Розв'язки задач обласної учнівської олімпіади з фізики (9 клас)

Задача 1. З допомогою збірної лінзи отримують дійсне зображення предмета на відстані $b_1=10$ *см* від лінзи. Якщо збільшити відстань від лінзи до предмета на $\Delta a = 40$ *см* то відстань між двома зображеннями зміниться на $\Delta b = 0{,}4$ *см*. Знайти фокусну відстань лінзи.

Розвязок

Запишемо формулу тонкої лінзи для двох випадків:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{a_2}+\frac{1}{b_2} \quad \text{звідки}$$

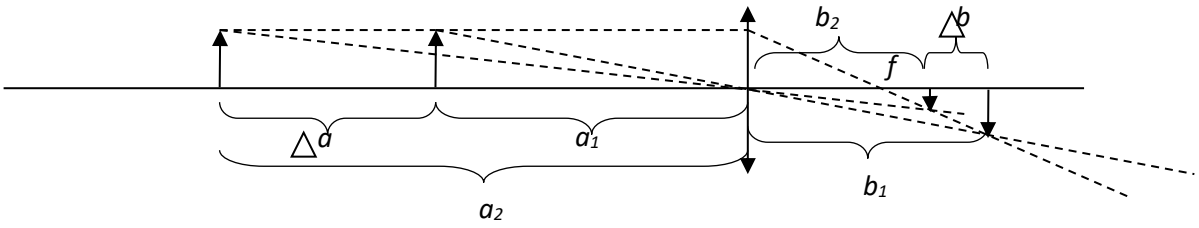
$$f=\frac{a_1\cdot b_1}{a_1+b_1}=\frac{a_2\cdot b_2}{a_2+b_2}$$

$$a_1b_1a_2+a_1b_1b_2=a_2b_2a_1+a_2b_2b_1$$

$$a_1a_2(b_1-b_2)=b_2b_1(a_2-a_1)$$

як видно з рисунку

$$(b_1-b_2)=\Delta b \quad ; \quad (a_2-a_1)=\Delta a$$



$$a_1(a_1+\Delta a)\Delta b = b_1(b_1-\Delta b)\Delta a \ ;$$

розкриємо дужки

$a_1^2\Delta b + a_1\Delta a\Delta b = b_1^2\Delta a - b_1\Delta b\Delta a$ розділимо на Δb і перегрупуємо

$$a_1^2 + a_1\Delta a - (b_1^2\Delta a/\Delta b - b_1\Delta a) = 0$$

Запишемо розв`язок рівняння

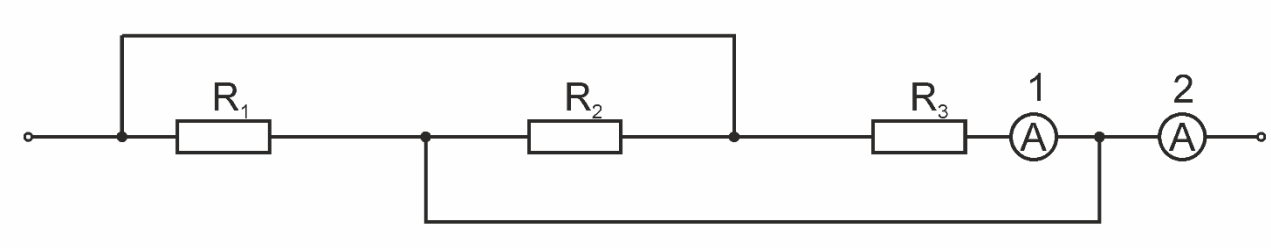
$$a_1=-\frac{\Delta a}{2}\pm\sqrt{\frac{\Delta a^2}{4}+\left(\frac{\Delta a}{\Delta b}b_1^2-b_1\Delta a\right)}$$

$$a_1=-\frac{40}{2}\pm\sqrt{\frac{1600}{4}+\left(\frac{40}{0{,}4}\cdot 100-400\right)}=80см$$

