

Міністерство освіти і науки України
Львівський національний університет імені Івана Франка

Рекомендовано до друку
кафедрою загальної фізики
Протокол № 9 від 27.04.2005

ЗАВДАННЯ
з фізики для самостійної роботи студентів
нефізичних спеціальностей
і методичні вказівки щодо їхнього виконання
(Додаток до робочої навчальної програми)

Частина 4
Коливання та хвилі

Львів
Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка
2005

Укладачі: доц. Караван Юрій Володимирович
доц. Мельничук Борис Леонтійович

Редактор Лоїк Ірина Миколаївна

ЗАВДАННЯ
з фізики для самостійної роботи студентів
нефізичних спеціальностей
і методичні вказівки щодо їхнього виконання
(Додаток до робочої навчальної програми)

Частина 4. Коливання та хвилі

Підп. до друку 22.09.2005 р. Формат 60x84/16. Папір друк. № 1
Друк на різогр. Умовн. друк. арк. 4,8. Обл.-вид. арк. 5,0. Тираж 200. Зам. 354

Видавничий центр Львівського національного університету імені Івана Франка
79000 м. Львів, вул. Дорошенка, 41

Пояснювальна записка

У частині 4 подано методичні вказівки для самостійної роботи студентів з теоретичної і практичної частини перелічених тем дисципліни:

- 4.1. Коливання.
- 4.2. Хвильовий процес.
- 4.3. Механічні коливання і хвилі.
- 4.4. Електричні коливання.
- 4.5. Електромагнітні хвилі.

Кожна тема зазвичай охоплює три частини:

1. Перелік теоретичного матеріалу, розглянутого на лекції, з його подальшим опрацюванням та осмисленням.
2. Короткий виклад матеріалу з цих питань з методичними вказівками щодо його вивчення, приклади розв'язування задач.
3. Перелік задач, які студенти повинні розв'язати.

Терміни виконання завдань з кожної теми – до початку розгляду наступних тем на лекції, а завдання п. 3 – до розгляду теоретичного матеріалу наступного розділу.

Контроль за виконанням завдань для самостійної роботи студентів з теоретичної частини дисципліни відбувається у формі контрольного індивідуального чи фронтального опитування студентів на лекційних і практичних заняттях і перевірки робочих конспектів з теоретичних питань.

Крім того з кожного розділу дисципліни студенти виконують комплексні індивідуальні завдання і захищають їх у вигляді письмової контрольної роботи. Мета кожного індивідуального завдання – систематизувати та поглибити знання студентів з матеріалу відповідного розділу.

На підставі оцінок індивідуальних завдань виводиться підсумкова модульна оцінка з кожного розділу, яку враховують при виставленні оцінки підсумкового контролю за семестр.

Тема 4.1. Коливання

Опрацювати такі питання лекційного матеріалу:

- кінематика гармонічних коливань;
- додавання коливань;

- динаміка гармонічних коливань;
- згасальні коливання;
- вимушені коливання.

Кінематика гармонічних коливань. *Коливання* – це рухи або зміни стану, яким властива повторюваність з часом. Рухи або процеси, що точно повторюються через однакові проміжки часу, називають *періодичними*, а проміжок часу – *періодом* T .

Частота періодичних коливань ν – це кількість повних коливань за одиницю часу: $\nu = N/t = 1/T$, де N – кількість повних коливань; t – інтервал часу, за який ці коливання відбулися. Одиницею частоти є герц (Гц). Один герц – це частота такого коливального руху, коли за 1 с відбувається одне повне коливання.

Циклічна (колова) частота періодичних коливань ω – це кількість коливань за 2π одиниць часу: $\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$.

Найбільше відхилення системи від положення рівноваги називають *амплітудою* коливання.

Найпростішими періодичними коливаннями є *гармонічні коливання*. Це такі коливальні рухи, в яких фізичні величини, що їх описують, змінюються з часом за законом синуса або косинуса:

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \text{ або } x = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (4.1.1)$$

де x – миттєве значення фізичної величини; x_0 – амплітудне (максимальне) значення фізичної величини; $\omega t + \varphi_0 = \varphi$ – *фаза* коливань (величина, що визначає зміщення в будь-який момент часу t , тобто визначає стан коливної системи); φ_0 – початкова фаза коливань (якщо $t = 0$).

Систему, яка може виконувати гармонічні коливання біля положення рівноваги, називають *гармонічним осцилятором*. Припустимо, що маємо гармонічний осцилятор у вигляді матеріальної точки, яка виконує гармонічне коливання

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Швидкість v коливання точки визначають як похідну зміщення за часом:

$$\begin{aligned} v &= \dot{x} = \omega x_0 \cos(\omega t + \varphi_0) = v_0 \cos(\omega t + \varphi_0) = \\ &= v_0 \sin(\omega t + \varphi_0 + \pi/2), \end{aligned} \quad (4.1.2)$$

де v – миттєве значення швидкості; $v_0 = x_0\omega$ – амплітудне значення швидкості.

Як бачимо, коливання швидкості випереджують за фазою коливання зміщення точки на $\pi/2$. Оскільки швидкість коливання змінна в часі, то коливальний рух здійснюється з прискоренням a , яке визначають, продиференціювавши вираз швидкості (4.1.2) за часом:

$$\begin{aligned} a &= \dot{v} = -x_0\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = -a_0 \sin(\omega t + \varphi_0) = \\ &= a_0 \sin(\omega t + \varphi_0 + \pi) = -\omega^2 x, \end{aligned} \quad (4.1.3)$$

де a – миттєве значення прискорення; $a_0 = x_0\omega^2$ – амплітудне значення прискорення.

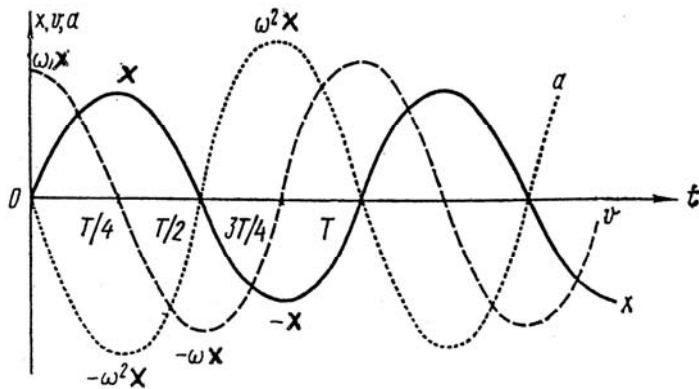


Рис. 4.1.1.

Коливання прискорення точки випереджують за фазою коливання зміщення на π , тобто відбуваються у протифазі з ними (рис. 4.1.1).

Додавання коливань. Розглянемо тіло, яке одночасно приймає участь у двох коливаннях, що відбуваються в одному напрямі з однаковими частотами і описуються рівняннями

$$x_1 = x_{01} \sin(\omega t + \varphi_{01}), \quad x_2 = x_{02} \sin(\omega t + \varphi_{02}).$$

Підсумкове зміщення x тіла дорівнює алгебраїчній сумі зміщень складових коливань. Після перетворення синуса суми двох кутів і приведення подібних членів отримуємо:

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2 = (x_{01} \cos \varphi_{01} + x_{02} \cos \varphi_{02}) \sin \omega t + \\ &+ (x_{01} \sin \varphi_{01} + x_{02} \sin \varphi_{02}) \cos \omega t. \end{aligned}$$

Введемо позначення:

$$\begin{aligned} x_{01} \cos \varphi_{01} + x_{02} \cos \varphi_{02} &= x \cos \varphi_0, \\ x_{01} \sin \varphi_{01} + x_{02} \sin \varphi_{02} &= x \sin \varphi_0 \end{aligned} \quad (4.1.4)$$

і підставимо їх у попереднє рівняння. Отримуємо рівняння гармонічного коливання:

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Отже, при додаванні гармонічних коливань, які відбуваються в одному напрямі з однаковими частотами, отримуємо гармонічне коливання тієї ж частоти, яке здійснюється в тому ж напрямі.

Поділивши почленно перше з рівнянь (4.1.4) на друге отримуємо рівняння для знаходження початкової фази підсумкового коливання:

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{x_{01} \sin \varphi_{01} + x_{02} \sin \varphi_{02}}{x_{01} \cos \varphi_{01} + x_{02} \cos \varphi_{02}},$$

а піднісши обидва рівняння (3.1.4) до квадрату і додавши їх, знайдемо амплітуду підсумкового коливання:

$$x_0 = \sqrt{x_{01}^2 + x_{02}^2 + 2x_{01}x_{02} \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}.$$

Розглянемо два коливання, які відбуваються в одному напрямі з однаковими амплітудами і з різними, але близькими круговими частотами:

$$x_1 = x_0 \sin \omega_1 t,$$

$$x_2 = x_0 \sin \omega_2 t,$$

причому $\omega_2 > \omega_1$ і $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \ll \omega_1$. В даному випадку за початок відліку приймаємо момент, коли різниця фаз коливань дорівнює нулю ($\varphi_{01} = \varphi_{02}$). Додаємо рівняння першого коливання до другого і отримуємо:

$$x = x_1 + x_2 = 2x_0 \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \cdot \cos \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t. \quad (4.1.5)$$

Оскільки $\omega_2 \approx \omega_1$, то отримуємо такий вираз:

$$x = 2x_0 \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \cdot \cos \omega t.$$

Підсумкове коливання не є гармонічним. Однак, враховуючи, що (згідно з умовою) $\Delta\omega/2 \ll \omega$, можна вважати підсумкове коливання майже гармонічним, з круговою частотою ω і амплітудою

$$2x_0 \cos \frac{\Delta\omega}{2} t,$$

яка періодично змінюється з часом із частотою $\Delta\omega$. Такі коливання називають *биттям*. На рис. 4.1.2 підсумкове коливання зображено суцільною лінією, а коливання амплітуди – штриховою.

