

Орієнтовні розв'язки Третього етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики

м. Львів, 2018 рік

10 клас

Задача 1. У вакуумній камері тіло важить 200 Н, а у гасі – 120 Н. Яка густина тіла? (Густина гасу – $0,8 \text{ г/см}^3$. Вважати $g \approx 10 \text{ м/с}^2$).

Розв'язання

Різниця між вагою тіла у вакуумній камері і гасі рівна виштовхувальній силі:

$$P - P_2 = F_a \quad (1)$$

З іншого боку $F_a = \rho_2 g V_T$ (2)

Отже, $P - P_2 = \rho_2 g V_T$ (3)

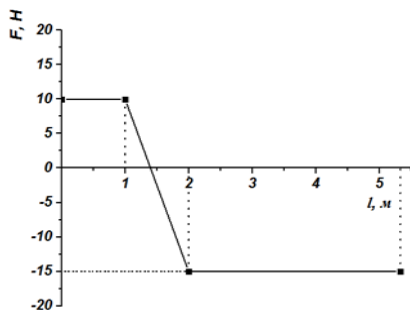
Звідси знаходимо об'єм тіла $V_T = \frac{P - P_2}{g \rho_2}$ (4)

Густина тіла визначаємо з формули $\rho = \frac{m}{V}$ (5)

Через вагу тіла у вакуумній камері виразимо його масу $m = \frac{P}{g}$ (6)

Кінцева формула для розв'язку задачі приймає вигляд $\rho = \frac{P}{P - P_2} \rho_2 = 2 \text{ г/см}^3$. (7)

Відповідь. $\rho = 2 \text{ г/см}^3$.



Задача 2. На тіло масою 0,2 кг, яке перебуває в стані спокою, починає діяти сила, проекція якої на напрямок руху змінюється залежно від пройденого ним шляху так, як показано на графіку. Знайти, яку по модулю швидкість матиме тіло, проходячи відмітку шляху $5\frac{1}{3}$ м?

Розв'язання

Нам потрібно знайти v_3 . Знайдемо її через роботу.

Потрібну роботу визначаємо як площу під графіком, але перш за все, запишемо рівняння прямої вигляду $y = kx + b$, що описує змінну силу.

Роль y відіграватиме сила, роль x – шлях. Отже, маємо наступну систему для знаходження коефіцієнтів k і b

$$\begin{cases} 10 = k + b \\ -15 = 2k + b \end{cases} \quad (3)$$

Розв'язавши (3), отримаємо такі значення:

$$k = -25, \quad b = 35. \quad \text{Отже,}$$

$$F = 35 - 25l \quad (4)$$

Знайдемо точку перетину сили з віссю шляху

$$0 = 35 - 25l;$$

$$l = 1,4 \text{ м}$$

Загальна робота буде складатися з трьох доданків: $A = A_1 + A_2 + A_3$

де A_1 – робота на ділянці від 0 до 1,4 м (тут робота додатня, оскільки сила і переміщення співнапрямлені);

A_2 – робота на ділянці від 1,4 до 2,5 м (тут робота від'ємна, бо з графіка видно, що сила після 1,4 м змінює свій напрям дії на протилежний, але тіло все ще продовжує рухатись у початковому напрямі до позначки 2,5 м);

A_3 – робота на ділянці від 2,5 до 5,33 м (тут робота додатня, оскільки, проходячи відмітку шляху 2,5 м, тіло зупиняється, розвертається, і починає рухатися вже в напрямі діючої сили);

З графіка також видно, що $A_1 = -A_2$,

З цієї умови визначимо місце повороту

$$l = 2,5 \text{ м.}$$

Щобто загальна робота буде рівна площі прямокутника

$$A = A_3 = 15 \text{ Н} (5,33 \text{ м} - 2,5 \text{ м}) = 42,45 \text{ Дж.}$$

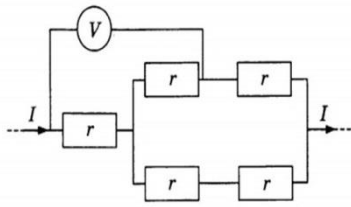
Оскільки тіло у точці 2,5 м зупинилося і розвернулося, то використавши теорему про кінетичну енергію і роботу,

$$A = \frac{mv_3^2}{2}$$

кінцева формула для розв'язку задачі прийме вигляд

$$v_3 = \sqrt{\frac{2A}{m}} = 20,6 \text{ м/с}$$

Відповідь. $v_3 = 20,6 \text{ м/с}$



Задача 3. П'ять резисторів, з опором 1 Ом кожний, з'єднані в електричне коло так, як показано на схемі. Через коло тече струм $I = 2 \text{ А}$. Яку напругу показує вольтметр? Залежністю опору від температури знехтувати.

