Третій етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики

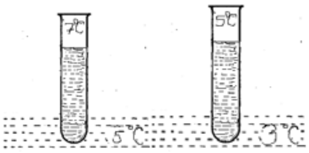
м. Львів, 2017 рік

10 клас

Задача 1(*5 балів*)**:** Шматок сплаву цинку і міді масою 5,16 кг у воді важить 45,6 Н. Скільки цинку містить сплав? Яка густина сплаву? (*Густина міді становить 8,9 г/см^3, густина цинку –7,1 г/см^3, води – 1 г/см^3,g ≈10 м/с^2.*)

Задача 2 (5 балів): Автомобіль рухався зі швидкістю v_0. Далі він почав рухатися зі сталим по модулю прискоренням протягом часу τ. Визначити найменший шлях, який може пройти автомобіль за цей час.

Задача 3(*5 балів*)**:** У дві посудини великого об'єму наповнені водою занурюють дві однакові пробірки з рівними масами води так, що пробірки лише торкаються дном до поверхні рідини. Температура 1-ої посудини рівна 5°С, а 1-ої пробірки – 7 °С, температура 2-ої посудини становить 3°С, а 2-ої пробірки – 5°С. Вказати механізм теплопередачі в обох випадках і порівняти швидкості теплообміну. Теплообміном з навколишнім середовищем знехтувати.



Задача 4(*5 балів*)**:** Кулька масою m горизонтально влітає в дошку товщиною d і продовжує в ній рух. Швидкість кульки в момент зіткнення з дошкою становила v_0. Сила тертя між кулькою і дошкою пропорційна до швидкості кульки і змінюється за законом: $F_T = -kv$, де k – постійна додатна величина, що залежить від властивостей дерева і розмірів кулі. Знайти швидкість кульки як функцію пройденого шляху x в дошці, а також коефіцієнт пропорційності k, якщо відомо що кулька пройшла всю дошку, але не вийшла з неї.

Задача 5(5 балів): Нагрівник ввімкнений в мережу через послідовно з'єднаний з ним реостат. Максимальний опір реостата 30 Ом. Якщо опір нагрівника 90 Ом, то при повністю введеному реостаті вода закипає за 8 хв. При якому опорі нагрівника та сама кількість води закипить за 4 хв, якщо реостат увімкнений наполовину? Втратами теплоти знехтувати.

РОВЯЗКИ

Задача 1 (5 балів): Шматок сплаву цинку і міді масою 5,16 кг у воді важить 45,6 Н. Скільки цинку містить сплав? Яка густина сплаву?

Розв'язання

$F_а = P - P_в$–виштовхувальна сила, що діє на сплав у воді

F_a= 6 Н

$F_a = g\rho_в V$ $V = \frac{Fa}{g\rho}$ = 0,0006 м^3 = 600см^3 – об'єм сплаву

$\rho = \frac{m}{V}$ = 8600 кг/м^3

Складаємо систему рівнянь

$m = m_м + m_ц$

$V = V_м + V_ц$

$V = \frac{m}{\rho}$

$\frac{m_м}{\rho_м} = V - \frac{m_ц}{\rho_ц}$

$\frac{m_м}{\rho_м} = \frac{\rho_ц V - m_ц}{\rho_ц}$

після перетворень отримаємо

$m_м\rho_ц = \rho_м V\rho_ц - m_ц\rho_м$

$m_м = m - m_ц$

$m\rho_ц - m_ц\rho_ц = V\rho_м\rho_ц - m_ц\rho_м$

Згрупувавши подібні, отримаємо

$m_ц(\rho_м - \rho_ц) = \rho_ц(\rho_м V - m)$

Звідси маса цинку

$m_ц = \rho_ц\frac{\rho_м V - m}{\rho_м - \rho_ц}$ = 0,71 кг

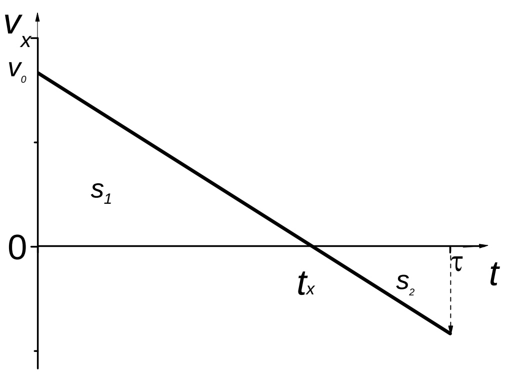
Відповідь. $m_ц$= 0,71 кг, ρ = 8600 кг/м^3

Задача 2 (5 балів):Автомобіль рухався зі швидкістю v_0. Далі він почав рухатися зі сталим по модулю прискоренням протягом часу τ. Визначити найменший шлях, який може пройти автомобіль за цей час.

