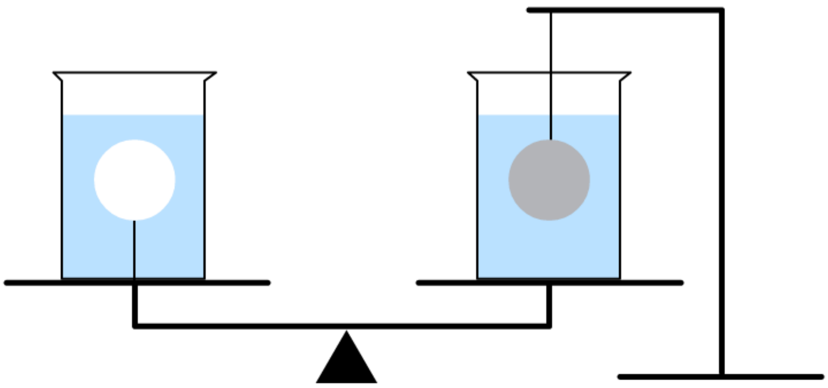
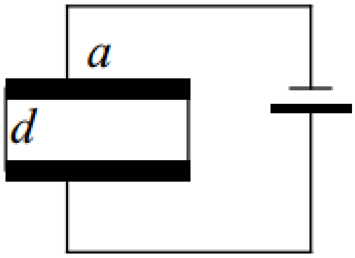
1. Ракету запущено вертикально вгору. Визначити час підняття ракети на максимальну висоту H=74км (за мінімальної витрати палива), якщо прискорення ракети під час роботи двигуна стале і дорівнює a=2g. Опором повітря і зміною значення прискорення вільного падіння g знехтувати.

2. Вантажний автомобіль масою m_1 з платформою довжиною L починає рух з місця зупинки по прямій, розвиваючи силу тяги F. Біля задньої стінки платформи стоїть вантаж масою m_2 і коефіцієнтом тертя з платформою k. Водій розганяє авто за час t_1і потім різко гальмує з прискоренням -a. Знайти:1)шлях що проїде автомобіль до повної зупинки 2) шлях на який переміститься вантаж відносно платформи; 3) залежність максимально допустимого значення швидкості авто до гальмування при якій вантаж не розіб'ється об кабіну, від довжини платформи та коефіцієнта тертя k 4)залежність максимально допустимого значення прискорення гальмування, при якому вантаж не розіб'ється об кабіну, від часу розгону t_1.5) побудувати графіки залежності швидкості руху та прискорення автомобіля та вантажу від часу. Рух вантажу і автомобіля вважати прямолінійним, а вантаж таким, що не перекидається.

3. На терезах стоять дві склянки з однаковою кількістю води, в склянках дві кульки однакового об'єму. Одна (ліва) – м'ячик для пінг-понг, друга (права)- стальна. Одна кріпиться ниткою до штативу, інша – до дна. Питання, як поведуть себе терези?



4. Протічний водонагрівач складається з труби довжиною L=1м, поперечний переріз якої є прямокутником розмірами $a*d$. Стінки розміру $L*a$ виготовлені з металу, а розміру – $L*d$ = із діелектрика (див. мал.) Підігрів води, що прокачується по трубі, здійснюється електричним струмом, для цього, до металічних стінок прикладається постійна напруга. Визначте, якою повинна бути ця напруга, щоб пристрій забезпечував нагрів 600 л. води за годину від 10 °С до60°С, якщо a=20см., d=1см. Вода, що використовується в нагрівнику має наступні характеристики: густина 1000 кг/м^3, питома теплоємність 4200Дж\(кг°С), питомий опір 10 Ом м. Теплоємністю труби і втратами тепла знехтувати.