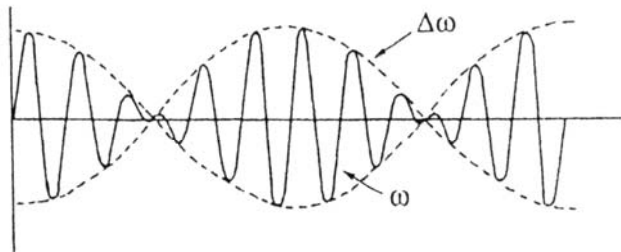


Рис. 4.1.2.

Розглянемо тіло, яке одночасно приймає участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях з однаковими частотами. Коливання описують рівняннями:

$$x = x_0 \cos \omega t$$

$$y = y_0 \cos(\omega t + \theta).$$

Рівняння траєкторії тіла, знаходимо, вилучивши з цих рівнянь час t :

$$\cos \omega t = \frac{x}{x_0},$$

$$\sin \omega t = \sqrt{1 - \frac{x^2}{x_0^2}}.$$

Розгорнемо косинус рівняння другого коливання і підставимо туди отримані значення косинуса та синуса:

$$\frac{y}{y_0} = \frac{x}{x_0} \cos \theta - \sqrt{1 - \frac{x^2}{x_0^2}} \sin \theta.$$

Після перетворень отримуємо:

$$\frac{x^2}{x_0^2} + \frac{y^2}{y_0^2} - \frac{2xy}{x_0 y_0} \cos \theta = \sin^2 \theta. \quad (4.1.6)$$

Це рівняння еліпса, осі якого довільно орієнтовані відносно осей x і y .

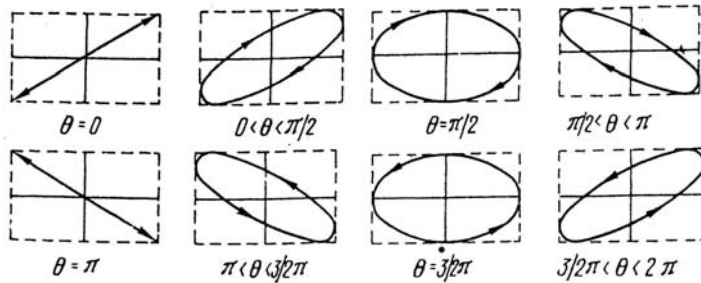


Рис. 4.1.3.

На рис. 4.1.3 представлені траєкторії руху тіла, яке одночасно приймає участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях з однаковою частотою при деяких значеннях різниці фаз. Стрілками вказані напрями руху тіла по траєкторії.

Якщо складові коливань мають різну частоту, то траєкторії підсумкових рухів тіла складні і різноманітні за формою (*фігури Ліссажу*).

Динаміка гармонічних коливань. Якщо ізольовану систему вивести з положення стійкої рівноваги і залишити саму на себе, то під дією внутрішніх сил, що повертають систему в початкове положення, вона виконуватиме коливання, які називають *вільними* (власними). При коливальному русі, як показано вище, прискорення змінне. Нехай внаслідок дії змінної сили F матеріальна точка масою m здійснює гармонічне коливання з прискоренням a . Тоді, враховуючи формулу 4.1.3, можна написати:

$$F = ma = -m\omega^2 x = -kx, \quad (4.1.7)$$

де

$$k = m\omega^2. \quad (4.1.8)$$

Отже, сила що викликає гармонічні коливання пропорційна зміщенню і спрямована проти зміщення.

Згасальні коливання. На будь-яку реальну систему, яка виконує вільні коливання крім пружної сили діють ще сили тертя і опору. Тому частина енергії системи перетворюється у теплову,

амплітуда коливань з часом зменшується. Коли вся енергія коливання перейде в теплоту, коливання припиняться (згаснуть). Такі коливання називають *згасальними*.

Швидкість згасання коливання характеризують *коефіцієнтом згасання* β і *логарифмічним декрементом згасання* Δ .

Коефіцієнт згасання – це величина обернена до часу, за який амплітуда коливання зменшується в e разів (e – основа натуральних логарифмів). Інтервал часу згасання називають *часом релаксації*.

Логарифмічний декремент згасання характеризує зменшення амплітуди коливання за один період. Він дорівнює логарифмові відношення двох послідовних амплітуд. Зв'язок між коефіцієнтом згасання і логарифмічним декрементом такий:

$$\Delta = \beta T.$$

Логарифмічний декремент згасання – це величина, обернена до кількості коливань, упродовж яких амплітуда коливання зменшується в e разів.

Вимушені коливання. Для того щоб система здійснювала незгасальні коливання, необхідно поповнювати ззовні її енергію. Це можна зробити шляхом дії на систему зовнішньої періодичної сили

$$f = f_0 \sin \omega_3 t.$$

Силу називають *примусовою*, а коливання системи *вимушеними*.

Очевидно, що вимушене коливання системи буде гармонічним з циклічною частотою, яка дорівнює циклічній частоті примусової сили, а фази коливань коливної системи і примусової сили будуть різні. Для простоти вважатимемо, що на коливну систему діють лише дві сили: примусова f і повертаюча F . Тоді, згідно другого закону Ньютона

$$F + f = ma,$$

де m і a – маса і прискорення коливної системи. Але (див. 4.1.3) $a = -\omega_0^2 x$. Тоді

$$F + f = -m\omega_0^2 x.$$

Згідно з (4.1.7),

$$F = -m\omega^2 x,$$

де ω – кругова частота власних коливань системи (тобто коливань, обумовлених лише дією повертаючої сили). Тоді

$$-m\omega^2 x + f_0 \sin \omega_0 t = -m\omega_0^2 x.$$

Звідси

$$x = f_0 \sin \omega_0 t / [m(\omega^2 - \omega_0^2)].$$

З останнього рівняння випливає, що амплітуда вимушеного коливання

$$x_0 = f_0 / [m(\omega^2 - \omega_0^2)]$$

залежить від співвідношення кругових частот вимушеного і власного коливань: при $\omega_0 \rightarrow \omega$ буде $(\omega^2 - \omega_0^2 \rightarrow 0)$ і $x_0 \rightarrow \infty$. На практиці внаслідок тертя амплітуда вимущених коливань скінчена. Вона досягає максимального значення у випадку, коли частота вимущених коливань близька до частоти власних коливань системи. Явище різкого зростання амплітуди вимущених коливань при $\omega_0 \approx \omega$ називають *резонансом*.

Коливання реальної коливної системи можна зробити незгасальними й іншим способом, наприклад, шляхом поповнення втрат енергії від зовнішнього джерела самою коливальною системою. За допомогою спеціального механізму система сама забезпечуватиме передавання енергії від джерела до системи порціями за кожний період коливань, компенсуючи втрати власної енергії. Такі коливання називають *автоколиваннями*. Характерним для автоколивної системи є те, що тут коливання не нав'язує системі зовнішня система, а їх підтримує погоджена дія самої системи.

Більшість коливних процесів періодичні, проте ангармонічні, тобто їх не можна зобразити гармонічними функціями синуса чи косинуса.

Теорема Фур'є твердить, що будь-який періодичний процес із періодом $T = 2\pi/\omega$, де ω – циклічна частота, можна описати як

суму нескінченного ряду функцій гармонічних коливань з частотами ω_n , кратними основній частоті ω .

Нехай $f(t)$ – періодична функція з циклічною частотою ω .

За теоремою Фур'є можна записати так:

$$f(t) = A_0 + A_{01} \sin \omega t + A_{02} \sin 2\omega t + A_{03} \sin 3\omega t + \dots + A_{0n} \sin n\omega t.$$

Сукупність частот $\omega, 2\omega, 3\omega \dots n\omega$ і відповідні їм амплітуди ряду Фур'є $x_0, x_{01}, x_{02} \dots x_{0n}$ утворюють спектр коливань, який є дискретним. Цей спектр можна зобразити на графіку так, щоб кожній частоті відповідав певний відрізок на осі частот, висота якого пропорційна до амплітуди відповідного коливання (рис. 4.1.4).

Частоту ω називають основною, а $2\omega, 3\omega \dots n\omega$ – вищими гармоніками від основної частоти.

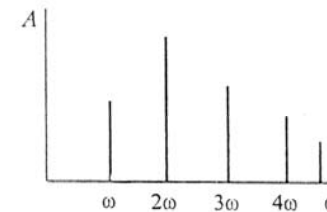


Рис. 4.1.4.

Задачі

Задача 4.1.1. Рівняння коливань, записане в системі СІ, має вигляд: $x = \sin(300t - 6)$. Вказати його амплітуду, початкову фазу, частоту й період.

Розв'язання. Порівнюючи вираз для x , заданий в умові задачі, із загальною формулою гармонічного

коливання (4.1.1), робимо висновок, що $x_0 = 1$ м; $\varphi = -6$ рад,

$$\omega_0 = 300 \text{ c}^{-1}; T = \frac{2\pi}{300} \text{ c} = 2.1 \cdot 10^{-2} \text{ c}.$$

Задача 4.1.2. Через який час від початку руху точка, що здійснює гармонічне коливання, зміститься від положення рівноваги на половину амплітуди? Період коливань дорівнює 24 с, початкова фаза дорівнює нулю.

Розв'язання. Запишемо формулу гармонічного коливання у вигляді $x = x_0 \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right)$. За умовою $x = \frac{x_0}{2}$, окрім того $T = 24 \text{ c}$ і $\varphi = 0$. Отже, $0,5 = \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right)$, тобто $\left(\frac{\pi}{12}t\right) = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$, звідси $t = 2 \text{ c}$.

Задача 4.1.3. Точка одночасно приймає участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях, які задані рівняннями:

$$x = 2 \sin \omega t \text{ і } y = 4 \cos \omega t.$$

Визначити траєкторію руху точки.

