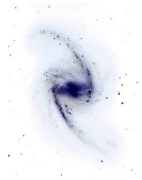
ІІІ етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії **м. Львів, 3 лютого 2018 р.**		**Теоретичний тур** **11 клас** **Задачі 1**

У результаті зіткнення з «блукаючою» планетою Місяць зійшов зі своєї орбіти і почав рухатись з невеликою швидкістю в напрямку Сонця. Знайти час руху Місяця до моменту падіння на Сонце.

Розв'язання

І спосіб.

a

Якщо вважати, що рух Місяця до Сонця відбувається по прямій (вироджений еліпс), то велика піввісь цього еліпса А буде рівна половині великої півосі Землі

$A=a/2$ ($a = 1$ а.о.).

Згідно з третім законом Кеплера, період обертання Місяця по виродженому еліпсу рівний

$T=(A)^{3/2}$.

Отже час падіння Місяця на Сонце рівний

$t = T/2 = 1/4/\sqrt{2}$ року ≈ 65 діб.

ІІІ етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії м. Львів, 3 лютого 2018 р.		**Теоретичний тур** **11 клас** **Задача 2**

Білі карлики — це кінцевий етап еволюції зір з масами меншими за 10 мас Сонця. В них всередині вже не відбуваються термоядерні реакції, а світять вони лише тому, що речовина зорі протягом попередніх етапів еволюції нагріта до високої температури. Теплова енергія визначається йонами, які можна вважати ідеальним газом, оскільки внаслідок виродженого стану електронів внесок останніх до теплової енергії є нехтовно малим. Крім того, карлик всередині є майже ізотермічний (тобто температура в будь-якій точці карлика за винятком поверхні є однаковою). Теплоємність йонів рівна $c=\frac{3}{2}Nk\ \frac{Дж}{К}$, де N — кількість йонів, k — стала Больцмана.

Припустимо, що білий карлик має температуру 100 млн. K, масу $0.6M_{\odot}$ та хімічний склад по 50% маси карбону ^{12}C та оксигену ^{16}O. Знайдіть сумарний запас теплової енергії в йонах. Оцініть приблизний час світіння білого карлика, вважаючи, що світність карлика становить $0.01\ L_{\odot}$.

Розв'язання

Нехай N_O та N_C — кількості ядер оксигену та карбону відповідно, m_O та m_C — маси ядра оксигену та карбону, M — маса карлика, тоді

$$N_O m_O + N_C m_C = M, N_O m_O = N_C m_C \rightarrow N_O = \frac{M}{2m_O}, N_C = \frac{M}{2m_C}.$$

Повне число ядер в білому карлику рівне

$$N = N_O + N_C = \frac{M}{2}\left(\frac{1}{m_O}+\frac{1}{m_C}\right) = \frac{MN_A}{2}\left(\frac{1}{\mu_O}+\frac{1}{\mu_C}\right),$$

де μ_O та μ_C — атомні маси оксигену та карбону, N_A — число Авогадро.

Отже $c=\frac{3}{4}RM\left(\frac{1}{\mu_O}+\frac{1}{\mu_C}\right),$ R — універсальна газова стала.

Кількість теплової енергії в білому карлику приблизно рівна

$$Q = cT \approx 0.55\cdot 10^{41}\ Дж.$$

Час свічення карлика приблизно оцінимо із співвідношення

$$\Delta t \approx \frac{Q}{L} \approx 1.36\cdot 10^{16}\ c = 0.43\cdot 10^{9}\ років.$$

Радіус планети вдвічі масивнішої від Землі рівний земному. Розрахувати число молекул атмосфери, якщо відомо, що її товщина набагато менша від радіусу планети. Вважати, що атмосфера планети складається з молекул азоту (μ_{N2}=28г/моль) та кисню (μ_{O2}=32г/моль) у пропорції 3:1. Атмосферний тиск біля поверхні становить 2 атм.

Розв'язання

Прискорення вільного падіння біля поверхні планети можна вважати за умовою задачі вдвічі більшим від земного:

$$g = G\cdot 2\cdot M_{Землі}/R^2_{Землі} = 2\cdot g_{Землі}$$

Це прискорення, через малість товщини атмосфери планети у порівнянні з її радіусом, можна вважати сталим для всіх висот в атмосфері.

Тиск атмосфери на поверхню Землі формується загальною вагою всіх (кількістю N) її молекул, розподілених по всій поверхні у тонкому шарі:

$$P = N\cdot m\cdot 2\cdot g_{Землі} / S,$$

де m – середня маса однієї молукули в атмосфері.

Площа поверхні при радіусі R планети :

$$S = 4\pi R^2_{Землі}$$

Маса молекули:

$$m = \mu/N_A,$$

де N_A – число Авогадро.

Отже, повне число молекул:

$$N = N_A\cdot P\cdot 4\pi R^2 / (\mu\cdot 2\cdot g_{Землі}),$$

Середня молярна маса молекул атмосфери буде :

$$\mu=(3/4)\cdot 28+(1/4)\cdot 32=29 \text{ г/моль, або ж } 2.9\cdot 10^{-2} \text{ кг/моль.}$$

Отже:

$N = 6.022\cdot 10^{23}моль^{-1}\cdot 2\cdot 10^5Н\cdot м^{-2}\cdot 12.6\cdot(6.37м\cdot 10^6)^2 / 2.9\cdot 10^{-2}кг\cdot моль^{-1}\cdot 2\cdot 9.81Н\cdot кг^{-1} = 1.08\cdot 10^{44} \approx 1.1\cdot 10^{44}$.