5. Уявімо, у вашій кімнаті стоїть трюмо, що складається з трьох однакових дзеркал, два з них закріплені під кутом 45° до поверхні третього (див. рис.). З часом центральне дзеркало зіпсувалося і перестало відбивати світло. Скільки своїх зображень ви побачите, якщо перебуваєте на вісі симетрії трюмо на відстані a від центрального дзеркала? Побудуйте усі свої зображення в дзеркалах трюмо. Довжина кожного дзеркала l, висота - вище вашого зросту.

1. Систему відліку пов'яжемо з поверхнею Землі, за початок системи координат візьмемо точку запуску ракети, вісь координат спрямуємо вертикально вгору, за початок відліку часу приймемо момент запуску ракети.
Максимальної висоти підйому ракета набирає на двох етапах: під час рівноприскореного руху без початкової швидкості з прискоренням a=2g вертикально вгору і під час «вільного падіння» після припинення роботи двигуна.

$$H = \frac{1}{2}at_1^2 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{2gt_1^2}{2} + \frac{(2gt_1)^2}{2g} = 3gt_1^2.$$

Звідси $t_1 = \sqrt{\frac{H}{3g}}$.

Час польоту ракети після припинення роботи двигуна до максимальної висоти можна знайти з рівняння:

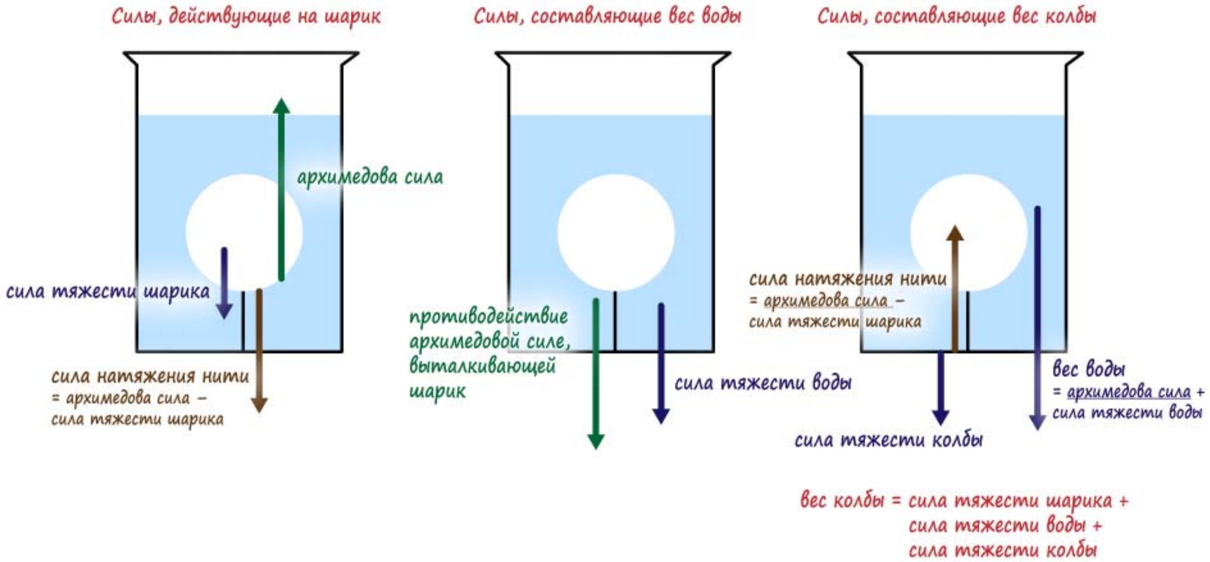
$$v_1 = gt_2, \text{ звідси } t_2 = \frac{v_1}{g} = \frac{2gt_1}{g} = 2t_1.$$

Повний час руху ракети до досягнення максимальної висоти:

$$t = t_1 + t_2 = 3t_1 = \sqrt{\frac{3H}{g}}, \text{ або } t \approx 150 \text{ с=2.5хв.}$$