Розв'язання. Рівняння другого коливання перепишемо у вигляді $y = 4 \sin(\omega t + \pi/2)$. Тоді очевидно, що умова задачі відповідає випадку додавання двох взаємно перпендикулярних коливань, які мають однакові кругові частоти, різні амплітуди і відмінні на $\pi/2$ початкові фази. Отже відповідно до формули (4.1.6) точка рухається по еліпсу, що визначається рівнянням

$$\frac{x^2}{x_0^2} + \frac{y^2}{y_0^2} = 1.$$

Півосі еліпса дорівнюють амплітудам коливань, які додаються, тобто 2 і 4 м.

Задача 4.1.4. Рівняння руху точки має вигляд $x = \sin \frac{\pi}{6}t$.

Знайти моменти часу, при яких досягаються максимальна швидкість і максимальне прискорення.

Розв'язання. За умовою $x = \sin \frac{\pi}{6}t$. Звідси швидкість

$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{6} \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$. Швидкість буде максимальною за умови

$\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) = 1$, тобто за умови $\frac{\pi}{6}t = n\pi$, де $n = 0, 1, 2, \dots$. Отже,

максимальна швидкість досягається в моменти часу $t = 0, 6, 12 \text{ c}, \dots$

Прискорення буде максимальним за умови $\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) = 1$, тобто за

умови $\frac{\pi}{6}t = (2n+1)\frac{\pi}{2}$. Отже, максимальне прискорення досягається в моменти часу $t = 3, 9, 15 \text{ c}, \dots$

Задача 4.1.5. Ресори вагонів поїзда, що прогинаються на величину $s = 15 \text{ мм}$ під дією навантаження $P' = 1 \text{ T}$, навантажені до $P = 6 \text{ T}$. При якій швидкості поїзда v ресори коливатимуться найбільше, якщо довжина рейок $l = 12,5 \text{ м}$?

Розв'язання. Найбільш значні коливання будуть під час резонансу, коли частота ω періодичної зовнішньої сили збігатиметься з частотою ω_0 власних коливань навантаженої

ресори. Кожну рейку вагон проходить протягом часу $T' = \frac{l}{v}$, який,

очевидно, збігається з періодом зовнішньої сили. Оскільки $T' = \frac{2\pi}{\omega}$ і при резонансі $\omega = \omega_0$, матимемо: $\frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{l}{v}$, звідки

$$v = \frac{\omega_0 l}{2\pi}.$$

Частоту власних коливань ω_0 можна знайти за формулою

(4.1.7), до якої треба підставити $m = \frac{P}{g}$, $k = \frac{P'}{s}$. Остання рівність

впливає з умови зрівноважування сили P' , яка стискає пружину ресори, пружною силою kx (при $x = s$). Отже,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{P'g}{sP}},$$

і остаточно матимемо:

$$v = \frac{l}{2\pi} \sqrt{\frac{P'g}{sP}}; \quad v = 20,8 \text{ м/с}.$$

Тема 4.2. Хвильовий процес

Опрацювати такі питання лекційного матеріалу:

- характеристики хвилі;
- рівняння хвилі;
- інтерференція та дифракція хвиль.

Характеристики хвилі. Процес поширення коливань у просторі називають *хвилею*. Напрямок поширення хвилі у просторі називають *променем* (на рис. 4.2.1 промінь збігається з віссю ОУ). *Пружними хвилями* називають механічні збурення (деформації), які поширюються у пружному середовищі. Відмінність пружних хвиль в середовищі від будь-якого впорядкованого руху його частинок полягає в тому, що поширення хвиль не пов'язане з перенесенням речовини середовища з одного місця в інше на значні відстані.

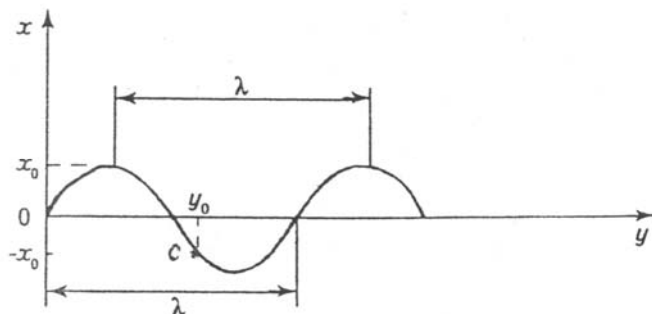


Рис. 4.2.1.

Якщо частинки середовища коливаються в напрямі, перпендикулярному до напрямку поширення хвилі, то таку хвилю називають *поперечною*. *Повздовжня* хвиля утворюється внаслідок коливань частинок середовища вздовж напрямку поширення хвилі.

Довжиною хвилі λ називають відстань між двома найближчими точками середовища, що коливаються в однакових фазах (див. рис.4.2.1), або відстань, на яку поширюється хвиля за час T , що дорівнює періодові коливань джерела хвиль.

Швидкістю поширення хвилі v (фазовою швидкістю) називають швидкість переміщення фіксованого значення фази коливань. Між довжиною хвилі, швидкістю її поширення і періодом коливань (або частотою ν) є простий зв'язок:

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}. \quad (4.2.1)$$

Рівняння хвилі. Розглянемо поперечну хвилю і встановимо залежність між зміщенням x частинок середовища, що приймають участь у хвильовому процесі і відстанню y цих частинок від джерела O коливань для будь-якого моменту часу t . Вважаємо коливання джерела гармонічними: $x = x_0 \sin \omega t$. Тоді усі частинки середовища також здійснюватимуть гармонічне коливання з тією ж частотою і амплітудою, але з різними фазами. В середовищі виникає синусоїдальна хвиля (рис. 4.2.1).

Розглянемо деяку частинку C , яка знаходиться на відстані y_0 від джерела коливань (частинки O). Якщо частинка O коливається t секунд, то частинка C коливається лише $(t - \tau)$ секунд, де τ – час поширення коливань від O до C . Отже рівняння коливання частинки C таке:

$$x = x_0 \sin \omega(t - \tau) = x_0 \sin \omega(t - y_0/v).$$

Підставивши вираз для швидкості з (4.2.1) і врахувавши, що $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$, отримуємо співвідношення, яке дозволяє визначити зміщення будь-якої точки хвилі в заданий момент часу – *рівняння хвилі*:

$$\begin{aligned} x &= x_0 \sin 2\pi(t/T - y_0/\lambda) = x_0 \sin 2\pi(\nu t - y_0/\lambda) = \\ &= x_0 \sin(\omega t - 2\pi y_0/\lambda). \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

Уведемо хвильове число $k = 2\pi/\lambda$. Тоді рівняння хвилі стане симетричне стосовно y_0 і t :

$$x = x_0 \sin(\omega t - ky_0).$$

У плоскої незгасальної хвилі амплітуда коливання частинок середовища не змінюється під час поширення хвилі у просторі. Якщо хвилю породжує точкове джерело, розташоване в ізотропному середовищі, то хвиля поширюватиметься з однаковою швидкістю в усіх напрямках і буде сферичною. Амплітуда коливання частинок сферичної хвилі залежить від координати точки, тому рівняння сферичної хвилі на великих відстанях від її джерела виглядає так:

$$x = \frac{x_0}{r} \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r}),$$

де \vec{r} – радіус-вектор точки, до якої дійшла хвиля на час t ; x_0 – амплітуда коливань у точці з координатою $r = 1$; $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n}$. Тут \vec{n} – одиничний вектор у напрямі поширення хвилі.

Рівняння будь-якої хвилі є розв'язком диференціального рівняння

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}, \quad (4.2.3)$$

яке називають *хвильовим*. Його можна записати у вигляді

$$\Delta f = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}, \quad (4.2.4)$$

де Δ – оператор Лапласа.

Будь-яка функція, яка задовільняє рівнянню виду (4.2.3), описує деяку хвилю, корінь квадратний із величини, оберненої до коефіцієнта при $\partial^2 f / \partial t^2$, задає фазову швидкість цієї хвилі.

Інтерференція та дифракція хвиль. Якщо в деякому однорідному та ізотропному середовищі два (або більше) точкові джерела збуджують сферичні хвилі, то в довільній точці простору M може відбуватись накладання хвиль у відповідності з принципом *суперпозиції* (накладання): кожна точка середовища, куди приходять дві або декілька хвиль, приймає участь в коливаннях,

викликаних кожною хвилею зокрема; хвилі не взаємодіють одна з одною і поширюються незалежно одна від одної.

В місцях зустрічі хвиль коливання середовища, викликані кожною із хвиль додаються. Результат додавання (підсумкова хвиля) залежить від співвідношення фаз, періодів і амплітуд цих хвиль. Розглянемо випадок додавання двох хвиль, які мають постійну різницю фаз і однакові частоти. Такі хвилі і джерела коливань що їх створюють називають *когерентними*. Додавання когерентних хвиль називають *інтерференцією*. Зміщення, викликані у точці M двома хвилями однакової амплітуди, які випускаються когерентними джерелами O_1 і O_2 (рис. 4.2.2), дорівнюють відповідно:

$$x_1 = x_0 \sin(\omega t - 2\pi r_1 / \lambda) \quad \text{і} \quad x_2 = x_0 \sin(\omega t - 2\pi r_2 / \lambda).$$

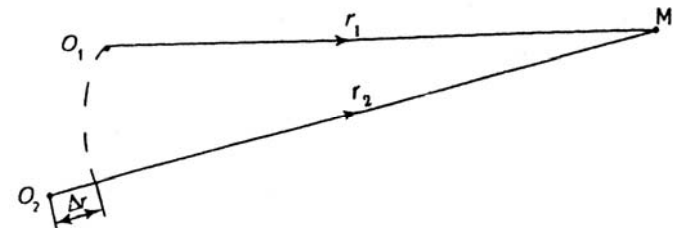


Рис. 4.2.2.

Результат додавання визначається різницею фаз $2\pi(r_2 - r_1) / \lambda$. Якщо

$$2\pi(r_2 - r_1) / \lambda = 2\pi n,$$

то в точці M спостерігаємо максимум: коливання максимально підсилюють одне одного і результуюча амплітуда дорівнює $2x_0$.