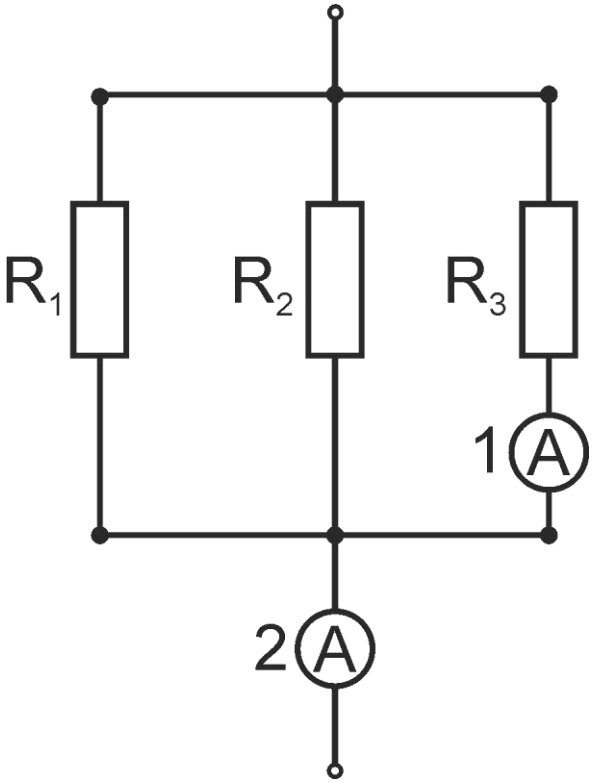
тоді

$$f=\frac{a_1b_1}{a_1+b_1}=\frac{800}{90}=8{,}888\approx 9см$$

Задача 2. На рисунку зображено схему. R_1=3 Ом, R_2=2 Ом, R_3=1 Ом. Знайти показники амперметра 2, якщо амперметр 1 показує струм 6 А.



Розв’язок:



На рисунку зображена еквівалентна схема до схеми в задачі. При паралельному з’єднанні напруга є однакова у кожній вітці.

$$U_1 = U_2 = U_3 = I_3 * R_3 = 6 * 1 = 6 \text{ (В)};$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{6}{2} = 3\ (A);$$

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{6}{3} = 2\ (A);$$

Амперметр 2 покаже силу струму, яка є сумою сил струмів у кожній вітці. Тобто:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 2 + 3 + 6 = 11\ (A)$$

Задача 3. Яку масу льоду треба занести з двору в кімнату розміром 2х5х5м, щоб охолодити її з температури 20°С до 10°С? Температура повітря на дворі -15°С. Питомі теплоємності: $c_{\text{лід}}$ = 2 кДж/кг·°С, $c_{\text{повітря}}$ = 1 кДж/кг·°С, $c_{\text{вода}}$ = 4 кДж/кг·°С, густини: $\rho_{\text{повітря}}$ = 1,2 кг/м^3, питома теплота плавлення льоду $\lambda_{\text{лід}}$ = 330 кДж/кг. Розглядати кімнату, як ізольовану систему. (*3 бали*)

Розв'язок:

Кількість теплоти, яка потрібна, щоб лід нагрівся:

$$Q_1 = c_{лід} \cdot m_{лід} \cdot (0 - t_{лід}) + \lambda_{лід} \cdot m_{лід} + c_{вода} \cdot m_{лід} \cdot (t_{кінцева} - 0) .$$

Кількість теплоти, що виділить повітря в кімнаті охолоджуючись:

$$Q_2 = c_{повітря} \cdot m_{повітря} \cdot (t_{повітря} - t_{кінцева}) .$$

Тоді згідно рівняння теплового балансу $Q_1 = Q_2$:

$$c_{лід} \cdot m_{лід} \cdot (0 - t_{лід}) + \lambda_{лід} \cdot m_{лід} + c_{вода} \cdot m_{лід} \cdot (t_{кінцева} - 0) = c_{повітря} \cdot m_{повітря} \cdot (t_{повітря} - t_{кінцева}) .$$

Звідси маса льоду буде:

$$m_{лід} = \frac{c_{повітря} \cdot m_{повітря} \cdot (t_{повітря} - t_{кінцева})}{c_{лід} \cdot (0 - t_{лід}) + \lambda_{лід} + c_{вода} \cdot (t_{кінцева} - 0)} .$$

Маса повітря:

$$m_{повітря} = \rho_{повітря} \cdot V_{повітря} = 1{,}2 \frac{кг}{м^3} \cdot 50 м^3 = 60\ (кг) .$$

Таким чином, необхідна маса льоду для охолодження кімнати на 10°С буде:

$$m_{лід} = \frac{1 \frac{кДж}{кг \cdot °C} \cdot 60 кг \cdot (20 - 10)}{2 \frac{кДж}{кг \cdot °C} \cdot (0°C - (-15°C)) + 330 \frac{кДж}{кг} + 4 \frac{кДж}{кг \cdot °C} \cdot (10°C - 0°C)} = 1{,}5\ (кг) .$$

.