Розв'язання

У даній задачі не до кінця зрозуміло як саме рухався автомобіль. Можливі різні варіанти. Розглянемо їх, виходячи з умови найменшого шляху.

1) **Автомобіль розганявся зі сталим прискоренням протягом часу τ**. Тоді на графіку залежності швидкості від часу ми отримаємо прямокутну трапецію, площа якої буде шуканим шляхом. Отже, такий варіант відкидаємо.
2) **Автомобіль рухався з нульовим прискоренням протягом часу τ.** В цьому разі шлях буде рівний площі прямокутника. Цей варіант також не підходить, бо можливі інші способи руху, де площа буде меншою
3) **Автомобіль гальмував протягом часу *τ***. Такий рух вже може розглядатись. Це найменша з усіх розглянутих вище площ.
4) **Автомобіль спочатку гальмував, а потім здійснив поворот і почав розганятись з тим самим прискоренням**. Такий варіант може бути розв'язком задачі лише при певному значенні t_x, підбираючи яке, площа під графіком швидкості буде найменшою.



Як бачимо з графіка, мінімальна площа буде у випадку, коли автомобіль спочатку рухався рівносповільнено протягом часу t_x , а далі – рівноприскорено з тим самим за модулем прискоренням протягом часу $(\tau\text{-}t_x)$ так, щоб весь час руху був рівний τ. Запишемо рівняння для шляху. З графіка видно, що $s = s_1 + s_2$. Отже,

$$s= v_0 t_x - \frac{1}{2} a t_x^2 + \frac{1}{2} a (\tau - t_x)^2 \qquad \textbf{(1)}$$

Модуль прискорення

$$a = \frac{v_0}{t_x} \qquad \textbf{(2)}$$

Врахувавши (2), рівняння для шляху перепишеться наступним чином

$$s = \frac{1}{2}v_0 t_x + \frac{1}{2t_x}v_0(\tau - t_x)^2 \qquad \textbf{(3)}$$

Маємо квадратне рівняння відносно t_x. Після перетворень отримаємо (4).

$$t_x^2 - (\tau + \frac{2s}{v_0})t_x + \frac{1}{2}\tau^2 = 0 \qquad \textbf{(4)}$$

Шукаємо дискримінант даного рівняння

$$D= (\tau + \frac{2s}{v_0})^2 - 2\tau^2 \qquad \textbf{(5)}$$

У (5) входить найменший шлях.Отже,його можна знайти без подальшого розв'язування квадратного рівняння (4). Оскільки шлях – величина завжди додатна, то умовою найменшого шляху в даній задачі буде D =0. Отже,

$$D= (\tau + \frac{2s}{v_0})^2 - 2\tau^2 = 0$$

$$[(\tau + \frac{2s}{v_0}) - \sqrt{2}\tau][(\tau + \frac{2s}{v_0}) + \sqrt{2}\tau] = 0 \qquad \textbf{(6)}$$

Тоді

$$\tau + \frac{2s}{v_0} - \sqrt{2}\tau = 0 \qquad \textbf{(7)}$$

Отже,

$$\boldsymbol{s = (\sqrt{2}-1)v_0\tau} \qquad \textbf{(8)}$$

Відповідь. $\boldsymbol{s = (\sqrt{2}-1)v_0\tau}$

<u>Задача 3 (5 балів):</u> У дві посудини великого об'єму наповнені водою занурюють дві однакові пробірки з рівними масами водитак, що пробірки лише торкаються дном до поверхні рідини. Температура 1-ої посудини рівна 5 °С, а 1-ої пробірки – 7 °С, температура 2-ої посудини становить 3°С, а 2-ої пробірки – 5°С. Вказати механізм теплопередачі в обох випадках і порівняти швидкості теплообміну.

