ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію Гнатенко Христини Павлівни
“Вплив квантованості простору на властивості класичних і квантових систем”,
подану на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.04.02 - теоретична фізика

В сучасній теоретичній фізиці концепція можливої квантованості (некомутативності, дискретності) простору чи простору-часу на дуже малих масштабах порядку планківської довжини займає надзвичайно важливе місце, вона викликає великий інтерес, приваблює цілу когорту дослідників, а кількість пов’язаних з цим вже опублікованих робіт нараховує десятки тисяч. Однак, залишається чимало задач і проблем, в їх числі і принципові, що потребують вирішення.

До принципових і актуальних належить проблема побудови самоузгодженого опису фізичних систем макро- та мікро-світу у некомутативному просторі чи просторі з мінімальною довжиною. Побудові відповідної теорії присвячена дисертаційна робота Христини Павлівни Гнатенко. До неї увійшли результати досліджень властивостей цілої низки фізичних систем, при різних вимірностях, в рамках різних типів деформованих алгебр для операторів координат та імпульсів, якими описується квантованість простору на планківських масштабах.

Дисертаційна робота (обсягом 335 сторінок) складається з анотації, вступу, семи розділів та висновків. Наприкінці роботи подано список із 299 використаних джерел, список опублікованих робіт за темою дисертації (їх 37) та перелік конференцій і семінарів, на яких доповідалися результати дисертації (13 позицій), що очевидно підтверджує її апробацію.

У ***вступі,*** відповідно до загальних вимог, зазначено мету та задачі досліджень, обґрунтовано їх актуальність, представлено наукову новизну, практичне значення отриманих результатів, детально відзначено особистий внесок здобувача у всіх статтях зі співавторами. Наприкінці подано список проектів та держбюджетних тем, в рамках яких проводилися дослідження.

Перший розділ характеризує різноманіття відомих у літературі типів і варіантів деформацій алгебр комутаційних співвідношень для операторів коорди-

нат та імпульсів, які приводять до квантованості простору (існування мінімальної довжини). Представлено відомі деформації Снайдера, Кемпфа, деформації лієвого і канонічного типів, а також і деякі нелінійні деформації алгебр.

У другому розділі роботи викладено результати оригінального дослідження проблеми опису руху макроскопічного тіла при використанні деформованих алгебр *нелінійного типу*. У розділі проаналізовано комутаційні співвідношення для операторів координат та імпульсів центра мас макроскопічного тіла у просторах з нерелятивістською алгеброю Снайдера та алгеброю Кемпфа. Дисертанткою встановлено, що при запропонованій залежності параметрів деформації від маси, координати та імпульси центра мас макроскопічного тіла задовольняють комутаційні співвідношення деформованих алгебр, і при цьому зберігаються властивості кінетичної енергії а також, у всіх порядках за параметрами деформації, відновлюється слабкий принцип еквівалентності.

Третій розділ присвячено розгляду квантованого простору, асоційованого з алгеброю, що описує некомутативність координат і некомутативність імпульсів *канонічного типу*. Досліджено мінімальну довжину у фазовому просторі. У задачі про траєкторію руху вільної частинки доведено, що траєкторія не залежить від маси і також рух центра мас системи вільних частинок не залежить від відносного руху, якщо параметр імпульсної некомутативності є пропорційним до маси частинки. Запропоновано залежності параметрів некомутативної алгебри, завдяки яким: 1) розв’язана проблема кінематичних змінних; 2) імпульс частинки чи системи пропорційний до її маси, імпульси центра мас можуть бути означені як інтеграли руху і зберігаються властивості кінетичної енергії; 3) координати та імпульси центра мас задовольняють співвідношення некомутативної алгебри; 4) має місце слабкий принцип еквівалентності. Окрім того, отримано точний вираз для спектру двочастинкової системи з осциляторною взаємодією у квантованому фазовому просторі канонічного типу.