Якщо ж

$$2\pi(r_2 - r_1) / \lambda = (2n + 1)\pi,$$

де $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, то в точці М буде мінімум: коливання взаємно погашуються і результуюча амплітуда в цьому випадку дорівнює нулю.

Умови максимуму і мінімуму можна ще записати відповідно так:

$$r_2 - r_1 = n\lambda = 2n\lambda/2,$$

$$r_2 - r_1 = (2n + 1)\lambda/2,$$

де $r_2 - r_1$ – різниця ходу хвиль, або різниця ходу променів.

Важливим випадком інтерференції хвиль є додавання двох когерентних хвиль, що рухаються назустріч одна одній вздовж однієї прямої, наприклад, внаслідок накладання прямої і відбитої хвилі (рис. 4.2.3). При цьому пряма хвиля може відбиватися як від межі з більш густим, так і від межі з менш густим середовищем. Якщо $x_1 = x_0 \sin 2\pi(t/T - y/\lambda)$ – це рівняння хвилі, що поширюється у напрямі ОУ, а $x_2 = x_0 \sin 2\pi(t/T + y/\lambda)$ – рівняння відбитої від межі хвилі, то

$$x = x_1 + x_2 = x_0 \left[\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda} \right) + \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{y}{\lambda} \right) \right].$$

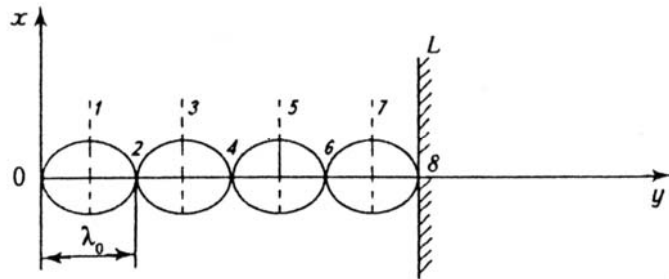


Рис. 4.2.3.

Після тригонометричних перетворень отримаємо рівняння *стоячої хвилі*

$$x = 2x_0 \cos \frac{2\pi y}{\lambda} \sin \omega t = x_m \sin \omega t,$$

де x_m – амплітуда стоячої хвилі.

З цього рівняння видно, що $x_m = 2x_0 \cos \frac{2\pi y}{\lambda}$, тобто амплітуда стоячої хвилі залежить від координати у:

при $y = (2n+1)\lambda/4$ (де $n = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$) матимемо (див. рис.4.2.3) точки 0, 2, 4, 6, 8, які залишаються у стані спокою (їхня амплітуда коливань $x_m = 0$), їх називають *вузлами стоячої хвилі*;

при $y = 2n\lambda/4$ отримуємо точки 1, 3, 5, 7, які коливаються з максимальною амплітудою $x_m = 2x_0$, їх називають *пучностями стоячої хвилі*.

Довжина стоячої хвилі λ_0 – це відстань між двома сусідніми вузлами або пучностями, що відповідає половині довжини синусоїдної хвилі, тобто $\lambda_0 = \lambda/2$.

Хвильовою поверхнею (фронтом хвилі) називають геометричне місце точок, у яких коливання відбуваються в однакових фазах. На хвильовій поверхні фази коливань різних точок в заданий момент часу однакові. Хвильові поверхні можуть мати різну форму, яка залежить від конфігурації джерела і властивостей середовища. Кожна точка середовища, до якої дійшла хвиля, сама стає джерелом вторинних хвиль – *перше положення принципу Гюйгенса*. Це означає, що від неї, як від центра, починає поширюватись нова сферична хвиля. Вторинні хвилі взаємно гасяться в усіх напрямках, окрім напрямку вихідного фронту – *друге положення принципу Гюйгенса*. Іншими словами, коливання зберігаються лише на зовнішній обвідній вторинних хвиль. Всі вторинні джерела, розміщені на поверхні фронту хвилі, когерентні між собою. Амплітуда і фаза хвилі в будь-якій точці простору – це результат інтерференції хвиль, які випромінюють вторинні джерела – *принцип Гюйгенса-Френеля*.

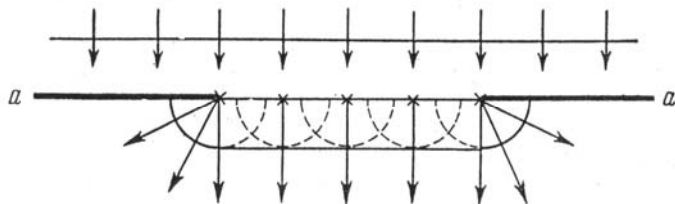


Рис. 4.2.4.

Розглянемо падіння плоскої хвилі на перешкоду з отвором, розміри якого більші від довжини хвилі (рис. 4.2.4). Коли хвильовий фронт дійде до перешкоди aa , кожна точка отвору стане джерелом вторинних хвиль. Побудувавши ці хвилі і провівши їхню обвідну, отримаємо фронт хвилі яка пройшла через отвір. Він буде плоским лише у своїй середній частині; біля країв отвору відбувається загинання хвильового фронту за перешкоду. Явище огинання хвилями перешкод, розміри яких співмірні з довжиною хвилі, а також країв великих перешкод унаслідок відхилення від прямолінійного поширення в однорідному середовищі називають *дифракцією*.

Задачі

Задача 4.2.1. Вздовж пружного шнура поширюється поперечна хвиля зі швидкістю $v = 15 \text{ м/с}$. Період коливань точок шнура $T = 1,2 \text{ с}$, амплітуда коливань $x_0 = 0,02 \text{ м}$. Визначити довжину хвилі λ , фазу φ і зміщення x точки, що знаходиться на відстані $y = 45 \text{ м}$ від джерела хвиль у момент часу $t = 4 \text{ с}$.

Розв'язування. Відповідно до формули (4.2.1) знаходимо довжину хвилі:

$$\lambda = vT = 15 \text{ м/с} \cdot 1,2 \text{ с} = 18 \text{ м}.$$

Фазу і зміщення заданої точки визначимо із рівняння хвилі (4.2.2):

$$x = x_0 \sin 2\pi(t/T - y/\lambda).$$

Оскільки фаза визначається виразом, що знаходиться під знаком синуса в рівнянні хвилі, то:

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda}\right) = 2\pi\left(\frac{4}{1,2} - \frac{45}{18}\right) = 1,67\pi.$$

Тоді

$$\begin{aligned} x &= x_0 \sin \varphi = 0,02 \sin 1,67\pi = 0,02 \sin 301^\circ = -0,02 \sin 59^\circ = \\ &= -0,017(\text{м}) = -1,7\text{см}. \end{aligned}$$

Знак мінус показує, що в заданий момент часу точка шнура відхилялась донизу від положення рівноваги.

Задача 4.2.2. При утворенні стоячої хвилі в трубці Кундта в повітряному стовпі спостерігалось 6 пучностей. Яка була довжина повітряного стовпа, якщо сталений стрижень закріплений: 1) посередині, 2) в кінці? Довжина стрижня 1 м . Швидкість звуку в сталі 5250 м/с і швидкість звуку в повітрі 343 м/с .

Розв'язання. Під час збудження коливань у сталюму стрижні у ньому встановиться стояча хвиля із вузлами в точках стиснення і пучностями на вільних кінцях. У стоячій хвилі повітряного стовпа відстань між сусідніми пучностями дорівнює половині довжини збудженої звукової хвилі. Відмічаючи всі величини, що відносяться до сталюго стрижня, індексом 1, а величини, що відносяться до повітряного стовпа, індексом 2, матимемо

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{c_1}{c_2}.$$

Шукану довжину хвилі знайдемо з умови

$$n \frac{\lambda_2}{2} = l_2,$$

де n – число пучностей.

Із останніх двох рівнянь маємо $l_2 = \frac{n\lambda_1 c_2}{2c_1}$.

Отже 1) $\lambda_1 = 2l_1$ і $l_2 = 0,392 \text{ м}$; 2) $\lambda_1 = 4l_1$ і $l_2 = 0,784 \text{ м}$.

Тема 4.3. Механічні коливання і хвилі

Опрацювати такі питання лекційного матеріалу:

- гармонічні коливання пружинного маятника;
- фізичний маятник;
- математичний маятник;
- енергія гармонічного коливання;
- звукові коливання і хвилі.

Гармонічні коливання пружинного маятника. *Пружинний маятник* – це система, що складається зі спіральної пружини малої маси з жорсткістю k , до якої прикріплено тіло масою m .

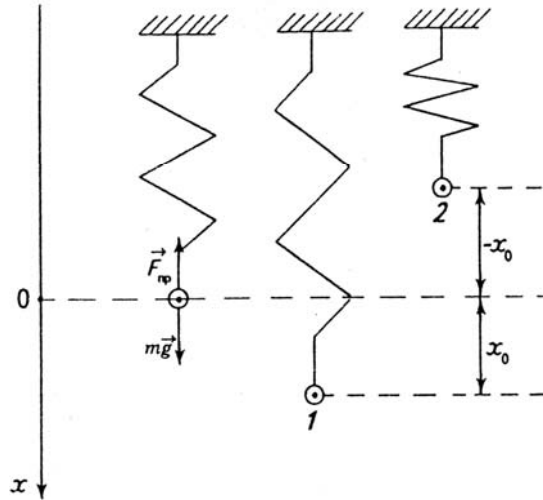


Рис. 4.3.1.

У стані рівноваги (рис. 4.3.1, положення 0) сила тяжіння, що діє на тіло, зрівноважується силою пружності розтягнутої тілом пружини. Якщо вивести тіло зі стану рівноваги, змістивши його вертикально вниз уздовж осі Ox на відстань x_0 , то маятник буде вільно гармонічно коливатися під дією сили пружності пружини. Ця сила

завжди напрямлена в бік, протилежний до зміщення тіла, тобто до стану рівноваги.

