карлика L_{WD} , його радіус R_{WD} та масу M_{WD} , приблизний час охолодження t_{WD} . Також оцініть вік цього білого карлика.

Розв'язування

Абсолютна зоряна величина Сонця $M_{V\odot} = 4.83$, прискорення вільного падіння на його поверхні $g_{\odot} = 27542$ см/с², а його ефективна температура $T_{\odot} = 5778$ К.

Знайдемо абсолютну зоряну величину карлика

$$M_V = m_V + 5 + 5 \log_{10} \pi = 13,0$$

Світність карлика

$$\frac{L}{L_{\odot}} = 10^{\frac{M_{V\odot} - M_V}{2,5}} = 5,40 \cdot 10^{-4}$$

Знайдемо приблизний час охолодження білого карлика

$$\log_{10}(t_{WD}) \approx 6,7 - \frac{5}{7} \log_{10} \frac{L}{L_{\odot}} = 9,034, \text{ отже } t_{WD} \approx 1,08 \cdot 10^9 \text{ р.}$$

Із світності знайдемо радіус зорі

$$\frac{R}{R_{\odot}} = \sqrt{\frac{L}{L_{\odot}} \left(\frac{T_{\odot}}{T} \right)^2} = 0,0130$$

Масу карлика визначимо із відомого прискорення вільного падіння на його поверхні

$$\frac{M_{WD}}{M_{\odot}} = \frac{g}{g_{\odot}} \left(\frac{R}{R_{\odot}} \right)^2 = 0,614$$

Отже масу зорі головної послідовності, з якої утворився даний білий карлик, наближено оцінимо з співвідношення

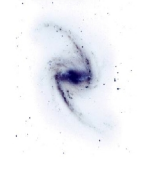
$$M_{WD} = 0,117 M_{MS} + 0,384 \rightarrow M_{MS} = \frac{M_{WD} - 0,384}{0,117} = 1,966$$

Приблизний час перебування такої зорі на головній послідовності основним чином визначається її масою

$$t_{MS} \approx 10^{10} \left(\frac{M_{MS}}{M_{\odot}} \right)^{-2,5} = 1,85 \cdot 10^9 \text{ р.}$$

Отже приблизний вік білого карлика

$$\tau \approx t_{WD} + t_{MS} = 2,93 \cdot 10^9 \text{ р.}$$

<p align="center">III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії</p> <p>м. Львів, 6 лютого 2016 р.</p>		<p align="center">Теоретичний тур</p> <p align="center">11 клас</p> <p align="center">Задача 2</p>
---	---	---

Астроном-любитель у Львові (широта - $49^{\circ} 49' 48''$) вирішив випробувати новий телескоп з діаметром об'єктива 35 мм, і тому вирішив спостерігати подвійну зорю з абсолютними зоряними величинами компонент $15^m.49$ та $14^m.41$, і які знаходяться на відстані 4.24 та 5.21 світлових років від Землі, відповідно. Зоря має схилення $39^{\circ} 16' 29''$. За умови безхмарного неба, чи зможе він спостерігати цю зорю (проникна сила телескопа визначається як $m_* = 7.5 + 5 \cdot \lg(D[\text{см}])$), і якщо так, то на яку максимальну висоту вона підніметься над горизонтом?

Розв'язування

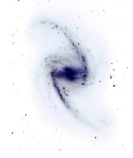
$M = m + 5 - 5 \cdot \lg(r[\text{пк}])$ -абсолютна зоряна величина. Із формули Погсона: блиск першого компонента — $I_1 = 2.512^{-m_1} = 2.512^{-(M_1 - 5 + 5 \cdot \lg(r_1))} = 2.512^{-(15.49 - 5 + 5 \cdot \lg(4.24/3.26))} = 2.512^{-11.06} = 0.000038$, а другого - $I_2 = 2.512^{-m_2} = 2.512^{-(14.41 - 5 + 5 \cdot \lg(5.21/3.26))} = 2.512^{-10.428} = 0.000068$. Загальний блиск зорі - $I = I_1 + I_2 = 0.000038 + 0.000068 = 0.000106$, загальна видима зоряна величина $m = -2.5 \cdot \lg(0.000106) = 9^m.94$.

Визначимо проникну силу телескопа:

$m_* = 7.5 + 5 \cdot \lg(D[\text{см}]) = 7.5 + 5 \cdot \lg(3.5) = 10^m.22$, отже в даний телескоп ще можна побачити цю зорю.

$90^{\circ} - \varphi = 90^{\circ} - 49^{\circ} 49' 48'' = 40^{\circ} 10' 12''$; схилення $\delta = 39^{\circ} 16' 29''$; $-40^{\circ} 10' 12'' < 39^{\circ} 16' 29'' < 40^{\circ} 10' 12''$ - зоря сходить і заходить, отже її можна спостерігати над горизонтом.

$\delta < \varphi$: тоді $h = 90^{\circ} + \delta - \varphi = 90^{\circ} + 39^{\circ} 16' 29'' - 49^{\circ} 49' 48'' = 79^{\circ} 26' 41''$.