III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії м. Львів, 3 лютого 2018 р.		Теоретичний тур 8-10 клас Задача 1

У деякій планетній системі біля однієї з планет є природний супутник, який освітлює планету у 5×10^5 разів слабше, ніж зоря цієї системи. Видима зоряна величина зорі (для спостерігачів планети) дорівнює -25^m. Знайти видиму зоряну величину супутника.

Розв'язання

$$\frac{I_c}{I_3} = \frac{1}{5 \cdot 10^5} = (2,512)^{m_3 - m_c},$$

де I_c, I_3 – світлові потоки, m_3 – зоряна величина зорі, m_c – зоряна величина супутника.

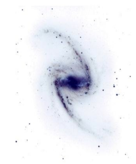
$$10^{\frac{2}{5}(m_3 - m_c)} = \frac{2}{10^6},$$

$$\frac{2}{5}(m_3 - m_c) = \lg\left(\frac{2}{10^6}\right) = \lg 2 - 6,$$

$$m_3 - m_c = \frac{5}{2}\,(-6 + \lg 2),$$

$$m_c = m_3 + 15 - \frac{5}{2}\,\lg 2,$$

$$m_c \cong -10 - 0,75 \approx -10^m_{,}75,$$

ІІІ етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії м. Львів, 3 лютого 2018 р.		**Теоретичний тур 8-10 клас Задача 2**

Знайти висоту синхронної орбіти (аналог геостаціонарної), H_c, астрономічного зонду для планети Марс.

Розв'язання

Згідно II закону Ньютона:

$m_з \cdot a_д = F_{гр}$,

$a_д = \omega^2 \cdot R_c$,

де $m_з$ - маса зонду в кг, $a_д$ - доцентрове прискорення, ω - кутова швидкість обертання зонду в рад/с, R_c - радіус синхронної орбіти в метрах, $F_{гр}$ - гравітаційна сила.

$F_{гр} = G \cdot \frac{M_м \cdot m_з}{{R_c}^2}$,

де $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \left[\frac{м^3}{кг \cdot с^2}\right]$ - гравітаційна стала.

Звідси $R_c = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_м}{\omega^2}}$.

$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T_м} = \frac{2 \cdot 3.14}{24.623 \cdot 3600} = 7.085 \cdot 10^{-5}$ [рад/с].

$R_c = \sqrt[3]{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6.4171 \cdot 10^{23}}{(7.085 \cdot 10^{-5})^2}} = 2.043 \cdot 10^7$[м] або $R_c = 20430$[км].

$H_c = R_c - R_м = 20430 - 3396 = 17034$[км].

III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії м. Львів, 3 лютого 2018 р.		Теоретичний тур 8-10 клас Задача 3

Річний паралакс Веги дорівнює 0.12”, а її видима зоряна величина складає 0^m. На якій відстані на лінії, що проходить через Сонце та Вегу, ці зорі матимуть однакову зоряну величину? Чи є інші точки, спостереження з яких задовільнятимуть вищезгадану умову?

Розв'язання

Знайдемо абсолютну зоряну величину Веги: $M = m + 5 + 5\lg p$, де $p = 0.12”$ – паралакс Веги.

В деякій точці простору видимі зоряні величини Веги та Сонця будуть:

$m = M - 5 + 5\lg r$ та $m_S = M_S - 5 + 5\lg r_S$ відповідно.

За умовою задачі, треба знайти такі точки на прямій, яка проходить через Сонце та Вегу, де видимі зоряні величини Веги та Сонця будуть однакові, тобто $m = m_S$.

Тому $M + 5\lg r = M_S + 5\lg r_S$, значить геометричне місце точок, які задовольняють умові завдання будуть відповідати рівнянню: $M - M_S = 5\lg\frac{r_S}{r}$.

Тоді $r + r_S = \frac{1}{p}$, підставимо останнє рівняння та отримаємо найменшу відстань від Веги, для якої виконуються такі умови завдання:

$r_0 = \frac{1}{p(1+10^{0.2(M-M_S)})} = \frac{1}{p(1+10^{0.2(m+5+5\lg p-M_S)})} \approx 7.38$ пк, де a – відстань від Сонця до Землі(в парсеках). Відстань від Сонця до Веги $r = 1/p = 8.33$пк. Отже, відстань від Сонця до цієї точки 0.95 пк.

В іншому випадку ця точка може знаходитися на деякій відстані від Сонця в напрямку протилежному до Веги, тоді $r_S + \frac{1}{p} = r$. Після відповідної підстановки отримаємо іншу відстань: $r_1 = \frac{1}{p(1-10^{0.2(M-M_S)})} \approx 9.6$пк, і відповідно відстань від Сонця становить 1.27 пк.

Однакові зоряні величини Веги та Сонця можна спостерігати також з будь-якої точки деякої поверхні, що відповідає рівнянню: $r_S = r_{\odot}10^{0.2(M-M_s)}$, ця поверхня проходить через точки r_0 та r_1.

Альтернатива. Геометричне місце точок з якої буде виглядати Вега та Сонце, як однакові можна отримати з геометричних міркувань пам'ятаючи, що освітленість, що створюється джерелом, падає обернено пропорційно квадрату відстані (реально поверхня буде не сильно відрізнятися від сфери, оскільки світність Сонця значно менше світності Веги).