Далі, для того ж канонічного типу, досліджено особливості впливу некомутативності координат та некомутативності імпульсів на рух макроскопічних тіл. Розглянуто важливий приклад системи Сонце-Земля-Місяць, для якої проаналізовано виконання слабкого принципу еквівалентності. Дисертанткою вста-

новлено, що при вивченні впливу імпульсної некомутативності на рух макроскопічних тіл і врахуванні особливостей опису руху цих тіл у квантованому просторі даного типу, вдається отримати строгі оцінки для параметра імпульсної некомутативності, а отже, для мінімального імпульсу. На основі досліджень зсуву перигелію Меркурію у роботі знайдено строгу верхню межу для параметра імпульсної некомутативності. Виявилося, що отриманий результат значно покращує (як мінімум на 10 порядків) оцінки, відомі у літературі. Відзначу, що розвинутий підхід дозволив дисертантці отримати оцінку зверху для параметрів імпульсної некомутативності також *і у випадку електрона і протона*.

В наступних двох розділах чільну роль відіграє концепція симетрії – як сферичної, так і відносно часової інверсії. У ***четвертому розділі*** викладено результати аналізу симетрії відносно інверсії часу в некомутативному фазовому просторі канонічного типу. Як показано, через неінваріантність некомутативної алгебри відносно інверсії часу, період руху по колу не однаковий для протилежних напрямків руху. Крім того, є проблема, яка стосується знаходження перетворення для некомутативних координат та некомутативних імпульсів при інверсії часу, оскільки вони є залежними від представлення. В результаті дослідження, дисертанткою побудовано алгебру з некомутативністю координат та некомутативністю імпульсів, яка не лише інваріантна відносно інверсії часу, але й одночасно сферично-симетрична та еквівалентна алгебрі канонічного типу – що успішно вирішило ці проблеми.

У ***п'ятому розділі*** досліджено фізичні системи у сферично-симетричному квантованому фазовому просторі канонічного типу. Розв'язано задачу про власні значення оператора квадрата довжини та отримано вираз для мінімальної довжини у фазовому просторі. Запропоновано метод дослідження фізичних систем в рамках сферично-симетричної алгебри, в яку входять *тензори некомутативності,* у побудові якої використано додаткові координати та імпульси. Метод цей базується на знаходженні усередненого за додатковими ступенями вільності гамільтоніану системи. Виявлено, що *залежність тензорів некомутативності від маси* є принципово важливою для розв'язання проблеми

опису системи частинок у сферично-симетричному квантованому просторі, а також для відновлення слабкого принципу еквівалентності.

Окремо відзначу наступний результат, адже він має важливі наслідки щодо можливих *фізичних проявів квантованості простору*. А саме, знайдено та проаналізовано поправки до енергетичних рівнів атома водню, мюонного атома водню та антипротонного атома гелію, зумовлені квантованістю простору. Встановлено, що для покращення оцінки мінімальної довжини у квантованому фазовому просторі дуже важливо підвищити точність експериментальних даних для спектру антипротонного гелію. У розділі також досліджено системи гармонічних осциляторів (ГО). Знайдено вплив квантованості простору на енергетичні рівні осциляторів, що взаємодіють “усі з усіма”, і для замкненого ланцюжка ГО.

У ***шостому розділі*** розглянуто відомі некомутативні алгебри *лієвого типу*. Запропоновано залежності параметрів алгебр від маси, при яких співвідношення для координат та імпульсів центра мас відповідають співвідношенням алгебри типу Лі, і одночасно зберігається слабкий принцип еквівалентності. Для іншої деформації – у просторі *з деформацією кручення*, також показано: при заданій залежності параметра деформації від маси, зберігається слабкий принцип еквівалентності, і координати можуть відігравати роль кінематичних змінних.

