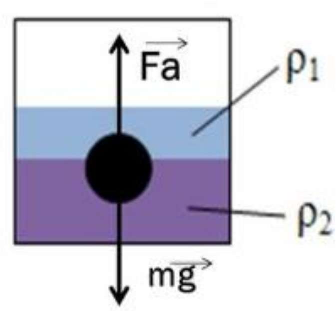
Орієнтовні розв'язки III етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики

X клас

Задача 1: На межі двох рідин, які не змішуються між собою, і мають значення густини відповідно ρ_1 = 0,9 *г/см*^{3} і $\rho_2 = 3\rho_1$, плаває кулька. Якою має бути густина кульки, щоб вище межі розділу рідин була третина її об'єму?

Розв'язання



Умова плавання кульки: $\boldsymbol{F_a = F_т}$ (1)

Так як кулька є на межі 2-х рідин, то

результуюча сила Архімеда $\boldsymbol{F_a = F_{a1} + F_{a2}}$ (2)

де $F_{a1} = g\rho_1 \frac{V}{3}$, $F_{a2} = g3\rho_1 \frac{2V}{3} = 2g\rho_1 V$, $F_т = gm = g\rho V$ (3)

В результаті рівняння (1) запишеться

$$g\rho_1 \frac{V}{3} + 2g\rho_1 V = g\rho V \quad (4)$$

$$\rho = \rho_1/3 + 2\rho_1 = 2{,}1 \text{ г/см}^3$$

Відповідь. ρ = 2,1 *г/см*^{3}

Задача 2: У воду масою 400 *г* за температури 293 *K* додають 0,1 *кг* води, температура якої 70°*C*. Якою буде кінцева температура суміші? Втратами теплоти знехтувати.

Розв'язання

Запишемо рівняння теплового балансу

$$Q_1 = Q_2 \quad (1)$$

де Q_1 – кількість теплоти, яку віддає гаряча вода, Q_2 – кількість теплоти, яку приймає холодна.

$$Q_1 = cm_1(t_1 - t) \quad (2)$$

$$Q_2 = cm_2(t - t_2)$$

Отже,

$$cm_1(t_1 - t) = cm_2(t - t_2) \quad (3)$$

$$t = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2} = 30\ °C$$

Відповідь. t = 30 °C

Задача 3: Дано кип'ятильник, яким є резистор довжиною l і з постійним опором на одиницю довжини θ. Кип'ятильник повільно зі швидкістю v занурюють у стакан з водою на висоту h, причому $h<l$, а потім зразу з такою самою швидкістю виймають. Кип'ятильник ввімкнено в мережу з постійною напругою U. Теплоємність стакану разом з водою C. На скільки нагрілася вода в результаті такого процесу? Втратами тепла і залежністю опору кип'ятильника від температури знехтувати.

Розв'язання

Кількість теплоти, яку отримує вода, по мірі руху кип'ятильника змінюватиметься. Тому розглянемо дуже малий проміжок часу $\Delta\tau$, протягом якого вода отримає

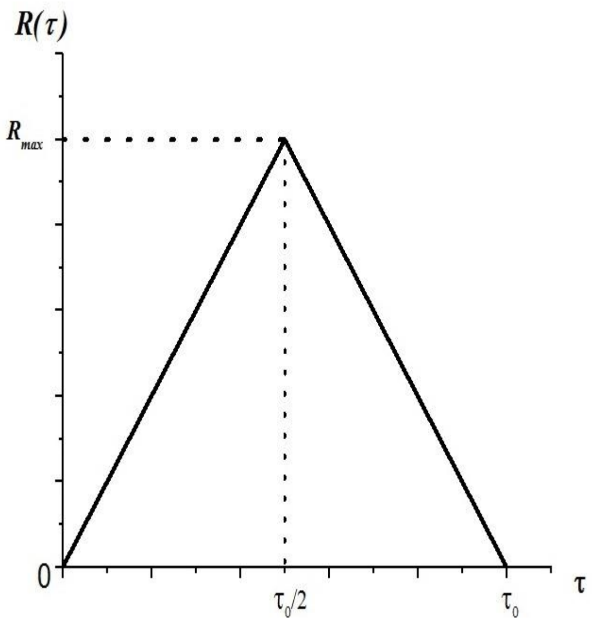
$$\Delta Q = I^2R(\tau)\Delta\tau$$

де $R(\tau)$ – опір зануреної частини кип'ятильника, який змінюється з часом, а $I = \frac{U}{\theta l}$ – постійний струм, що проходить через резистор. Отже, розв'язок задачі зводиться до просумовування всіх таких ΔQ, які отримає вода протягом перебування кип'ятильника в ній.

Знайдемо, як змінюватиметься кількість переданої теплоти по мірі руху нагрівника в посудині. Кип'ятильник у воді знаходиться протягом часу

$$\tau_0 = \frac{2h}{v}.$$

Найбільшого значення теплота ΔQ досягає тоді, коли резистор занурений на максимальну глибину. В цей момент його опір $R_{max} = \theta h$. Протягом часу $\tau_0/2$ кількість теплоти рівномірно зростатиме до максимального значення, а протягом наступного $\tau_0/2$ ΔQ рівномірно спадатиме до 0. Отже, шукана кількість теплоти буде рівна площі під графіком, помноженій на величину квадрата сили струму.



$$Q = \frac{U^2}{(\theta l)^2}S$$

Площа S нашого рівнобедреного трикутника рівна добутку $S = 0{,}5R_{max}\tau_0 = \frac{\theta h^2}{v}$. Отже, $Q = \frac{U^2h^2}{\theta v l^2}$

