

8 КЛАС

Пружина (4 бали). Пружину розтягнули силою $F_1=16$ Н до довжини $L_1=16$ см. Якщо б пружину стиснули силою $F_2=8$ Н, її довжина становила б $L_2=10$ см. Якою буде довжина L_3 пружини, якщо б її стискували силою $F_3=6$ Н?

Розв'язок

Позначивши довжину нерозтягнутої пружини L_0 , запишемо закон Гука для всіх трьох випадків:

$$F_1=k(L_1-L_0)$$

$$F_2=k(L_0-L_2)$$

$$F_3=k(L_0-L_3)$$

Взявши відношення частин рівностей, позбудемося невідомої жорсткості пружини:

$$F_1/F_2=(L_1-L_0)/(L_0-L_2)$$

$$F_2/F_3=(L_0-L_2)/(L_0-L_3)$$

З першої рівності отримуємо $L_0=12$ см. Тоді з другої: $L_3=10,5$ см.

Міст (4 бали). Хлопчик пройшов $2/5$ довжини моста, коли почув сигнал автомобіля, що його наздоганяв. Якщо хлопчик побіжить назад, то зустрінеється з авто біля одного краю моста, якщо побіжить вперед – біля іншого. У скільки разів його швидкість v_1 менша за швидкість автомобіля v_2 ?

Розв'язок

Позначимо відстань від авто до мосту S , довжину мосту - L . Тоді випадок руху хлопчика назад опишеться рівнянням: $(2/5L)/v_1=S/v_2$

Рух вперед: $(3/5L)/v_1=(S+L)/v_2$

Позбуваючись невідомої величини S , отримаємо:

$v_2=5v_1$ – швидкість хлопчика у п'ять разів менша за швидкість автомобіля.

Сир (4 бали). Шматок сиру розміром $10 \times 10 \times 6$ см має масу $M=550$ г. Якщо відрізати маленький суцільний шматочок, його густина становитиме $\rho_c=1100$ кг/м³. Всередині шматка сиру є великі дірки, які заповнені повітрям і непомітні ззовні. Знайдіть масу дірок Δm у великому шматку, якщо густина повітря становить $\rho_{\pi} = 1,29$ кг/м³.

Розв'язок

Введемо позначення: m_c і V_c – «чисті» маса і об'єм сиру; V – об'єм всього шматка, ΔV – об'єм дірок. Запишемо рівність мас:

$$M = m_c + \Delta m.$$

Врахувавши, що $m_c = \rho_c V_c = \rho_c (V - \Delta V) = \rho_c (V - \Delta m / \rho_{\pi})$, матимемо:

$$M = \rho_c (V - \Delta m / \rho_{\pi}) + \Delta m,$$

Звідки: $\Delta m = \rho_{\pi} (\rho_c V - M) / (\rho_c - \rho_{\pi}) = 1,29 \cdot (1100 \cdot 600 \cdot 10^{-6} - 0,55) / (1100 - 1,29) \approx \underline{0,0001}$ кг – маса дірок

Пробірка (6 балів). Хлопчик опустив скляну пробірку масою $M=80$ г і ємністю $V=60$ мл у циліндричну посудину з водою і насипав пісок на дно пробірки, поки вона не занурилася у воду по вінця. Маса піску на той момент була $m=12$ г. Внутрішній радіус посудини становить $R=5$ см. Визначте густину скла пробірки $\rho_{ск}$. Знайдіть Δh – підйом рівня води у посудині, зумовлений зануренням пробірки. Густина повітря становить $\rho_{\pi}=1,29$ кг/м³, густина води $\rho_{в}=1000$ кг/м³, $\pi=3,14$.

Розв'язок

Позначимо об'єм матеріалу пробірки $V_{ск}$. Рівновага пробірки у воді можлива, якщо:

$$F_A = P_1 + P_2$$

де $F_A = \rho_B g(V + V_{\text{СК}})$ – сила Архімеда; $P_1 = (M + m)g$ – вага пробірки з піском; $P_2 = \rho_{\text{П}} Vg$ – вага повітря у пробірці. Тоді, врахувавши, що $V_{\text{СК}} = M / \rho_{\text{СК}}$:

$$\rho_{\text{СК}} = M \rho_B / (M + m - V(\rho_B - \rho_{\text{П}})) = 80 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 / (80 \cdot 10^{-3} + 12 \cdot 10^{-3} - 60 \cdot 10^{-6} \cdot 998,71) \approx 2500 \text{ кг/м}^3.$$

Далі знайдемо об'єм витісненої води:

$$V_B = V + V_{\text{СК}} = 0,000092 \text{ м}^3.$$

Тоді, врахувавши зв'язок радіуса циліндра з його об'ємом, матимемо:

$$V_B = S \Delta h = \pi R^2 \Delta h, \text{ звідки } \Delta h = V_B / (\pi R^2) \approx 0,012 \text{ м.}$$

Дзеркало (7 балів). В кімнаті довжини L і висоти H на стіні висить плоске дзеркало. Людина дивиться у нього з відстані l . Якою повинна бути найменша висота дзеркала, щоб людина бачила протилежну стіну кімнати повністю? На якій відстані s від підлоги знаходиться дзеркало, якщо ріст людини z ?

Розв'язок

З побудови, зображеної на рисунку, з врахуванням подібності відповідних трикутників, матимемо:

$$h = Hl / (l + L), \quad s = zL / (l + L)$$