3. Що діє на терези?
Склянки! Ні вода, ні кульки, ні нитки – лише склянки доторкаються до терезів, отже лише вони і діють.
Але не лише своєю масою, адже на них мають вплив усі складові системи.
Якщо ми розпишемо усі сили, що діють у цих системах, то пробувати їх просумувати буде помилкою, оскільки діють вони на різні об’єкти і їх сума не буде вагою системи.
Сумувати ми можемо лише сили, що діють на один об’єкт!
Вода діє на кульку силою Архімеда, але згідно третього закону Ньютона кулька діє на на воду з тієюж силою, але в протилежному напрямку. Вода тисне на склянку і кулька тисне на воду. Якщо б кулька плавала на поверхні то сума діючих на неї сил дорівнювала нулю, отже сила Архімеда дорівнює силі тяжіння за модулем. Отже вага води – це сила, з якою вона тисне на склянку – сума сил тяжіння що діють на воду і на кульку.

Тепер розглянемо наш випадок, коли кулька прикріплена ниткою до дна склянки.
На кульку діє сила тяжіння і виштовхуючи сила, як і в попередньому випадку. АЛЕ виштовхуючи сила більша – адже кулька занурена повністю. І на кульку ще діє сила натягу нитки. Сума усіх цих сил дорівнює нулю, адже кулька перебуває у спокої. Тобто сила натягу нитки дорівнює силі Архімеда мінус сила тяжіння , що діє на кульку.



Чи змінить це вагу склянки?
На воду як і раніше діє сила тяжіння і сила обернена до сили Архімеда.
Але знову наголосимо, що на терези діє не вода а склянка, а на склянку діє крім ваги води і ваги самої склянки ще й сила натягу нитки

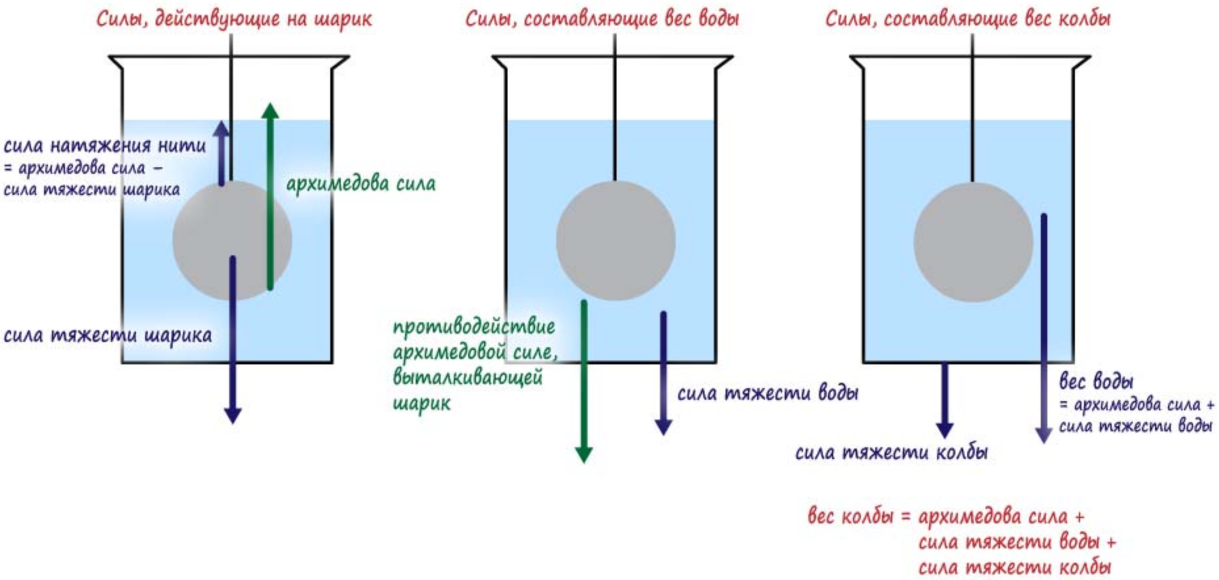
Вага води дорівнює сумі сили тяжіння , що на неї діє плюс сила, що виштовхує кульку.
Сила натягу нитки дорівнює силі, що виштовхує кульку мінус сила тяжіння , що діє на кульку.

