

**ОБЛАСНА ОЛІМПІАДА З ФІЗИКИ – 2017**  
**8 КЛАС (ТЕОРЕТИЧНИЙ ТУР)**

**КАТЕР (3 бали)** Капітан катера намагається встановити рекорд зі швидкісного (найменшого за часом) проходження певної дистанції – від місця старту до розвороту і назад до місця старту. Де вигідніше це зробити: на річці (вздовж течії) чи озері? Доведіть чому. Власну швидкість катера вважати сталою на усій дистанції.

**Розв'язок:**

Для того щоб зрозуміти де вигідніше встановити рекорд зі швидкісного проходження дистанції необхідно знайти і порівняти час, який необхідний для подолання однакової дистанції на озері і річці.

Нехай віддаль від старту до розвороту і, відповідно, від розвороту до старту буде рівною  $l$ , а власна швидкість човна –  $v$ . Тоді час необхідний для подолання усієї дистанції на озері буде рівний:

$$t_{оз} = \frac{2l}{v} \quad (1)$$

Час необхідний для подолання усієї дистанції на річці, з урахуванням швидкості течії річки  $u$  буде рівний:

$$t_p = \frac{l}{v+u} + \frac{l}{v-u} = \frac{2vl}{v^2-u^2} \quad (2)$$

Порівнюючи час затрачений на подолання дистанції на озері з останнім на річці отримаємо:

$$\frac{t_{оз}}{t_p} = \frac{v^2-u^2}{v^2} < 1 \quad (3)$$

Цей вираз є завжди менший одиниці у зв'язку з ненульовим значенням швидкості течії річки, тому  $t_{оз} < t_p$ . Отже, швидкісне проходження дистанції вигідніше проходити на озері.

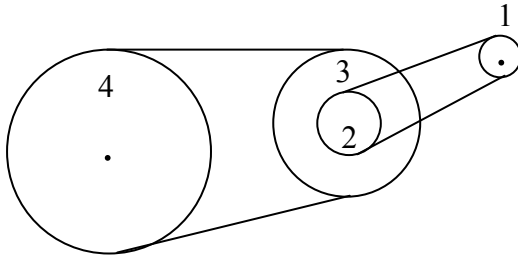
**Критерії оцінювання:**

Записано рівняння для знаходження часу проходження дистанції на озері – (1): 1 бал;

Записано рівняння для знаходження часу проходження дистанції на річці – (2): 1 бал;

Записане порівняння часів на обох водоймах – (3) і зроблений правильний висновок: 1 бал.

**ОБЕРТАННЯ (4 бали)** Рух від шківа 1 передається до шківа 4 за допомогою двох пасових передач зображених на рисунку. Визначте частоту обертання шківа 4, якщо шків 1 робить 120 обертів за секунду. Радіуси першого, другого, третього і четвертого шківів відносяться як 1:2:4:6. Шків 2 і 3 з'єднані жорстко.



**Розв'язок:**

Зв'язок лінійної швидкості першої пасової передачі з частотами обертання шківа 1 та шківа 2:

$$v_1 = 2\pi r_1 n_1, v_2 = 2\pi r_2 n_2; \quad (1)$$

де  $r_1, r_2$  - радіуси шківа 1 та шківа 2, відповідно,  $n_1, n_2$  - частоти обертання шківа 1 та шківа 2, відповідно. Шків 1 і 2 з'єднані пасом, отже

$$v_1 = v_2; \quad (2)$$

З (1) і (2) отримуємо

$$n_2 = \frac{r_1}{r_2} n_1 \quad (3)$$

Шків 2 і 3 з'єднані жорстко, отже частота обертання третього шківа  $n_2$  рівна частоті обертання другого шківа:

$$n_2 = n_3 \quad (4)$$

Зв'язок лінійної швидкості другої пасової передачі з частотами обертання шківа 3 та шківа 4:

$$v_3 = 2\pi r_3 n_3, v_4 = 2\pi r_4 n_4, \quad (5)$$

де  $r_3, r_4$  - радіуси шківа 3 та шківа 4, відповідно,  $n_3, n_4$  - частоти обертання шківа 3 та шківа 4, відповідно. Шків 3 і 4 з'єднані пасом, отже

$$v_3 = v_4; \quad (6)$$

З (5) і (6) отримуємо

$$n_4 = \frac{r_3}{r_4} n_3 \quad (7)$$

Використавши (3), (4) і (7), отримаємо кінцевий результат:

$$n_4 = \frac{r_2 r_3}{r_4 r_1} n_1 \quad (8)$$

Підставивши значення з умови задачі, отримаємо  $n_4 = 40$  об/с.

**Критерії оцінювання:**

Отримано співвідношення – (3): 1 б;

Отримано співвідношення – (7): 1 б;

Отримано кінцеву формулу – (8): 1 б;

Обчислено частоту обертання шківів 4: 1 б.