Кругову частоту та період вільних гармонічних коливань пружинного маятника обчислюють за формулами

$$\omega = \sqrt{k/m}, \quad (4.3.1)$$

$$T = 2\pi\sqrt{m/k}, \quad (4.3.2)$$

які впливають з рівняння (4.1.8).

Період коливань пружинного маятника не залежить від амплітуди x_0 коливань тіла, якщо вона в межах пружної деформації. Крім того, у наведених формулах під час точних обчислень потрібно до маси тіла m додати ще третину маси пружини.

Під час відхилень кульки від стану рівноваги вниз і вгору потенціальна енергія перетворюється в кінетичну і навпаки. У положеннях 1 і 2 кулька має максимальні значення потенціальної енергії (найбільший розтяг і стиск пружини при $v = 0$), а перехід до стану рівноваги відповідає максимуму швидкості (при рівновазі сили тяжіння і сили пружності).

Отже, повна механічна енергія E тіла масою m , що гармонічно коливається на пружині з жорсткістю k , є величина стала і дорівнює сумі кінетичної та потенціальної енергій цього тіла в будь-який момент часу або максимальному значенню його кінетичної чи потенціальної енергій, тобто

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{kx_0^2}{2}, \quad (4.3.3)$$

де v і v_0 – миттєве та амплітудне значення швидкості; x і x_0 – відповідно миттєве та амплітудне зміщення тіла від положення рівноваги.

Фізичний маятник. Розглянемо механічну коливну систему, яку називають *фізичним маятником*; це будь-яке тверде тіло, що може коливатися відносно горизонтальної осі, яка не проходить через центр його маси. Відхилений від положення рівноваги на кут φ , маятник під дією сили тяжіння повертається в це положення, переходить його за інерцією, відхиляється в протилежний бік,

потім знову переходить через положення рівноваги і т.д. Якщо тертя в місці підвісу мале, то маятник коливатиметься дуже довго.

Складова сили тяжіння, яка діє на маятник, якщо він виведений з положення рівноваги, прикладена до центра мас маятника (рис. 4.3.2),

$$F = -mg \sin \varphi. \quad (4.3.4)$$

Знак мінус обумовлений тим, що напрям сили і кута відхилення завжди протилежні. При малих відхиленнях $\sin \varphi \approx \varphi$. Тоді

$$F = -mg\varphi = -mgx/d, \quad (4.3.5)$$

де x – дугове зміщення центра мас маятника від положення рівноваги, d – відстань від точки підвішення маятника до його центра мас.

Коливний рух маятника є частиною обертового руху навколо горизонтальної осі і до цього руху можна застосувати основне рівняння обертового руху:

$$M = J\beta, \quad (4.3.6)$$

де β – кутове прискорення; J – момент інерції маятника відносно осі, яка проходить через точку підвішення. Тоді

$$F = J\beta/d. \quad (4.3.7)$$

Оскільки $\beta = a/d$, то, враховуючи формулу (3.1.3), отримуємо

$$F = Ja/d^2 = -J\omega^2 x/d^2, \quad (4.3.8)$$

де ω – кругова частота коливань маятника. Співставляючи формули (4.3.5) і (4.3.8), отримуємо

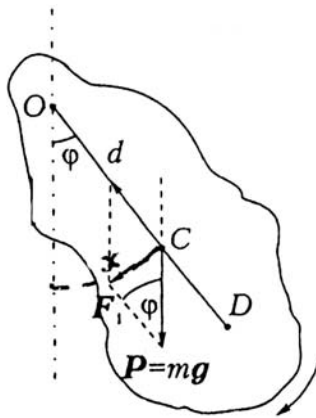


Рис. 4.3.2.

$$mgd = J\omega^2,$$

звідки знаходимо вирази кругової частоти і періоду коливань фізичного маятника:

$$\omega = \sqrt{mgd/J}, \quad (4.3.9)$$

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{J/(mgd)}. \quad (4.3.10)$$

Фізичний маятник має ту особливість, що в ньому є така точка D , розташована на продовженні відрізка OC , що коли його підвісити так, щоб вісь коливань проходила через точку D , то період коливань не зміниться. Такий фізичний маятник називають оборотним.

Математичний маятник. На практиці часто фізичний маятник можна розглядати як математичний. *Математичний маятник* – це ідеальна коливальна система, що складається з матеріальної точки, яка підвішена на нерозтяжній та невагомій нитці. Момент інерції такого маятника відносно осі коливання $J = ml^2$, де m – маса матеріальної точки, l – довжина нитки (d). Підставляючи цей вираз для моменту інерції в (4.3.10), отримаємо формулу для періоду малих коливань математичного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}. \quad (4.3.11)$$

Отже, при малих відхиленнях період коливання математичного маятника пропорційний квадратному кореневі з довжини маятника, обернено пропорційний квадратному кореневі з прискорення вільного падіння і не залежить від амплітуди коливань і маси маятника.

Кожному математичному маятникові можна поставити у відповідність такий фізичний маятник, що їхні періоди будуть однакові. Це буде за умови, що J/md фізичного маятника дорівнюватиме довжині математичного маятника. Цю величину називають *зведеною довжиною фізичного маятника*.

Звукові коливання і хвилі. Механічні коливання, що поширюються в пружному середовищі і мають не дуже велику амплітуду називають *звуковими*, або *акустичними*. Людське вухо сприймає звукові хвилі з частотою від 16 до 20 000 Гц. Звукові

хвилі з частотою, меншою від 16 Гц, називають *інфразвуками*, а з частотою, більшою від 20 000 Гц – *ультразвуками*.

Звукові хвилі поширюються в твердих тілах, рідинах і газах у вигляді коливань тиску, тобто є поздовжніми механічними хвилями. Очевидно, що у вакуумі звукові хвилі не можуть поширюватися.

Швидкість поширення звуку в різних середовищах залежить від їхніх пружних властивостей. Наприклад, при 0°C швидкість звуку в повітрі становить 331 м/с .

У звукових коливаннях розрізняють: музикальні тони, співзвучність (музикальні звуки), шуми і звукові удари.

Музикальний (чистий) тон – це синусоїдне коливання, а *співзвучання* – це результат накладання декількох синусоїдних коливань. *Шум* – це звуки, що утворюють суцільний спектр деякого інтервалу частот, а *звуковий удар* – короткочасна і сильна звукова дія, спричинена пострілом, вибухом, електричним розрядом тощо, яка супроводжується *ударною хвилею*.

Ударні хвилі виникають і тоді, коли тверде тіло рухається в газі (зокрема у повітрі) або в рідині зі швидкістю, більшою від швидкості поширення звуку в цьому середовищі.

Висота і гучність звуку – це суб'єктивні звукові відчуття, яким відповідають такі фізичні характеристики коливань, як *частота* й *амплітуда*.

Висоту тону характеризує частота коливань, чим більша частота, тим вищий тон.

Основним тоном співзвучання (складного музикального звуку) називають тон, який відповідає найменшій частоті ν_0 , що входить у набір частот цього складного звуку. Тони, які відповідають іншим частотам цього звуку, називають *обертонами*. Якщо частоти обертонів кратні частоті ν_0 основного тону, то вони є *гармонійними*, і при цьому основний тон з частотою ν_0 називають *першою гармонікою*, обертон з частотою $2\nu_0$ – *другою гармонікою* і т.д.

Тембр – це якісна характеристика відмінності музикальних звуків з однаковим основним тоном; він залежить від кількості обертонів, їхніх частот, амплітуд, зростання та зменшення амплітуд під час звучання.

Гучність звуку – залежить від амплітуди коливань звукової хвилі: чим більша амплітуда, тим гучніше звучання.

Кількісною характеристикою гучності звуку є його *інтенсивність* – скалярна фізична величина J , що дорівнює енергії, яку в середньому переносить звукова хвиля за одиницю часу через одиницю площі поверхні, перпендикулярної до напрямку поширення хвилі:

$$J = m\omega^2 x_0^2 / 2St = \rho v \omega^2 x_0^2 / 2,$$

де m – маса виділеного об'єму середовища, в якому поширюється звукова хвиля; $\omega = 2\pi\nu$ – циклічна частота; x_0 – амплітуда коливань джерела; S – площа поверхні; t – інтервал часу; ρ – густина середовища; v – швидкість поширення хвилі.

Людське вухо має найбільшу чутливість до звуків з частотою від 700 до 6 000 Гц. У цьому діапазоні частот людина здатна сприймати звуки з інтенсивністю $10^{-12} \dots 10^{-11} \text{ Вт/м}^2$.

Порогом чутності називають найменшу інтенсивність звукової хвилі, яку ще може сприйняти орган слуху. Стандартний поріг чутності становить 10^{-12} Вт/м^2 при частоті 1 кГц.

Для порівняння інтенсивності звучання різних джерел уводять величину L – *рівень інтенсивності звуку*: $L = 10 \log(J/J_0)$, де J – інтенсивність порівнюваного звуку; J_0 – стандартний поріг чутності.

З цієї формули видно, що L – безрозмірна величина, але для її числового значення умовно ввели одиницю вимірювання, яку називають *децибел (дБ)*.

Ультразвуки – це звукові хвилі з частотами від $2 \cdot 10^4$ до 10^{13} Гц. Ультразвуки з частотами $\nu \geq 10^9$ Гц називають *гіперзвуками*.

Джерелами ультразвуку є *механічні та електромеханічні випромінювачі*. До перших належать сирени (викликають ультразвуку великої інтенсивності в діапазоні 20...200 кГц, дія яких ґрунтується на періодичному перериванні потужного струменя стисненого повітря (або пари), що проходить крізь отвори двох співвісних дисків, один з яких нерухомий, а інший – обертається).

Для генерування ультразвуку з частотою до 200 кГц застосовують також *магнітострикційні випромінювачі*, дія яких ґрунтується на зміні форми та об'єму феромагнетиків, розташованих у змінному магнітному полі.

Ультразвуки з частотою до 50 МГц отримують за допомогою *п'єзоелектричних випромінювачів*, які змінюють лінійні розміри (наприклад кристали кварцу) під дією електричного поля змінної частоти.