Відповідь: маса льоду становить 1,5 кг.

Задача 4. Аеростат заповнюється воднем, який виділяється під час проходження електричного струму 1 кА через слабкий розчин кислоти. Скільки часу потрібно пропускати електричний струм такої сили через розчин кислоти, щоб одержати стільки водню, аби його було достатньо для здійснення польоту на аеростаті? Маса гондоли та оболонки аеростата 0,05 т. Густина водню 0,09 кг/м^3, густина повітря 1,29 кг/м^3, електрохімічний еквівалент водню k=0,1 мг/Кл.

Розв'язок:

Запишемо закон Фарадея для електролізу:

$$m_{\text{в}} = kIt \text{ –, де:}$$

$m_{\text{в}}$ – маса водню що виділиться, I – сила струму який пропускають через розчин кислоти, k – електрохімічний еквівалент водню.

Із закону Фарадея

$$t = \frac{m_{\text{в}}}{kI}$$

$m_{\text{в}}$ можна виразити через густину:

$$m_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} V_{\text{в}}$$

Тоді

$$t = \frac{m_{\text{в}}}{kI} = \frac{\rho_{\text{в}} V_{\text{в}}}{kI}$$

Щоб аеростат «плавав» у повітрі, сила Архімеда повинна зрівноважити силу тяжіння.

$$F_A = F_T, \quad F_A = \rho_{\text{п}} g V_{\text{в}}, \quad F_T = m_2 g,$$

де $m_2 = m_{\text{в}} + m_{\text{гон.}}$, $m_{\text{гон.}} -$ маса гондоли і оболонки аеростата.

$$\rho_{\text{п}} g V_{\text{в}} = m_2 g,$$

$$m_{\text{в}} + m_{\text{гон.}} = \rho_{\text{п}} V_{\text{в}},$$

$$V_{\text{в}} = \frac{m_{\text{в}} + m_{\text{гон.}}}{\rho_{\text{п}}} = \frac{\rho_{\text{в}} V_{\text{в}} + m_{\text{гон.}}}{\rho_{\text{п}}}$$

$$\rho_{\text{п}} V_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} V_{\text{в}} + m_{\text{гон.}},$$

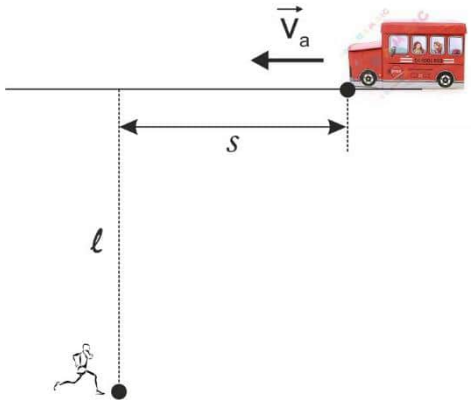
$$V_{\text{в}}(\rho_{\text{п}} - \rho_{\text{в}}) = m_{\text{гон.}},$$

$$V_{\text{в}} = \frac{m_{\text{гон.}}}{\rho_{\text{п}} - \rho_{\text{в}}},$$

Підставивши це значення в формулу для t отримаємо:

$$t = \frac{\rho_{\text{в}} m_{\text{гон.}}}{kI(\rho_{\text{п}} - \rho_{\text{в}})} = 37500\ (c) = 625\ (\text{хв})$$

Задача 5. Легкоатлет запізнюється на автобус. Перебуваючи на віддалі l = 100 м від дороги він бачить автобус на віддалі s = 180 м від найближчої до нього точки дороги (див. рис.). Автобус рухається рівномірно зі швидкістю v_a = 16 м/с. Легкоатлет може бігти зі швидкістю 8 м/с.



