Обласна олімпіада з фізики для школярів

11 клас. Розв'язки.

22 лютого 2020 р, м. Львів

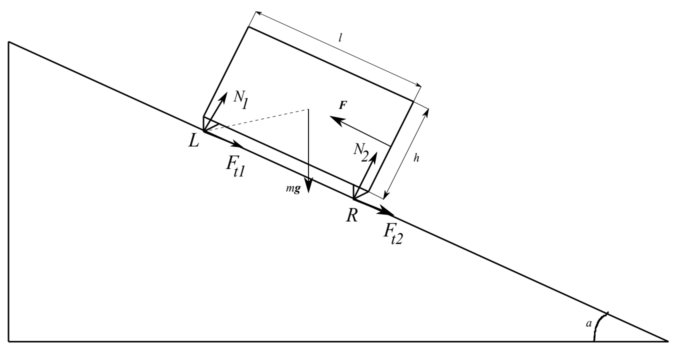
1. Позначимо сили, які діятимуть на шафу (див. рисунок). Оскільки шафа буде здійснювати рівномірний поступальний рух угору, тому можемо записати відповідні рівняння для рівності сил (вздовж похилої площини та перпендикулярно до неї) та рівності моментів сил:

$$F = mg\sin\alpha + \mu_1 N_1 + \mu_2 N_2; \tag{1}$$

$$mg\cos\alpha = N_1 + N_2; \tag{2}$$

$$\frac{mg}{2}(l\cos\alpha + h\sin\alpha) = F\frac{h}{2} + N_2 l, \tag{3}$$

де N_1 та N_2 – сили реакції, які діють відповідно на ліву (L) та праву (R) ніжки шафи. Зауважимо також, що рівняння для моментів тут написано відносно лівої ніжки, хоча вибір точки тут є довільним.



Розв'язуючи дану систему рівнянь, знайдемо силу, яку потрібно прикладати до стінки шафи:

$$F = mg\sin\alpha + \frac{mg}{2}\frac{(\mu_1+\mu_2)\cos\alpha}{1+\frac{h}{2l}(\mu_2-\mu_1)}. \tag{4}$$

2. Оскільки поршень стає проникним для одного із газів, то цей газ буде заповнювати весь циліндр за певний час тиск для даного газу стане рівний $P/2$ по обидва боки циліндра. Як наслідок, тиск цієї компоненти можна не враховувати при розрахунку переміщення поршня. Переміщення поршня буде відбуватися за рахунок нескомпенсованої компоненти тиску непроникного газу. Очевидно, що переміщення поршня буде відбуватися за умови $PS > F$, а умовою рівноваги буде рівність $P'S = F$. Запишемо рівняння стану для даного газу:

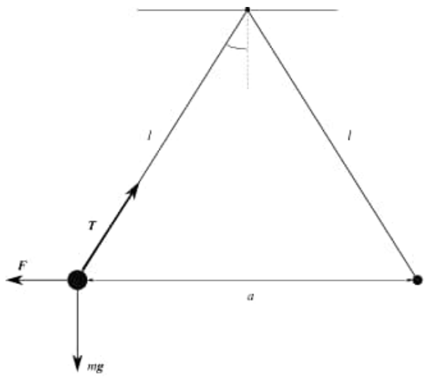
$$P'(l+x) = Pl, \tag{5}$$

та використавши умову рівноваги знайдемо:

$$x = l\left(\frac{pS}{F} - 1\right). \tag{6}$$

Зуважимо, що за умови $\frac{pS}{F} \geqslant 2$, то $x = l$.

3. На кожну із кульок діють такі сили: сила тяжіння $m\mathbf{g}$, сила натягу нитки $\mathbf{T}$ та сила кулонівського відштовхування $\mathbf{F}_c$ (див. рисунок). Оскільки кульки перебувають у стані рівноваги, то сумарна сила, яка діє на кожну із кульок рівна нулю. З умови рівності сил можемо знайти зв'язок між зарядами кульок, відстаню між ними та їхніми масами:



$$F_c = k\frac{q^2}{a^2}, \quad \frac{F_c}{T} = \frac{a}{2l}, \quad mg = T\cos\alpha, \quad (\cos\alpha \simeq 1, a \ll l) \quad \Longrightarrow \quad \frac{2kl}{mg} = \frac{a^3}{q^2}. \tag{7}$$