Розв'язання

Шукана напруга є сумою напруг на 1 та 2 резисторах

$$U = U_1 + U_2$$

$$U_1 = I \cdot r = 2 \text{ В}$$

Оскільки резистори однакові, а також однаковою є їхня кількість на верхній і нижній вітках, то струми на верхній і нижній вітках також будуть рівними $I_v = I_n$

З іншого боку за властивістю паралельного з'єднання $I = I_v + I_n = 2I_v$; $I_v = 0,5I = 1 \text{ А}$;

$$\text{Отже, } U_2 = I_v \cdot r = 1 \text{ В}$$

$$U = 2 \text{ В} + 1 \text{ В} = 3 \text{ В}$$

Відповідь. $U = 3 \text{ В}$

Задача 4. Свинцева куля масою 500 г, що рухалася зі швидкістю 5 м/с, зіткнулася з цинковою кулею масою 200 г, яка рухалася назустріч свинцевій зі швидкістю 2 м/с. Знайти, на скільки нагрілись обидві кулі після зіткнення. Удар вважати центральним та абсолютно непружним. Передачу енергії навколишньому середовищу не враховувати. Питома теплоємність свинцю становить $120 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$, а цинку – $400 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$.

Розв'язання

Зміна внутрішньої енергії дорівнює зміні кінетичної енергії системи

$$Q = \Delta E \quad (1)$$

$$(c_1 m_1 + c_2 m_2) \Delta t = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} \quad (2)$$

де v – швидкість руху системи після зіткнення.

Знайдемо швидкість куль після зіткнення. Оскільки удар абсолютно непружний, то закон збереження імпульсу у скалярній формі запишеться

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v \quad (3)$$

З виразу (3) визначимо швидкість v

$$v = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (4)$$

Враховавши (4), перетворимо праву частину рівняння (2) і отримаємо

$$(c_1 m_1 + c_2 m_2) \Delta t = \frac{m_1 m_2 (v_1 + v_2)^2}{2(m_1 + m_2)} \quad (5)$$

І кінцева формула розв'язку задачі прийме вигляд

$$\Delta t = \frac{m_1 m_2 (v_1 + v_2)^2}{2(m_1 + m_2)(c_1 m_1 + c_2 m_2)} = 0,025 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (6)$$

Відповідь. $\Delta t = 0,025 \text{ } ^\circ\text{C}$

Задача 5. Навантажений човен тягнуть за допомогою перекинutoї через ролик мотузки, що знаходиться на пристані, і який розміщений на висоті h над поверхнею води. Відстань від човна до пристані – l . За яким законом повинна змінюватися сила з часом, яку треба прикласти до мотузки, щоб підтримувати швидкість руху човна постійною і рівною v_0 ? В початковий момент часу $t = 0$ швидкість човна рівна v_0 , сила, з якою тягнуть за мотузку – F_0 . Опір води вважати пропорційним швидкості руху човна. Опором повітря знехтувати.

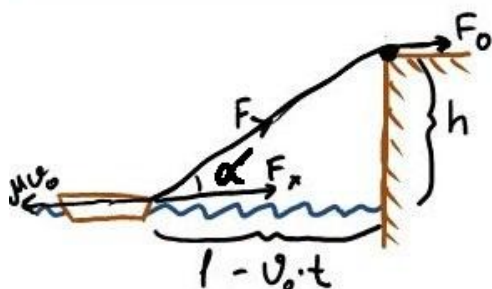
Розв'язання

Оскільки рух рівномірний, то скалярна форма I закону Ньютонa запишеться

$$F(t)\cos\alpha - F_{\text{тер}} = 0 \quad (1)$$

З рисунка бачимо, що

$$\cos\alpha = \frac{l - v_0 t}{\sqrt{(l - v_0 t)^2 + h^2}} \quad (2)$$



За умовою задачі сила тертя човна об поверхню води пропорційна до швидкості. Тому

$$F_{\text{тер}} = \mu v_0 \quad \text{де } \mu - \text{коєфіцієнт тертя} \quad (3)$$

Використовуючи рівняння (2), (3), рівняння (1) запишеться так

$$F(t) \frac{l - v_0 t}{\sqrt{(l - v_0 t)^2 + h^2}} = \mu v_0 \quad (4)$$

$$\text{Звідси } F(t) = \mu v_0 \frac{\sqrt{(l - v_0 t)^2 + h^2}}{l - v_0 t} \quad (5)$$

По суті рівняння (5) вже є відповіддю задачі, але немає коєфіцієнта тертя. Визначимо його з початкових умов, використовуючи вираз (4). Всюди замість часу ставимо його початкове значення (0 с) і відповідні значення інших величин цей момент. Отримаємо

$$\mu v_0 = F_0 \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}} \quad (6)$$

Ще раз вираз (6) підставляємо в (5) і отримаємо відповідь до задачі

$$F(t) = F_0 \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}} \frac{\sqrt{(l - v_0 t)^2 + h^2}}{l - v_0 t} \quad (7)$$

Відповідь. $F(t) = F_0 \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}} \frac{\sqrt{(l - v_0 t)^2 + h^2}}{l - v_0 t}$