**ВАНТАЖ (5 балів)** Яку мінімальну роботу потрібно виконати силі  $F$  для того щоб пересунути лежачий на шорсткуватій горизонтальній поверхні вантаж масою  $m = 10$  кг на відстань  $l = 1$  м за допомогою невагомго гумового пружного джгута з коефіцієнтом пружності  $k = 10$  Н/м, який прикріплений до центру мас вантажу. Джгут у початковий момент часу є нерозтягнутим. Коефіцієнт тертя вантажу з поверхнею становить  $\mu = 0,1$ . Напрямок прикладеної сили  $F$  вважати горизонтальним.

**Розв'язок:**

Для того щоб виконана робота була мінімальною вантаж потрібно пересувати дуже повільно. У цьому випадку затрачена робота не буде витрачатись на збільшення кінетичної енергії вантажу, а піде лише на подолання сили пружності і сили тертя.

Для того щоб вантаж можна було зсунути з місця джгутом, останній мусить бути розтягнутий настільки щоб діяти на вантаж зі силою:

$$F = \mu mg \quad (1)$$

Якщо сила буде меншою ніж  $F$ , то вантаж не зсунеться з місця, а якщо більшою ніж  $F$ , то вантаж почне рухатись з прискоренням збільшуючи свою кінетичну енергію.

При розтягуванні джгута діємо зі змінною по величині силою, яка буде змінюватись від нуля до  $F$  – моменту початку зсування вантажу. Сам джгут, згідно закону Гука, при цьому видовжиться на величину:

$$\Delta l = \frac{F}{k} = \frac{\mu mg}{k} \quad (2)$$

Робота, яку потрібно виконати для того щоб розтягнути джгут на величину  $\Delta l$  буде рівною:

$$A_1 = \frac{k(\Delta l)^2}{2} = \frac{F^2}{2k} = \frac{\mu^2 m^2 g^2}{2k} \quad (3)$$

При пересуванні вантажу прикладеною силою  $F$  він переміститься на віддаль  $l$  і при цьому сила виконає роботу:

$$A_2 = Fl = \mu mgl \quad (4)$$

Повна мінімальна робота необхідна для переміщення вантажу буде рівною:

$$A = A_1 + A_2 = \frac{\mu^2 m^2 g^2}{2k} + \mu mgl \approx 15 \text{ Дж} \quad (5)$$

**Критерії оцінювання:**

Записано вираз для мінімальної сили зміщення вантажу – (1): 1 бал;

Записано рівність між силою розтягу джгута і мінімальною силою для зміщення вантажу – (2): 1 бал;

Записано вираз виконаної роботи для розтягу джгута – (3): 1 бал;

Записано вираз для роботи по пересуненню вантажу – (4): 1 бал;

Записано вираз повної роботи і проведено правильне обчислення – (5): 1 бал.

**КАЛОРИМЕТР (6 балів)** У калориметр, в якому міститься вода при температурі  $20^{\circ}\text{C}$ , занурюють нагріту в окропі кульку. Внаслідок цього температура води у калориметрі піднімається на  $2^{\circ}\text{C}$ . На скільки ще підніметься температура води у калориметрі, якщо додати ще дві такі самі нагріті в окропі кульки? Перша кулька залишається у калориметрі.

**Розв'язок:**

Рівняння теплового балансу, яке настає після занурення нагрітої в окропі кульки ( $T = 100^{\circ}\text{C}$ ), можна записати таким чином:

$$m_B c_B (20^{\circ}\text{C} - 22^{\circ}\text{C}) + m_K c_K (100^{\circ}\text{C} - 22^{\circ}\text{C}) = 0, \quad (1)$$

де  $m_B$  і  $m_K$  – маси води і кульки, а  $c_B$  і  $c_K$  – питомі теплоємності води і кульки, відповідно. З цього рівняння можна виразити такі співвідношення:

$$m_B c_B = 39 m_K c_K \quad \text{або} \quad m_K c_K = \frac{m_B c_B}{39} \quad (2, 3)$$

Рівняння теплового балансу, який настає після занурення ще двох таких самих нагрітих в окропі кульок враховуючи, що перша кулька залишилась у калориметрі матиме вигляд:

$$m_B c_B (22^{\circ}\text{C} - T_X) + m_K c_K (22^{\circ}\text{C} - T_X) + 2m_K c_K (100^{\circ}\text{C} - T_X) = 0 \quad (4)$$

З останнього рівняння можна виразити температуру  $T_X$ , яка встановиться у калориметрі:

$$T_X = \frac{22m_B c_B + 222m_K c_K}{m_B c_B + 3m_K c_K} \quad (5)$$

Виконавши підстановку з рівнянь (2) або (3) отримаємо числове значення встановленої температури:

$$T_X \approx 25,7^{\circ}\text{C} \quad (6)$$

Отже, температура у калориметрі підніметься ще на  $\Delta t = 25,7^{\circ}\text{C} - 22^{\circ}\text{C} = 3,7^{\circ}\text{C}$ .