1. Чи може легкоатлет встигнути на автобус, якщо для цього йому потрібно вибігти на дорогу перед автобусом? Відповідь обґрунтуйте. (1 бал)
2. Якщо може встигнути, то на яку максимальну віддаль він може випередити автобус? Якщо не може, то на якій мінімальній віддалі від автобуса він може опинитись на дорозі? (2 бали)
3. Якою є мінімально можлива віддаль s, за якої легкоатлет ще встигає на автобус? (2 бали)

Розв'язок:

Задачу зручно розв’язувати у системі відліку зв’язаній із автобусом. У цій системі автобус є нерухомим, а легкоатлет має постійну складову швидкості $\overrightarrow{v_a}$ (див рис. 1). Крім того він буде бігти зі швидкістю $\overrightarrow{v_p}$ відносно землі. Згідно відносності руху результуюча швидкість легкоатлета відносно автобуса становитиме:

$$\vec{w} = \overrightarrow{v_p} + \overrightarrow{v_a}.$$

Додаватимемо вектори використовуючи правило трикутника. Відкладемо вектор $\overrightarrow{v_a}$ з початкової точки руху легкоатлета, а вектор $\overrightarrow{v_p}$ від кінця вектора $\overrightarrow{v_a}$. Відкладати вектор $\overrightarrow{v_p}$ можна під різними кутами α, однак, оскільки нас цікавить можливість максимального випередження легкоатлетом автобуса, то відкладатимемо вектор $\overrightarrow{v_p}$ так, щоби результуючий вектор швидкості $\vec{w}$ був розташований під якомога більшим кутом від вектора $\overrightarrow{v_a}$ (з геометричних міркувань видно, що це той же кут α). Ця ситуація реалізуватиметься у випадку коли вектори $\vec{w}$ і $\overrightarrow{v_p}$ будуть перпендикулярними. Останнє є зрозуміло з таких міркувань. Якщо перебирати різні напрямки руху легкоатлета відносно землі, то кінець вектора $\overrightarrow{v_p}$ описуватиме коло (див. рис. 2), на якому мусить лежати кінець і вектора $\vec{w}$. Тоді максимальним кут між векторами $\vec{w}$ і $\overrightarrow{v_a}$ буде у випадку, коли вектор $\vec{w}$ буде спрямований по дотичній до кола, тобто перпендикулярно до його радіуса.

Далі із прямокутного трикутника швидкостей знаходимо кут α:

$$\sin\alpha = \frac{v_p}{v_a} = \frac{1}{2},$$

звідки $\alpha = 30^{\circ}$.

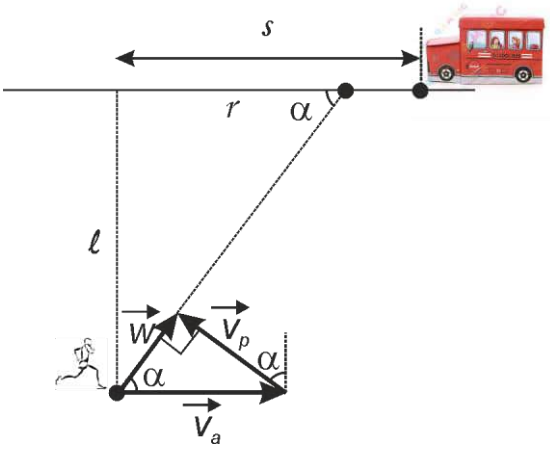


Рисунок 1.

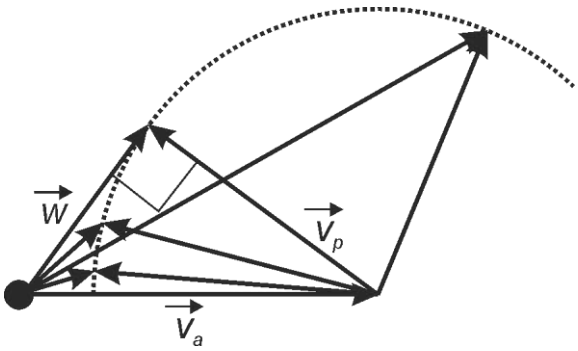


Рисунок 2.

З прямокутного трикутника, показаного пунктиром на рис. 1, знайдемо віддаль r:

$$r = \frac{l}{\operatorname{tg}\alpha} \approx 173 \text{ м}.$$

Оскільки $r < s$, то легкоатлет встигне на автобус, випередивши його на 7 м.

Відповідь: 1) легкоатлет може встигнути на автобус;
2) максимальна віддаль, на яку він може випередити автобус становить 7 м;
3) мінімально можлива віддаль s, за якої легкоатлет ще встигає на автобус становить 173 м.