При відносному русі джерела і приймача звукових хвиль змінюється висота (частота) тону звукової хвилі – *явище Доплера*. Це явище добре можна проілюструвати на прикладі руху поїзда повз спостерігача на пероні, коли з поїзда подають сигнал стандартної частоти; при наближенні джерела звуку висота тону сигналу зростає, а при віддаленні – знижується.

Якщо v_0 – частота стандартного сигналу джерела, що наближається зі швидкістю v_0 до нерухомого спостерігача, то сприйнята спостерігачем частота

$$v = v_0 v / (v - v_0),$$

де v – швидкість поширення звуку в повітрі. При віддаленні джерела $v = v_0 v / (v + v_0)$.

Задачі

Задача 4.3.1. Кулю радіусом $r = 7$ см підвішено на нитці довжиною $l = 13$ см. Яку помилку ми робимо, вважаючи її за математичний маятник довжиною $l_1 = l + r$?

Розв'язання. Насправді куля є фізичним маятником і період її малих коливань можна визначити за допомогою формули (4.3.10). Для цього треба визначити момент інерції кулі відносно осі, що проходить через точку закріплення нитки. Якби ця вісь проходила через центр кулі, то момент інерції дорівнював би $\frac{2}{5}mr^2$ (де m – маса кулі). Звідси за теоремою Штейнера знаходимо:

$$J = \frac{2}{5}mr^2 + m(l+r)^2.$$

Далі, очевидно $d = l + r$; тому

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mdg}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,4r^2 + (l+r)^2}{g(l+r)}}.$$

Якщо ж вважати кулю за математичний маятник довжиною $l_1 = l + r$, то формула для періоду його малих коливань T' буде:

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l+r}{g}}.$$

Відносна помилка ξ , яку ми при цьому робимо, буде:

$$\xi = \frac{T - T'}{T}.$$

Підставляючи в останню формулу раніше одержані вирази для періодів коливань, знаходимо:

$$\xi = 1 - \frac{l+r}{\sqrt{0,4r^2 + (l+r)^2}}; \quad \xi \approx 0,02.$$

Отже, відносна похибка становить всього близько 2%.

Задача 4.3.2. Знайти частоту основного тону: 1) відкритої труби; 2) закритої труби.

Розв'язування. 1) У відкритій трубі утворюється стояча хвиля з пучностями на обидвох кінцях. Очевидно, в цьому випадку на довжині труби l може вміститись n півхвиль, де $n = 1, 2, 3, \dots$,

тобто $l = n \frac{\lambda}{2}$. Тоді частота звукової хвилі $\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{nc}{2l}$. При $n = 1$

отримаємо частоту основного тону $\nu = \frac{c}{2l}$.

2) У закритій трубці стояча хвиля має вузол на одному кінці і пучність на другому. Очевидно, в цьому випадку $l = n \frac{\lambda}{4}$ і

$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{nc}{4l}$. При $n = 1$ отримаємо частоту основного тону $\nu = \frac{c}{4l}$.

Задача 4.3.3. Як зміниться частота і довжина хвилі звуку при переході з повітря у воду?

Розв'язання. При падінні із повітря на поверхню води звукова хвиля частотою ν викличе коливання поверхні води такої ж частоти. В свою чергу, коливання точок поверхні викличуть в товщині води поширення хвиль тієї ж частоти. Отже, при переході через границю поділу середовищ хвиля не змінює своєї частоти. Однак швидкості звуку в повітрі ν_1 і воді ν_2 різні. Оскільки

довжина хвилі в повітрі $\lambda_1 = \frac{\nu_1}{\nu}$, а в воді $\lambda_2 = \frac{\nu_2}{\nu}$, отримуємо що

$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\nu_2}{\nu_1} = 4,4$. Таким чином, довжина хвилі при переході із одного

середовища в інше змінюється пропорційно до швидкості хвилі в цьому середовищі.

Тема 4.4. Електричні коливання

Опрацювати такі питання лекційного матеріалу:

- синусоїдальний змінний струм;
- узагальнений закон Ома;
- коливальний контур.

Синусоїдальний змінний струм. Змінним електричним струмом називають струм, сила і напрям якого змінюються з часом за гармонічним законом. Його виробляють *генератори змінного струму* на електростанціях шляхом перетворення механічної

енергії води (ГЕС) або вітру (ВЕС), внутрішньої енергії палива (ТЕС, ТЕЦ), ядерної енергії (АЕС) тощо в електричну.

Найпростіший генератор змінного струму – це провідна рамка, що обертається (*ротор*) навколо осі зі сталою кутовою швидкістю в однорідному магнітному полі між полюсами нерухомого магніту або електромагніту (*статор*). Вісь обертання рамки перпендикулярна до ліній магнітної індукції.

Кінці провідників рамки з'єднані з провідними кільцями, закріпленими на осі обертання, до яких щільно прилягають ковзні контакти (щітки), що з'єднують рамку (генератор) зі споживачем електроенергії.

Унаслідок обертання контур рамки пронизується змінним магнітним полем, яке індукуює в ньому електрорушійну силу (е.р.с.), а в замкненому колі – змінний струм, вимушені коливання якого відбуваються з частотою ω , що співпадає з частотою примусової е.р.с.:

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (4.4.1)$$

де I_0 – амплітудна значення сили струму, φ – зсув фази між коливаннями струму і е.р.с.

Змінний струм є *коливальним процесом* (гармонічним коливанням). Тому назви характеристик коливального процесу зберігаються й за характеристиками змінного струму. А саме: максимальне значення е.р.с. \mathcal{E}_0 називають *амплітудою електрорушійної сили*, I_0 – *амплітудою струму*, ω – *кутовою частотою струму*, ωt – *фазою струму*. *Періодом змінного струму* називають проміжок часу протягом якого напруга і сила струму здійснюють одне повне коливання :

$$T = 2\pi/\omega. \quad (4.4.2)$$

Частотою змінного струму називають число періодів змінного струму за одиницю часу. Частота – величина, обернена до періоду коливання:

$$\nu = 1/T. \quad (4.4.3)$$

В Україні в електротехнічній промисловості зазвичай застосовують струм частотою 50 періодів за секунду, тобто 50 коливань за секунду.

Систему трьох однофазних змінних струмів, однакової амплітуди і частоти, але зсунутих за фазою на $1/3$ періоду, називають *трифазним* струмом. Зсув фаз трьох струмів досягається тим, що замість однієї рамки, що обертається, беруть три рамки (або три обмотки), площини яких розміщені під кутом 120° одна відносно другої.

В ч. 3 показано, що робота A , що здійснюється за час t постійним струмом I на резисторі з опором R , дорівнює

$$A = I^2 R t, \quad (4.4.4)$$

а потужність N постійного струму визначається співвідношенням

$$N = I^2 R. \quad (4.4.5)$$

Для дуже малого проміжку часу dt силу змінного струму можна вважати постійною. Тому для елементарної роботи, що здійснюється змінним струмом за час dt , можна скористатись формулою (4.4.4) і записати

$$dA = I^2 R dt$$

або, враховуючи вираз (4.4.1) при умові, що $\varphi = 0$,

$$dA = I_0^2 R \sin^2 \omega t \cdot dt = I_0^2 R \sin^2 \frac{2\pi t}{T} dt.$$

Проінтегрувавши останній вираз за часом в межах від 0 до T отримаємо роботу, яку здійснює змінний струм на протязі одного періоду:

$$A = \int_0^T dA = I_0^2 R \int_0^T \sin^2 \frac{2\pi t}{T} dt = \frac{I_0^2}{2} RT. \quad (4.4.6)$$

Середня потужність змінного струму

$$N = I_0^2 R / 2. \quad (4.4.7)$$

Введемо позначення

$$I_0^2 / 2 = I_{ef}^2$$

і назвемо

$$I_{ef} = I_0 / \sqrt{2} \quad (4.4.8)$$

ефективною силою змінного струму або *ефективним (діючим) струмом*. Тоді

$$N = I_{ef}^2 R. \quad (4.4.9)$$

Аналогічно до ефективного струму, вводять поняття *ефективної (діючої) напруги*:

$$U_{ef} = U_0 / \sqrt{2}, \quad (4.4.10)$$

де U_{ef} – максимальне (амплітудне) значення змінної напруги.

Використовуючи поняття ефективного струму і напруги, можна написати такі вирази для роботи та потужності змінного струму:

$$A = I_{ef}^2 R t = I_{ef} U_{ef} t = U_{ef}^2 t / R, \quad (4.4.11)$$

$$N = I_{ef}^2 R = I_{ef} U_{ef} = U_{ef}^2 / R. \quad (4.4.12)$$

Останні дві формули виражають роботу і потужність змінного струму на *омічному (активному) опорі*. Активним називають опір резистора в колі змінного струму, в якому електрична енергія, що надходить від генератора, перетворюється в джоульське тепло або механічну роботу. Коливання сили струму в резисторі збігаються за фазою з коливаннями напруги.

В колі постійного струму конденсатор є нескінченно великим опором : струм не проходить через діелектрик, що розділяє обкладки конденсатора. Коло змінного струму конденсатор не розриває: поперемінно заряджаючись і розряджаючись, він забезпечує рух електричних зарядів, тобто підтримує змінний струм в колі. Згідно з електромагнітною теорією Максвелла (див. ч. 3) можна стверджувати, що змінний струм провідності замикається всередині конденсатора струмом зміщення. Отже, для змінного струму конденсатор є опором, який називають *реактивним ємнісним опором* або просто *ємнісним опором*.