Розв'язання

Оскільки об'єм посудин набагато більший за об'єми пробірок, то температура води в посудинах не зміниться.

Між першою пробіркою (7 °С) та першою посудиною (5 °С) теплопередача буде здійснюватися шляхом **теплопровідності** допоки температура не стане рівною 5 °С**..**

Між другою пробіркою (5°C) та другою посудиною (3 °C) **до 4 °C** теплообмін буде здійснюватись так само як і в першому випадку. При досягненні температури в пробірці 4 °C, через особливості води в ній, крім теплопровідності, тепло буде передаватись між шарами ще й внаслідок **конвекції**.

Отже, у другому випадку теплопередача відбудеться швидше.

<u>Задача 4 (5 балів):</u> Кулька масою m горизонтально влітає в дошку товщиною d і продовжує в ній рух. Швидкість кульки в момент зіткнення з дошкою становила v_0. Сила тертя між кулькою і дошкою пропорційна до швидкості кульки і змінюється за законом: $F_T = -kv$, де k – постійна додатна величина, що залежить від властивостей дерева і розмірів кулі. Знайти швидкість кульки як функцію пройденого шляху x в дошці, а також коефіцієнт пропорційності k, якщо відомо що кулька пройшла всю дошку, але не вийшла з неї.

Розв'язання

Запишемо скалярне рівняння руху кульки в дошці

$ma = -kv$ **(1)**

Оскільки рух відбувається під дією змінної сили, то потрібно ввести поняття миттєвого прискорення і миттєвої швидкості

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ **(2)**

де $\Delta v = v(x) - v_0 \Delta x = x - 0 = x$ **(3)**

причому Δv, Δx мають бути якомога меншими, щоб отримати точний розв'язок. Тоді ІІ закон Ньютона (1), враховуючи (2), перепишеться наступним чином:

$m\frac{\Delta v}{\Delta t} = -k\frac{\Delta x}{\Delta t}$ **(4)**

Через те, що зміна швидкості відбувається в той самий проміжок часу Δt, що й зміна координати, то рівняння (4) запишеться так:

$m\Delta v = -kx$ **(5)**

За умовою задачі кулька зупинилась ($v(d)$ =0), пройшовши всю товщину дошки d. Тоді, врахувавши (3), запишемо

$mv_0=kd$ **(6)**

З (6) визначимо коефіцієнт пропорційності

$$\boldsymbol{k = \frac{mv_0}{d}} \qquad \textbf{(7)}$$

Повертаючись до рівняння (3), а також використовуючи значення коефіцієнта k, знайдемо залежність швидкості від координати

$\Delta v = -\frac{kx}{m}$; $v(x) - v_0 = -\frac{v_0 x}{d}$. Отже,

$$\boldsymbol{v(x) = v_0(1 - \frac{x}{d})} \qquad \textbf{(8)}$$

<u>Задача 5 (5 балів):</u>Нагрівник ввімкнений в мережу через послідовно з'єднаний з ним реостат. Максимальний опір реостата 30 Ом. Якщо опір нагрівника 90 Ом, то при повністю введенному реостаті вода закипає за 8 хв. При якому опорі нагрівника та сама кількість води закипить за 4 хв, якщо реостат увімкнений наполовину? Втратами теплоти знехтувати.

Розв'язання

Запишемо кількість теплоти, яка потрібна для нагрівання води у двох випадках:

$$Q_1 = U^2 \frac{rt_1}{(R+r)^2}$$

$$Q_2 = U^2 \frac{r_x t_2}{\left(\frac{1}{2}R + r_x\right)^2}$$

Так як потрібно нагріти однакову кількість води у двох випадках, то $Q_1 = Q_2$. Прирівнявши і згрупувавши множники, отримаємо наступну рівність

$$rt_1\left(\frac{1}{2}R + r_x\right)^2 = r_x t_2 (R+r)^2$$

Маємо квадратне рівняння відносно r_x. Для спрощення підставимо числові значення. Отримаємо таке:

$$r_x^2 - 50r_x + 225 = 0$$

Розв'язавши це рівняння, отримаємо: $r_x = 5$ Ом, $r_x = 45$ Ом

Бачимо, що обидва корені задовольняють умову задачі.

Відповідь. $\boldsymbol{r_x = 5}$ **Ом** $\boldsymbol{r_x = 45}$ **Ом**