Вага тисне донизу, нитка догори. Доданки з виштовхуючою силою скоротяться, залишається **сума сил тяжіння, що діють на воду, на кульку і на саму склянку**.

Розглянемо тепер праву склянку.
Кулька у правій склянці важча ніж у лівій і вона намагається потонути.
Сила тяжіння тягне кульку вниз, сила Архімеда – догори, але сила тяжіння більша від сили Архімеда, тому стан спокою забезпечує сила натягу нитки, що дорівнює різниці між силою тяжіння і силою Архімеда.
І кулька тисне на воду своїм об’ємом протидіючи виштовхуючій силі.

Тобто вага води дорівнює силі тяжіння, що діє на воду плюс сила протидії силі Архімеда, як і для лівої кульки.
Однак на праву склянку діє лише сила тяжіння і вага води. – нитка прикріплена не до неї, не тгне її догори.

Отже вага склянки дорівнює силі тяжіння, що діє на неї, плюс силі тяжіння, що діє на воду плюс сила Архімеда, що діє на кульку.



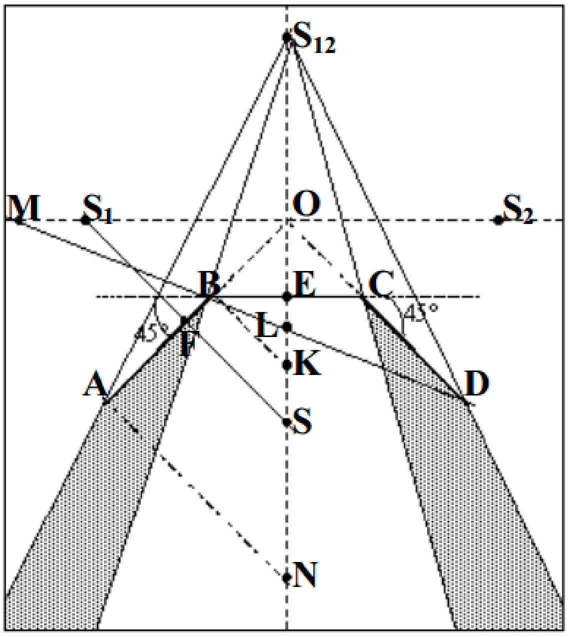
Права склянка ідентична лівій. Тобто сили тяжіння, що діють на склянки і на воду в них однакові. Вони не можуть мати впливу на різницю у вазі склянок.
Неоднакові впливи:
Сила тяжіння, що діє на кульку у лівій склянці і сила Архімеда –для правої.
Ліва кулька, намагається виплисти на поверхню (їй перешкоджає нитка кріплення до дна) Отже сила Архімеда, що її виштовхує, більша від її сили тяжіння. Оскільки кульки мають однаковий об’єм, то на них діє однакова виштовхуючи сила. Тобто сила Архімеда, що діє на праву кульку, більша від сили тяжіння, що діє на ліву.
З цього випливає, що переважить права сторона терезів.

4. Очевидно, струм, що протікає між двома горизонтальними пластинами, нагріває воду. Розглянемо невеликий об’єм води розмінами $a \times d \times dl$. В цьому об’ємі виділяється теплова потужність $P = \dfrac{U^2}{R} = \dfrac{U^2 a \cdot dl}{\gamma d}$. Нехтуючи теплопровідністю води, можна знайти енергію, отриману цим об’ємом за весь час перебування його в нагрівнику: $Q = \dfrac{U^2 a \cdot dl}{\gamma d} \cdot \dfrac{L}{v}$. Тоді температура цього об’єму збільшиться на $\Delta T = \dfrac{U^2 L}{\gamma \rho d^2 v}$, де v- швидкість течії води, пов’язана з її об’ємними витратами $k = \dfrac{\Delta V}{\Delta t}$ очевидним співвідношенням $k = dav$.