Прикладемо до конденсатора змінну синусоїдальну напругу (е.р.с)

$$U_C = \varepsilon_0 = \varepsilon_0 \sin \omega t. \quad (4.4.13)$$

В будь-який момент часу заряд конденсатора:

$$q = CU_C = C \varepsilon_0 \sin \omega t.$$

Якщо за малий проміжок часу dt заряд конденсатора міняється на dq , то в колі протікає струм силою

$$I = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_C}{dt} = C \varepsilon_0 \omega \cos \omega t = \varepsilon_0 C \omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Остаточнo отримуємо

$$I = I_0 \sin(\omega t + \pi/2), \quad (4.4.14)$$

де амплітуда струму:

$$I_0 = \varepsilon_0 C \omega. \quad (4.4.15)$$

Перепишемо останній вираз у вигляді

$$I_0 = \varepsilon_0 : \frac{1}{\omega C}$$

Остання формула виражає закон Ома; величина $1/(\omega C)$, що відіграє роль опору, є опором конденсатора змінному струмові, тобто ємнісним опором X_C .

Із співставлення формул (4.4.13) і (4.4.14) бачимо, що зміни сили струму і напруги відбуваються в різних фазах: фаза струму на $\pi/2$ більша від фази напруги. Це означає, що максимум струму настає на чверть періоду раніше, ніж максимум напруги. Таким чином, на ємнісному опорі сила струму випереджає напругу на чверть періоду (за часом), або на 90° (за фазою).

Сила змінного струму в провіднику залежить від форми цього провідника. Сила струму найбільша в прямому провіднику. Якщо провідник скрутити в котушку з великим числом витків, то сила струму в ньому суттєво зменшиться. Відбувається це внаслідок того, що змінному струмові провідник чинить окрім омичного опору ще й додатковий опір, який залежить від індуктивності провідника, який називають реактивним *індуктивним опором* або просто *індуктивним опором*.

Якщо через котушку самоіндукції з індуктивністю L протікає змінний синусоїдальний струм

$$I = I_0 \sin \omega t, \quad (4.4.16)$$

то внаслідок цього в котушці виникає електрорушійна сила самоіндукції

$$\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt}, \quad (4.4.17)$$

яка врівноважує прикладену напругу.

З урахуванням двох останніх формул записуємо:

$$\varepsilon = L \frac{dI}{dt} = LI_0 \omega \cos \omega t = I_0 L \omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Остаточнo отримуємо

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega t + \pi/2), \quad (4.4.18)$$

де амплітуда прикладеної напруги

$$\varepsilon_0 = I_0 L \omega. \quad (4.4.19)$$

Перепишемо останній вираз у вигляді

$$I_0 = \varepsilon_0 / (\omega L).$$

Остання формула виражає закон Ома; величина ωL , яка відіграє роль опору, є *індуктивним опором* котушки самоіндукції X_L .

Із співставлення формул (4.4.16) і (4.4.18) бачимо, що зміна сили струму і напруги відбуваються в різних фазах: фаза струму на $\pi/2$ менша від фази напруги. Це означає, що максимум сили струму настає на чверть періоду пізніше, ніж максимум напруги. Таким чином, на індуктивному опорі сила струму відстає від напруги на чверть періоду (за часом), або на 90° (за фазою).

Узагальнений закон Ома. Практично важливим випадком електричного кола є послідовне підключення омичного, ємнісного та індуктивного опорів. В цьому випадку амплітуда струму визначається амплітудою напруги U_0 та параметрами кола (активним, ємнісним та індуктивним опорами) і частотою (*узагальнений закон Ома*):

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}. \quad (4.4.20)$$

Струм відстає від напруги за фазою на кут φ , який залежить від параметрів кола та частоти:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}. \quad (4.4.21)$$

У випадку, коли $\varphi < 0$, струм випереджає напругу.

Фазові співвідношення представляють за допомогою векторної діаграми. Гармонічні коливання (або гармонічну функцію) можна задати за допомогою вектора, довжина якого дорівнює амплітуді коливання, а напрям вектора утворює з деякою віссю кут, рівний початковій фазі коливання. За пряму, від якої відраховується початкова фаза, вибирають вісь струмів. Тоді отримують діаграму, що зображена на рис. 4.4.1.

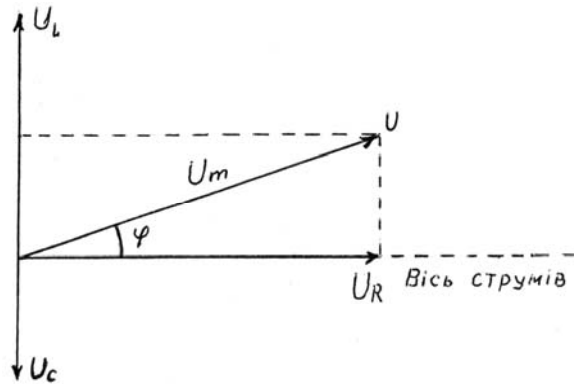


Рис. 4.4.1.

Вираз, який стоїть в знаменнику формули (4.4.20)

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} \quad (4.4.22)$$

називають *повним електричним опором* або *імпедансом*.

Величина

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = X_L - X_C \quad (4.4.23)$$

називається *реактивним опором* або *реактансом*.

Якщо ємнісний та індуктивний опори однакові за величиною, то коливання е.р.с. і сили струму відбуваються в однаковій фазі (зсув фаз $\varphi = 0$). В цьому випадку, тобто при

$$\omega L = 1/\omega C, \quad (4.4.24)$$

в колі настає *електричний резонанс* (*резонанс напруг*). Відповідно до формул (4.4.20) і (4.4.22) повний опір кола в даному випадку буде найменшим і рівним лише активному опору, а сила струму найбільшою.

Відповідно до умови (4.4.24), електричний резонанс настає при коловій частоті

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (4.4.25)$$

або при частоті

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad (4.4.26)$$

яку називають *резонансною частотою* електричного кола.

Середня потужність, яка виділяється змінним струмом на активному опорі розраховується за формулою (4.4.12). Якщо в колі є реактивний опір, то зсув фаз, який виникає між силою струму та напругою, приводить до деякого зменшення потужності, яка виділяється в колі. В цьому випадку середня потужність дорівнює

$$N = I_{ef} U_{ef} \cos \varphi. \quad (4.4.27)$$

Множник $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$ називають *коефіцієнтом потужності* електричного кола.

Коливальний контур – це основна частина будь-якого генератора електромагнітних коливань. Він складається з послідовно з'єднаних конденсатора ємністю C і котушки

самоіндукції індуктивністю L (рис. 4.4.2, а) при дуже малому активному опорі.

Для збудження в контурі електричних коливань необхідно попередньо зарядити конденсатор. Тоді в початковий момент часу контур володітиме енергією, зосередженою в електричному полі конденсатора, напруженість якого буде максимальною. В наступний момент часу конденсатор почне розряджатись: в контурі виникне зростаючий з часом струм; в котушці самоіндукції виникає зростаюче магнітне поле, яке досягає свого максимального значення при повній розрядці конденсатора; максимальною стає також сила струму в контурі. Тепер вся енергія контуру зосереджена в магнітному полі котушки. В наступний момент часу магнітне поле котушки почне слабнути, внаслідок чого в ній індукується струм, який, згідно з правилом Ленца, протікає в тому ж напрямі, в якому протікав струм розрядки конденсатора – конденсатор перезаряджається.

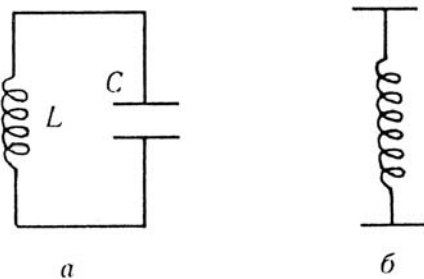


Рис. 4.4.2.

В момент часу, коли конденсатор повністю перезарядиться, напруженість електричного поля в ньому знов досягне максимального значення, але буде мати протилежний напрям; струм в котушці припиниться; напруженість магнітного поля котушки стане рівною нулю. Таким чином енергія контура знову зосередиться в електричному полі конденсатора. Після цього почнеться розрядка конденсатора в оберненому напрямі. В контурі виникне струм, а в котушці магнітне поле, напрями яких будуть протилежними до попередніх.

В подальшому конденсатор повністю розрядиться. Електричне поле конденсатора ліквідується, а магнітне поле котушки зростає до максимального значення. При цьому енергія контуру зосередиться в магнітному полі котушки. В наступний момент часу магнітне поле котушки почне слабнути і індукційний струм, що протидіє цьому послабленню, перезарядить конденсатор, система (контур) повертається у вихідний стан і розпочинається повторення розглянутого процесу.

Отже в контурі виникають електричні коливання з періодом T ; на протязі першої половини періоду струм протікає в одному напрямі, на протязі другої половини періоду – в протилежному напрямі.

Відповідно до умов електричного резонансу частота електричних коливань, що виникають в контурі, дорівнює резонансній частоті контуру:

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad (4.4.28)$$

де L – індуктивність, C – ємність контуру. З останньої формули випливає, що період електричних коливань в контурі дорівнює

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (4.4.29)$$

Це співвідношення називають *формулою Томсона*.

У реальному коливальному контурі активний опір не дорівнює нулю, частина наданої йому енергії витрачається на нагрівання провідників. Тому вільні коливання є згасальними. Якщо запас енергії коливального контуру періодично поповнювати, то електромагнітні коливання, що в ньому існують, є вимушеними.

Закритий коливальний контур не випромінює електромагнітних коливань у довкілля. Для випромінювання електромагнітних коливань у простір використовують відкритий коливальний контур (рис. 4.4.2, б).

Для реалізації неперервних коливань і неперервного генерування електромагнітних хвиль використовують пристрої, які періодично підзаряджають конденсатор. В XIX ст. для збудження незатухаючих коливань Герц використав *індукційну котушку*, в

XX ст. почали для цього використовувати *електронну лампу*, а згодом і *транзистор*.

Задачі

Задача 4.4.1. В коло змінного струму напругою $U_{ef} = 110 \text{ В}$ і частотою $\nu = 100 \text{ Гц}$ послідовно підключені конденсатор ємністю $C = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Ф}$ і котушка самоіндукції з індуктивністю $L = 0,2 \text{ Гн}$ і омичним опором $R = 4 \text{ Ом}$. Визначити: 1) ефективну силу струму в колі; 2) частоту струму, при якій в даному контурі наступить резонанс напруг (резонансну частоту); 3) силу струму в колі і напругу на клеммах котушки та на пластинках конденсатора при резонансі напруг.