Кульки зійдуться після розряджання більшої з них і відбудеться перетікання заряду від меншої до більшої таким чином, що потенціали на них вирівняються і вони знову розійдуться на певну віддаль. З умови рівності потенціалів та закону збереження заряду знайдемо:

$$\varphi_1 = k\frac{q_1}{R_1}, \quad \varphi_2 = k\frac{q_2}{R_2}, (R_1 = 2R_2), \quad q = q_1 + q_2, \quad \Longrightarrow \quad q_1 = \frac{2}{3}q, \quad q_2 = \frac{q}{3}. \tag{8}$$

Використовуючи такі ж міркування, які привели нас до кінцевої формули у ланцюжку рівностей (7) можемо написати:

$$\frac{2kl}{mg} = \frac{9x^3}{2q^2}, \tag{9}$$

де x – шукана віддаль між зарядами. З рівностей (7) та (9) знаходимо:

$$x = \sqrt[3]{\frac{2}{9}}a. \tag{10}$$

Повторюючи дослід N раз отримаємо:

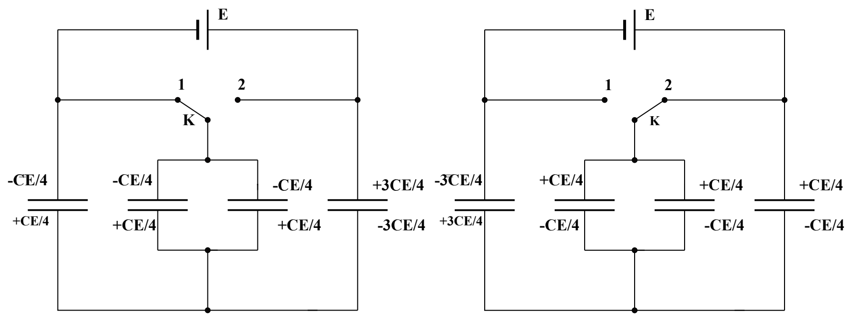
$$x_N = \sqrt[3]{2}\left(\frac{1}{9}\right)^{N/3} a. \tag{11}$$

4. Знайдемо заряди, які є на обкладках конденсаторів, якщо ключ K перебуває у положенні 1. Конденсатори при такому з'єднанні можна трактувати як послідовне з'єднання крайнього правого конденсатора ємністю C та ланки трьох паралельно з'єднаних конденсаторів (ті що ліворуч) ємність якої рівна $3C$. Загальна ємність для усього з'єднання рівна $C_1 = \frac{3C}{4}$. Заряд, який накопичується на обкладках правого конденсатора буде рівний (на одній з обкладок):

$$q = \frac{3}{4}C\mathcal{E}. \tag{12}$$

Заряд, який накопичується на обкладках кожного із трьох конденсаторів, що утворюють ланку рівний: $q_1 = \frac{q}{3} = \frac{C\mathcal{E}}{4}$.

Після перемикання конденсатора ємність системи буде такою ж як і була, тому енергія системи не зміниться. Однак при перемиканні ключа відбувається перерозподіл зарядів. Тому виділена енергія зумовлена дією джерела е.р.с., а саме: $Q = A_{ext} = \mathcal{E}\Delta q$, де Δq – заряд, який проходить всередині джерела від його позитивного полюса до негативного. З рисунків бачимо, що $\Delta q = \frac{C\mathcal{E}}{2}$, тому $Q = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$.



5. Скористаємося формулою тонкої лінзи:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}, \tag{13}$$

де d – відстань від предмета до лінзи, f – відстань від зображення до лінзи, а F – фокусна відстань.

Нехай тепер d – відстань від другої мурашки до лінзи, тоді $d = l_2 - vt$, тоді використавши наведену вище формулу для тонкої лінзи можна знайти зміну з часом відстані між зображенням другої мурашки та лінзою f. З іншого боку, оскільки перша мурашка має зустрітися у певний момент із зображенням другої, тому можемо записати: $d_1 = vt + f$. Підставляючи два останні співвідношення у формулу лінзи отримаємо:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{l_2 - vt} + \frac{1}{l_1 - vt}. \tag{14}$$

З останнього співвідношення знаходимо час, за який зустрінуться мурашки:

$$t = \frac{1}{2v}\left(l_1 + l_2 - 2F - \sqrt{(l_1 - l_2)^2 + 4F^2}\right). \tag{15}$$

Після підстановки чисел отримаємо: $t \simeq 3,5$(с).