Сьомий розділ присвячено дослідженням (двочасових) кореляційних функцій бозе-газу в рамках деформованої алгебри, яка описує простір з мінімальною довжиною та мінімальним імпульсом і яка пов’язана з q-деформованою алгеброю (типу Аріка-Куна) для операторів породження та знищення. Знайдено зв’язок нулів кореляційних функцій q-деформованого бозе-газу з нулями статистичної суми коли температура комплексна. Подібний зв’язок отримано також для взаємодіючого бозе-газу, у якого гамільтоніан взаємодії є квадратичним за оператором числа збуджень, і виконуються стандартні співвідношення для операторів породження та знищення. Аналогічний зв’язок отримано для спінових систем. Показано, що нулі кореляційних функцій у цих випадках пов’язані з нулями Лі-Янга статистичної суми із комплексними параметрами. Ці *результати особливо важливі: на їх основі запропоновано новий спосіб для спостереження нулів статистичної суми на експерименті*.

Загальна оцінка дисертаційної роботи однозначно позитивна, безсумнівною є і її актуальність. Дисертантці вдалося, завдяки розвинутому оригінальному підходу, вирішити комплекс проблем (протиріч), що існували при описі фізичних систем, частинок, тіл у некомутативному просторі. Основні положення обгрунтовані, більшість результатів отримані вперше. Вони є вагомими, цікавими і, я впевнений, мають гарну перспективу для подальшого використання. Структура дисертації добре продумана, різні її розділи концептуально і логічно переплітаються, матеріал викладено гарною мовою.

Однак, є кілька зауважень.

1. Розгляд у розділі 7 спирається на лінійний зв'язок між алгеброю операторів координати та імпульса і алгеброю операторів породження/знищення. Але у випадку подібних деформованих алгебр зв'язок операторів з цих алгебр в загальному нелінійний (коефіцієнти залежать від оператора числа збуджень, див. W.S. Chung, A.U. Klimyk, J.Math.Phys. **37**, 917 (1996). Тому було б варто провести подібний аналіз ще й на базі нелінійного зв'язку двох деформованих алгебр.

2. На мою думку, у підсумковому підрозділі роботи корисно було б зробити висновки на основі порівняння оцінок для параметрів некомутативності (мінімальної довжини чи імпульса), отриманих у розділах 2, 3 і 5 через аналіз *різних фізичних систем* та *у різних квантових просторах*.

3. Було б цікаво, якщо це можливо, пов’язати дві різні модифікації моделі бозе-газу в розділі 7, а саме, пов’язати параметр q (чи h якщо покласти $q=e^h$) у формулі (7.3) із константою взаємодії γ із (7.47). Адже відомо, що модель q-деформованого бозе-газу ефективно враховує взаємодію між бозонами (див. статтю [289] у списку джерел в дисертації). Для зіставлення моделей, у формулах (7.15), (7.11) в розкладі в ряд експоненти e^{hn} можна залишити перші члени.

4. Стосовно термінів і одиниць. При розгляді т.зв. деформації кручення, краще вживати термін деформація твіста або твістова деформація (від англ. оригіналу *twist deformation*), оскільки “кручення” – це відповідник англійського “*torsion*”. Оцінки на параметр некомутативності, наведені для електрона і протона (а саме нерівності (3.337) і (3.339) на стор. 133), корисно було б подати також і в електрон-вольтах.

Зроблені зауваження жодним чином не впливають на однозначно позитивну, високу оцінку роботи. Автореферат правильно і у повній мірі відображає основні положення і результати досліджень, представлені в дисертації. Всі результати належним чином опубліковані у високорейтингових журналах; на статті вже є значна кількість посилань, а це ще раз підтверджує і актуальність проведених досліджень, і важливість та оригінальність отриманих результатів.

Дисертаційна робота "Вплив квантованості простору на властивості класичних і квантових систем" відповідає усім вимогам МОН України до докторських дисертацій, а її автор Христина Павлівна Гнатенко безсумнівно заслуговує присудження наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 - теоретична фізика.

Завідувач відділу математичних методів
в теоретичній фізиці
Інституту теоретичної фізики
імені М. М. Боголюбова НАН України,
доктор фізико-математичних наук, професор О. М. Гаврилик

Підпис Гаврилика О. М. засвідчую
Вчений секретар Інституту теоретичної фізики
імені М. М. Боголюбова НАН України,
кандидат фізико-математичних наук С. М. Перепелиця