<p>III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії</p> <p>м. Львів, 6 лютого 2016 р.</p>		<p>Теоретичний тур</p> <p>11 клас</p> <p>Задача 3</p>
--	---	---

Альbedo. Оцінити, у скільки разів освітленість земної поверхні Сонцем перевищує освітленість повним Місяцем. Відомо, що альbedo місячної поверхні $\alpha = 0,07$, радіус Місяця $R_M = 1,737 \cdot 10^3$ км, відстань Місяця від Землі $R = 384 \cdot 10^3$ км.

Розв'язування

Світність Місяця:

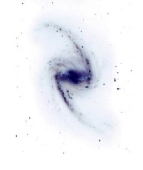
$$L_M = 2\pi\alpha R_M^2 I_{\odot},$$

де I_{\odot} – світловий потік від Сонця на поверхні Місяця. Світловий потік від Місяця на поверхні Землі

$$I_M = \frac{L_M}{2\pi R^2} = \alpha I_{\odot} \left(\frac{R_M}{R} \right)^2.$$

Різницею світлового потоку Сонця на поверхні Землі та Місяця нехтуємо. Отже

$$E_{sol}/E_M = I_{sol}/I_M = (R/R_M)^2/\alpha = 7 \cdot 10^5.$$

<p align="center">III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії</p> <p>м. Львів, 6 лютого 2016 р.</p>		<p align="center">Теоретичний тур</p> <p align="center">9-10 клас</p> <p align="center">Задача 1</p>
---	---	---

Дві зорі рухаються рівномірно по колових орбітах навколо спільного центра мас. Радіус зовнішньої орбіти дорівнює $R = 3$ а. о., відстань між зорями $L = 5$ а. о., період обертання дорівнює $T = 5$ земних років. Визначити маси зір. Яким буде рух у випадку $L \rightarrow R$?

Розв'язання

Рівняння руху зір:

$$\frac{M_1 v_1^2}{R} = G \frac{M_1 M_2}{L^2}, \quad \frac{M_2 v_2^2}{L - R} = G \frac{M_1 M_2}{L^2}. \quad (1)$$

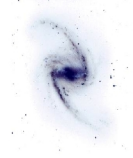
При рівномірному русі по колових орбітах

$$v_1 = \omega R = \frac{2\pi R}{T}, \quad v_2 = \omega(L - R) = \frac{2\pi(L - R)}{T}. \quad (2)$$

З рівнянь (1), з урахуванням (2) знаходимо, що

$$M_1 = \frac{4\pi^2}{GT^2} L^2 (L - R) \approx 2M_{\odot}, \quad M_2 = \frac{4\pi^2}{GT^2} L^2 R \approx 3M_{\odot}.$$

Маса зорі, що рухається по внутрішній орбіті, є більшою. У границі $L \rightarrow R$ масивніша зоря займе положення центра мас, а інша зоря буде рухатися навколо неї по коловій орбіті радіуса R ($M_1 \ll M_2$).

<p>III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії</p> <p>м. Львів, 6 лютого 2016 р.</p>		<p>Теоретичний тур</p> <p>9-10 клас</p> <p>Задача 2</p>
--	---	--

Марсохід. На Марс був доставлений марсохід, на якому встановлений фотоелемент площею 850 см^2 з ККД 42%. Марсохід має потужність 18 Вт. Чи достатньо цього фотоелемента для ефективної роботи марсохода?

Розв'язування

Світність Сонця:

$$L = 4\pi r^2 \cdot \sigma T^4 = 4 \cdot 3.14 \cdot (0.5 \cdot 1.392 \cdot 10^9)^2 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot (5778)^4 = 3.845 \cdot 10^{26} \text{ [Вт]}.$$

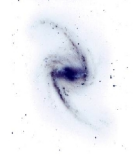
Освітленість Сонцем на Марсі:

$$E = L/4\pi R^2 = 3.845 \cdot 10^{26} / (4 \cdot 3.14 \cdot (1.524 \cdot 150 \cdot 10^9)^2) = 586 \text{ [Вт/м}^2 \text{]}.$$

Потужність фотоелемента:

$$W = k \cdot E \cdot S = 0.42 \cdot 586 \cdot 850 \cdot 10^{-4} = 20.92 \text{ [Вт]}.$$

Відповідь: Достатньо.

<p>III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії</p> <p>м. Львів, 6 лютого 2016 р.</p>		<p>Теоретичний тур</p> <p>9-10 клас</p> <p>Задача 3</p>
--	---	--

Кулясте зоряне скупчення має видиму зоряну величину 6^m , в ньому спостерігається цефеїда з періодом зміни блиску $T=4$ діб. Середня видима зоряна величина цефеїди складає 12^m . Нехтуючи міжзоряним поглинанням і вважаючи, що скупчення складається в більшості з зір типу Сонця, знайти число зір в скупченні. Співвідношення між періодом та абсолютною зоряною величиною $M = -2.81 \lg T[\text{діб}] + 0.15$.

Розв'язування:

$$M = -2.81 \lg T[\text{діб}] + 0.15 = -1^m.54, \quad D = 10^{0.2(m-M+5)} = 5.11 \text{ кпк}$$

$$M_{\text{скупчення}} = m_{\text{скупчення}} + 5 - 5 \lg D = -7^m.54$$

Число зір визначається за світністю:

$$N = L/L_{\text{sol}} = 10^{0.4(M_{\text{sol}} - M_{\text{скупчення}})} = 10^{0.4(4.83 + 7.54)} = 8.9 \cdot 10^4.$$