Необхідна напруга буде виражена формулою $U = \sqrt{\dfrac{k \rho \gamma c d \Delta T}{La}}$, підставивши в яку чисельні значення отримаємо $U \approx 132$ В.

5. Відповідь: при $a > \frac{l}{2}\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}}$ існує три зображення, в протилежному випадку – 2, усі вони уявні, при $l\frac{\sqrt{2}}{2} < a < l(\sqrt{2}-\frac{1}{2})$ ми бачимо 2 зображення, в протилежному випадку – жодного.

Зробимо наступні позначення (див рис): ABCD – трюмо, S- ваше розміщення, O – точка перетину продовження сторін трюмо AB CD, F – основа перпендикуляру, опущеного з точки S на AB, E – середина BC. Легко бачити, що ваше зображення в дзеркалах AB і CD існує завжди (вони позначені S_1 і S_2 відповідно). Оскільки $\angle OFS = \angle OFS_1$ то обидва зображення S_1 і S_2 є на прямій, що проведена через. O паралельно BC, і $S_1O = S_2O$. В цей же час побачити зображення можна не завжди, а лише тоді коли відбиті від дзеркала промені попадуть в точку, в якій є спостерігач. Так, своє зображення в дзеркалах AB і CD ви можете побачити тільки якщо точка F лежить на відрізку AB (а не на його продовженні). Це можливо, якщо ви є між точками K і N, перпендикуляри, опущені з яких на AB, попадають в точки B і A відповідно. Нескладні обчислення показують, що $EK = l\sqrt{2}/2$ $EN = l(\sqrt{2}-1/2)$.



Крім цих зображень, може утворитися зображення уявного предмету S_1 в дзеркалі CD і, навпаки, уявного предмету S_2 в дзеркалі AB. Фізично це відповідає тому, що після відбивання від дзеркала AB промінь спочатку попаде на дзеркало CD , а потім вийде з системи. (Відзначимо, що більше ніж подвійні відбивання в даній системі виникнути не може). Обидва зображення отримані таким чином розміщуються в т. S_{12} ($OS = OS_{12}$), причому їх орієнтація також співпадає, тому фактично зображення одне.

Це зображення може утворитися, якщо промінь, «що виходить» з т. S_1 і проходить через відрізок AB, попадає на відрізок CD, тобто якщо пряма BD перетне пряму S_1S_2 на відрізку OS_1 . Відповідну умову найпростіше написати у вигляді $OM > OS_1$. Неважко переписати цю умову у вигляді $ES > (l/2)ctg\angle CBD$. $\angle CBD = 22{,}5°$, тому кінцева умова запишеться у вигляді: $ES > \frac{l}{2}\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}}$.

Навіть якщо це зображення існує ви не зможете його побачити. Це можна пояснити так: усі промені світла, що утворюють це зображення, мають здаватися, що виходять з точки S_{12} D в цей же час вони мусять виходити із одного з бокових дзеркал трюмо AB або CD, оскільки після відбивання від них промінь більше ніде не змінює свого напрямку. Тому область, з якої видно зображення S_{12}, обмежена променями $S_{12}A$ і $S_{12}B$ і і променями $S_{12}C$ і $S_{12}D$ на малюнку ці області зафарбовані сірим. Видно, що жодна точка вісі симетрії дзеркала не належить цим областям. (Якщо,зійти з центральної осі, то ці зображення дійсно можна побачити.

Розв’язок 4 задачі.