За означенням теплоємності знаходимо

$$\Delta t = \frac{Q}{C} = \frac{U^2h^2}{\theta C v l^2}$$

Відповідь. $\Delta t = \frac{U^2h^2}{\theta C v l^2}$

Задача 4: Юний фізик під час спекотного літнього дня помітив, що коли температура в кімнаті досягає $t_0 = 30°C$, то час роботи двигуна холодильника стає вдвічі більшим за час бездіяльності. Вирішивши оптимізувати його роботу, експериментатор регулятором змінив температуру всередині холодильника на $\Delta\theta = 8°C$. В результаті час бездіяльності став вдвічі більшим від часу роботи. Визначити, на які температури t_1 і t_2 був налаштований регулятор на початку і в кінці експерименту. На яку температуру t треба виставити регулятор, щоб двигун холодильника почав працювати без перерви? Вважати, що регулятор задає температуру всередині холодильника в невеликому інтервалі $(t \pm \Delta t)$ температур. Коли температура всередині стає рівною $(t + \Delta t)$, двигун холодильника вмикається, коли вона знижується до $(t-\Delta t)$ – вимикається. Вважати, що теплова потужність, що надходить за рахунок теплообміну з навколишнім середовищем, пропорційна різниці температури всередині холодильника і навколишнього середовища і постійна у всьому інтервалі внутрішніх температур $(t \pm \Delta t)$. Теплова потужність, що відбирається двигуном під час його роботи у внутрішньому об'ємі холодильника, не залежить від температури. Зміною температури в кімнаті знехтувати.

Розв'язання

Хай P – потужність, що надходить за рахунок теплообміну з навколишнім середовищем, $P = k(t_0 - t)$, P_0 – теплова потужність, що відводиться за рахунок роботи холодильника, C – теплоємність холодильника разом з вмістом.

Для нагріву холодильника на Δt потрібен час T (час бездіяльності):

$$T = \frac{C\Delta t}{P} = \frac{C\Delta t}{k(t_0 - t)}$$

Далі вмикається двигун і температура в холодильнику знижується на Δt за час τ (час роботи):

$$\tau = \frac{C\Delta t}{P_0 - P} = \frac{C\Delta t}{P_0 - k(t_0 - t)}$$

Нехай спочатку температура в холодильнику дорівнювала $t = t_1$, при цьому $\tau = 2T$, звідки, з урахуванням (1) і (2) отримаємо:

$$t_1 = t_0 - \frac{2P_0}{3k}$$

У другому випадку $2\tau = T$ при $t = t_2$, звідки з урахуванням (1) і (2) отримаємо:

$$t_2 = t_0 - \frac{P_0}{3k}$$

Тоді $\Delta\theta = t_2 - t_1 = \frac{P_0}{3k}$, звідки $t_1 = t_0 - 2\theta = 14°C$, $t_2 = t_0 - \Delta\theta = 22°C$.

Двигун холодильника працюватиме безперервно, якщо теплова потужність, що відводиться, буде меншою або рівною потужності, що підводиться з навколишнього середовища: $P_0 \le k(t_0 - t)$, звідки $t \le t_0 - P_0/k$. Отже, $t \le t_0 - 3\Delta\theta = 6\ °C$.

Відповідь. $t_1 = 14\ °C$, $t_2 = 22\ °C$, $t \le 6\ °C$.

Задача 5: Людина на санях, запряжених п’ятьма собаками, вирушає з пункту А в пункт Б. Протягом першої доби упряжка рухалась із запланованою швидкістю *v*. По закінченню доби двоє собак втекли. Далі сани рухались зі швидкістю 3/5 від початкової. Через це мандрівник прибув у пункт Б на 2 доби пізніше від запланованого часу. Подорожній підрахував, що якщо б собаки-утікачі пробігли в упряжі ще 120 *км*, запізнення становило б 1 добу від наміченого терміну. Яка відстань між пунктами А і Б?

Розв’язання

Позначимо запланований час руху t. В результаті втечі двох собак мандрівник рухався протягом часу t_{p1} і запізнився на $\Delta t_1 = 2$ доби. Якби собаки пробігли б ще $l = 120$ *км*, то загальний час руху в цьому випадку становив би t_{p2}, а запізнення – $\Delta t_2 = 1$ доба. Отже,

$$\Delta t_1 = t_{p1} - t \quad (1)$$

$$\Delta t_2 = t_{p2} - t$$

Віднімемо від першого рівняння друге. В результаті

$$\Delta t_1 - \Delta t_2 = t_{p1} - t_{p2} \quad (2)$$

Протягом першої доби сани проїхали відстань s_1. Запишемо вирази для t_{p1} і t_{p2}.

$$t_{p1} = t_1 + \frac{5(s-s_1)}{3v} \quad (3)$$

$$t_{p2} = t_1 + \frac{l}{v} + \frac{5(s-s_1-l\,)}{3v} \quad (4)$$

Підставимо рівняння 3, 4 у (2). Отримаємо наступне співвідношення

$$\Delta t_1 - \Delta t_2 = \frac{2l}{3v} \quad (5)$$

З останнього виразу знайдемо заплановану швидкість руху

$$v = \frac{2l}{3(\Delta t_1 - \Delta t_2)} = 80 \text{ км/добу} \quad (6)$$

Повертаємось до нашої системи (1), використовуючи одне з рівнянь якої та рівняння (3/4,6) знайдемо шукану відстань.

$$\Delta t_1 = t_1 + \frac{5(s-s_1)}{3v} - \frac{s}{v} = \frac{2s}{3v} - \frac{2}{3}t_1 \quad (7)$$

Звідси $s = \frac{3}{2}v\Delta t_1 + vt_1 = 320$ *км*

Відповідь. $s = 320$ *км*.