**Критерії оцінювання:**

Записано рівняння теплового балансу, яке настає після занурення нагрітої в окропі кульки – (1): 1 бал;

Записано один з виразів (2, 3) або ж безпосередньо використаний далі: 1 бал;

Записано вираз теплового балансу, який настає після занурення ще двох таких самих нагрітих в окропі кульок – (4): 2 бали;

Записано вираз для температури  $T_X$ , яка встановиться у калориметрі – (5): 1 бал;

Обчислено температуру  $T_X$  (6) і зміну температури після занурення ще двох таких самих нагрітих в окропі кульок ( $\Delta t$ ): 1 бал.

**ВАЖІЛЬ (7 балів)** На одному кінці невагомому тонкому стержню насаджена свинцева кулька, а на протилежному кінці - алюмінієва кулька. Стержень з кульками розміщений у воді на гострій опорі і перебуває в рівновазі в горизонтальному положенні. Відстань між центрами кульок 20 см і кульки розміщені симетрично відносно точки опори. В який бік і на яку відстань потрібно зсунути алюмінієву кульку для збереження рівноваги системи у повітрі? Густина свинцю  $11300 \text{ кг/м}^3$ , алюмінію  $2700 \text{ кг/м}^3$  і води  $1000 \text{ кг/м}^3$ .

**Розв'язок:**

Умова рівноваги системи у воді:

$$(m_1 g - F_{A1}) \frac{l}{2} = (m_2 g - F_{A2}) \frac{l}{2} \quad (1)$$

де  $m_1, m_2$  маса свинцевої та алюмінієвої кульки відповідно,  $F_{A1}, F_{A2}$  сила виштовхування свинцевої та алюмінієвої кульки відповідно.

Підставивши в (1) формулу для маси, вираженої через густину і об'єм для кожної кульки, та формулу для виштовхувальної сили,

$$m_1 = \rho_1 V_1, m_2 = \rho_2 V_2 \quad (1б)$$

$$\text{та } F_{A1} = \rho V_1 g, F_{A2} = \rho V_2 g \quad (1а)$$

та здійснивши перетворення, отримаємо:

$$(\rho_1 - \rho) V_1 g = (\rho_2 - \rho) V_2 g \quad (2)$$

або

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_2 - \rho} \quad (3)$$

Для збереження рівноваги потрібно алюмінієву кульку змістити на деяку відстань.

Для того, щоб знати куди потрібно зміщувати алюмінієву кульку (по відношенню до свинцевої кульки), потрібно визначити яка з них є має більшу масу. Для цього використаємо формули (1б) та вираз (3) і отримаємо:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho_1 V_1}{\rho_2 V_2} = \frac{\rho_1 (\rho_2 - \rho)}{\rho_2 (\rho_1 - \rho)} \quad (3а)$$

Після підстановки числових значень густини, отримаємо  $1,44 m_1 \approx m_2$ , тобто алюмінієва кулька є важчою, для встановлення рівноваги у повітрі її потрібно зміщувати в напрямі свинцевої кульки на деяку відстань  $x$ .

Умова рівноваги системи у повітрі:

$$m_1 g \frac{l}{2} = m_2 g \left( \frac{l}{2} - x \right) \quad (4)$$

Оскільки  $m_1 = \rho_1 V_1, m_2 = \rho_2 V_2$ , то (4) набуде вигляду:

$$\rho_1 V_1 \frac{l}{2} = \left( \frac{l}{2} - x \right) \rho_2 V_2 \quad (5)$$

або

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho_1 l}{2\rho_2 \left(\frac{l}{2} - x\right)} \quad (6)$$

Зі співвідношень (3) і (6) отримуємо рівняння відносно  $x$ :

$$\frac{\rho_1 - \rho}{\rho_2 - \rho} = \frac{\rho_1 l}{2\rho_2 \left(\frac{l}{2} - x\right)}$$

Звідки отримаємо

$$x = \frac{l\rho(\rho_1 - \rho_2)}{2\rho_2(\rho_1 - \rho)} \quad (7)$$

Підставивши дані з умови задачі, отримуємо  $x \approx 3,1$  см.

***Критерії оцінювання:***

Записано умову рівноваги у воді - (1): 1 бал;

Записано умову рівноваги у повітрі - (4): 1 бал;

Отримано співвідношення - (3): 1 бал;

Отримано співвідношення - (3а) та зроблено висновок про напрям зміщення кульки: 1 бал;

Отримано співвідношення - (6): 1 бал;

Отримано кінцеву формулу - (7): 1 бал;

Обчислено зміщення кульки: 1 бал.