Дано:
m_1, L, F,
m_2, k
t_1, $a_г$

1)S_1, 2)S_2,
3)v_{max}(L, k)
4)$a_В(t_1)$
5)v=v(t),
a=a(t)

1) Повний шлях що проїде автомобіль до повної зупинки складається з двох - шлях що проходить під час розгону і під час гальмування $S_1=S_{роз}+S_{гальм}$. (1)
Шлях що проходить під час розгону визначається з рівняння руху:
$S_{роз}=\frac{a_{роз}t_1^2}{2}$ (2)
З другого закону Ньютона прискорення що надається системі двох зв'язаних тіл від дією сили тяги виражається: $a_{роз}=\frac{F}{m_1+m_2}$ (3)
Підставивши отримаємо: $S_{роз}=\frac{F}{m_1+m_2}\frac{t_1^2}{2}$ (4)
Шлях що проходить авто під час гальмування $S_{гальм}=\frac{v_к^2}{2a_г}$ (5)
швидкість в кінці розгону $v_к=a_{роз}t_1=\frac{F}{m_1+m_2}t_1$ (6)
отже разом: $S_{гальм}=(\frac{t_1F}{m_1+m_2})^2\frac{1}{2a_г}$ (7)
Підставимо (4) і (7) в (1) отримаємо розв'язок
$S_1=\frac{F}{m_1+m_2}\frac{t_1^2}{2}+\left(\frac{t_1F}{m_1+m_2}\right)^2\frac{1}{2a_г}$ (8)

2)Рух вантажу почнеться відразу після початку гальмування автомобіля із тією з швидкістю відносно дороги, що їхав автомобіль. Для того щоб знайти шлях відносно платформи віднімемо шлях що вантаж пройде по платформі з початковою швидкістю v_k і шлях на який за цей час переміститься атвомобілю.
$S_2=\frac{v_k^2}{2a_{вант}}-\frac{v_k^2}{2a_г}$ (9)
Для знаходження прискорення вантажу запишемо другий закон Ньютона: $m_2a_{вант}=km_2g$ (10) звідки визначимо $a_{вант}=kg$ (11).
Рівняння (11) та (6) підставимо в (9).
Отримаємо розв'язок:
$S_2=\left(\frac{t_1F}{m_1+m_2}\right)^2\frac{1}{2kg}-\left(\frac{t_1F}{m_1+m_2}\right)^2\frac{1}{2a_г}$ (12)
¿

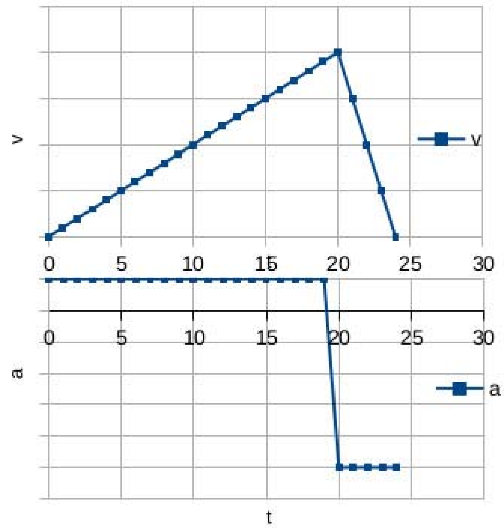
3) Вантаж розіб'ється об кабіни в випадку якщо S_2>L. Візьмемо умову S_2 = L, отримаємо: $S_2=\frac{v_k^2}{2kg}-\frac{v_k^2}{2a_г}=L$ (13) звідки виразимо швидкість як функцію довжини платформи та коефіцієнта тертя:

$$v_k=\sqrt{\frac{L}{\frac{1}{2kg}-\frac{1}{a_{\text{г}}}}}\ (14).$$

З (14) добре видно, що чим більша довжина платформи і чим більший коефіцієнт тертя тим з більшою швидкістю може їхати водій.

4) Прискорення вантажу після гальмування не залежить від швидкості на момент початку гальмування і, відповідно, від часу розгону, а лише від коефіцієнту тертя k

5)



Графіки залежності v(t) та a(t) для автомобіля.