Розв'язання. 1) ефективну силу струму визначаємо відповідно до узагальненого закону Ома (4.4.20):

$$I_{ef} = \frac{U_{ef}}{\sqrt{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}},$$

де $\omega = 2\pi\nu = 2 \cdot 3,14 \cdot 100 \text{ Гц} = 628 \text{ с}^{-1}$ – циклічна частота змінного струму. Отже

$$I_{ef} = \frac{110 \text{ В}}{\sqrt{16 \text{ Ом}^2 + \left(628 \text{ с}^{-1} \cdot 0,2 \text{ Гн} - \frac{1}{628 \text{ с}^{-1} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \text{ Ф}}\right)^2}} = 1,17 \text{ А}.$$

2) Резонансну частоту визначаємо за формулою (4.4.28):

$$\nu_{рез} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \sqrt{0,2 \text{ Гн} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \text{ Ф}}} = 50 \text{ с}^{-1} = 50 \text{ Гц}.$$

3) При резонансі напруг

$$I_{рез} = \frac{U_{ef}}{R} = \frac{110 \text{ В}}{4 \text{ Ом}} = 27,5 \text{ А}.$$

$$(U_L)_{рез} = I_{рез} \omega_{рез} L = I_{рез} \cdot 2\pi\nu_{рез} L = 27,5 \text{ А} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \text{ Гц} \cdot 0,2 \text{ Гн}$$

$$(U_L)_{рез} = 1727 \text{ В}.$$

Задача 4.4.2. Коливальний контур складається із повітряного конденсатора з площею пластин $S = 100 \text{ см}^2$ кожна і котушки з індуктивністю $L = 10^{-5} \text{ Гн}$. Період електричних коливань у контурі $T = 10^{-7} \text{ с}$. Визначити відстань між пластинами конденсатора.

Розв'язання. Із формули Томсона (4.4.29) отримуємо

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L}.$$

З другого боку (див. ч. 3), ємність плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d},$$

де $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ – електрична стала, $\epsilon = 1$ – відносна діелектрична проникність повітря.

Прирівнюючи між собою праві частини двох рівнянь, що виражають C , отримуємо

$$d = \frac{4\pi^2 \epsilon_0 \epsilon L S c^2}{10^{-14}} T^2 = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \cdot 10^{-5} \text{ Гн} \cdot 10^{-2} \text{ м}^2}{10^{-14} \text{ с}^2} = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 3,5 \text{ мм}.$$

Задача 4.4.3. У коло змінного струму частотою $\nu = 50 \text{ Гц}$ включені послідовно лампочка, конденсатор ємністю $C = 20 \text{ мкФ}$ і котушка. Індуктивність котушки без осердя дорівнює $L_1 = 50 \text{ мГн}$, а при повністю введеному осердю $L_2 = 1,5 \text{ Гн}$. Як змінюється розжарення лампи при введенні осердя в котушку?

Розв'язання. Максимально можлива сила струму буде при резонансі, коли $\omega = 2\pi\nu = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, тобто

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \nu^2 C} = 0,51 \text{ Гн.}$$

Розжарення лампи зростає з наближенням до резонансу і спадає з віддаленням від нього.

Тема. 4.5 Електромагнітні хвилі

Опрацювати такі питання лекційного матеріалу:

- природа електромагнітних хвиль;
- світлова хвиля;
- геометрична оптика;
- основи фотометрії;
- інтерференція світла;
- дифракція світла;
- поляризація світла.

Природа електромагнітних хвиль. Джерелами електромагнітних хвиль є змінні в часі електричні струми, а також електрично заряджені частинки, які рухаються з прискоренням.

В ч. 3 встановлено, що змінне електричне поле породжує змінне магнітне поле. Це змінне магнітне поле породжує змінне електричне поле і т.д. Ці твердження становлять зміст постулатів Максвелла. Отже, якщо за допомогою коливання зарядів збудити змінне електромагнітне поле, то в просторі, що оточує ці заряди, виникне послідовність взаємних перетворень електричного і магнітного полів, які поширюються від точки до точки. Цей процес буде періодичним в часі та просторі, тобто є хвилею. Електромагнітну хвилю характеризують векторами напруженості електричного та магнітного полів.

За довжиною електромагнітні хвилі поділяються на *радіохвилі* ($\lambda \approx 30\text{км} - 1\text{мм}$), *інфрачервоні хвилі* ($\lambda \approx 1\text{мм} - 0,7\text{мкм}$), *світлові хвилі* ($\lambda \approx 0,7 - 0,4\text{мкм}$), *ультрафіолетові хвилі* ($\lambda \approx 0,4\text{мкм} - 5\text{нм}$), *рентгенівські промені* ($\lambda \approx 5\text{нм} - 4\text{пм}$) та *гамма-промені* ($\lambda \approx 4\text{пм} - 0,1\text{пм}$). Радіохвилі за довжиною поділяються на *довгі хвилі* ($\lambda \approx 30 - 3\text{км}$), *середні хвилі*

($\lambda = 3000 - 200\text{м}$), *короткі хвилі* ($\lambda \approx 200 - 20\text{м}$) та *ультракороткі хвилі* ($\lambda \approx 10\text{м} - 1\text{мм}$).

Швидкість електромагнітних хвиль в середовищі визначають із формули Максвелла

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}, \quad (4.5.1)$$

де ϵ і μ – відносні діелектрична та магнітна проникності середовища, $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ – швидкість електромагнітних хвиль у вакуумі.

Відносні магнітні проникності всіх не феромагнітних середовищ, тобто діа- і парамагнетиків, близькі до одиниці; тому в таких середовищах

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}}.$$

Відносна діелектрична проникність будь-якої речовини, що знаходиться у змінному електричному полі, залежить від частоти коливань цього поля. В усіх речовинах спостерігається явище *дисперсії електромагнітних хвиль* – залежність швидкості поширення цих хвиль від частоти коливань змінного електромагнітного поля. Дисперсія відсутня лише у вакуумі, для якого $\epsilon = 1$ і не залежить від частоти.

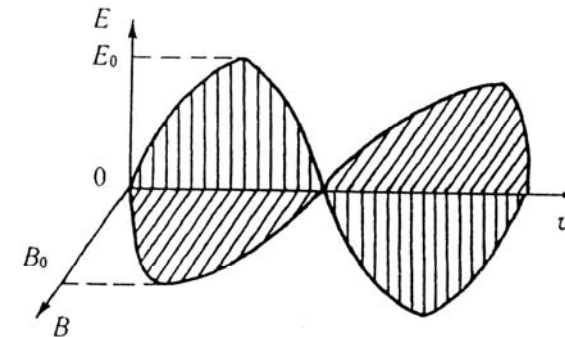


Рис. 4.5.1.

Електромагнітні хвилі *поперечні*. В електромагнітній хвилі коливання векторів напруженості змінного магнітного електричного поля та індукції змінного магнітного поля взаємно перпендикулярні і лежать у площині, перпендикулярній до вектора швидкості поширення хвилі (рис. 4.5.1).

Електромагнітну хвилю називають *монохроматичною*, якщо її вектори напруженості електричного і індукції магнітного полів здійснюють гармонічні коливання з постійною частотою. Рівняння плоскої монохроматичної хвилі, що поширюється вздовж осі OX (коливання векторів \vec{E} і \vec{B} відбуваються відповідно вздовж осей OZ і OY):

$$E_x = 0, \quad E_y = 0, \quad E_z = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

$$B_x = 0, \quad B_z = 0, \quad B_y = B_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

де E_0 і B_0 – амплітуди напруженості електричного і індукції магнітних полів в електромагнітній хвилі, ω – циклічна частота хвилі, $k = \omega/v$ – хвильове число, φ – початкова фаза коливань векторів напруженості і індукції в точках координатної площини.

Модулі векторів напруженості електричного та індукції магнітного полів взаємопов'язані співвідношенням

$$\varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \frac{B^2}{\mu_0 \mu} = \mu_0 \mu H^2, \quad (4.5.2)$$

де H – напруженість магнітного поля.

Густина енергії електромагнітного поля у вакуумі складається із густини енергії електричного поля і густини енергії магнітного поля:

$$w = w_E + w_H = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu_0 H^2}{2}. \quad (4.5.3)$$

У вакуумі і непровідному середовищі вектори \vec{E} і \vec{H} змінюються в однаковій фазі. Тому співвідношення (4.5.2) між амплітудними значеннями E і H справедливе і для їхніх миттєвих значень. У випадку вакууму співвідношення (4.5.2) можна записати

$$E\sqrt{\varepsilon_0} = H\sqrt{\mu_0}. \quad (4.5.4)$$

Отже густини енергій електричного і магнітного полів хвилі рівні в кожний момент часу: $w_E = w_H$.

З урахуванням (4.5.4) вираз (4.5.3) можна перетворити

$$w = \frac{1}{2}(E\sqrt{\varepsilon_0})(E\sqrt{\varepsilon_0}) + \frac{1}{2}(H\sqrt{\mu_0})(H\sqrt{\mu_0}) = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} EH = \frac{1}{c} EH.$$

Помноживши знайдений вираз для w на швидкість хвилі c , отримаємо модуль густини потоку енергії:

$$S = wc = EH. \quad (4.5.5)$$

Вектори \vec{E} і \vec{H} взаємно перпендикулярні і утворюють з напрямом поширення хвилі правоюгвинтову систему. Тому напрям вектора $[\vec{E}\vec{H}]$ співпадає з напрямом переносу енергії, а модуль цього вектора дорівнює EH . Отже, вектор густини потоку електромагнітної енергії можна виразити як векторний добуток \vec{E} і \vec{H} :

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]. \quad (4.5.6)$$

Вектор \vec{S} називають *вектором Пойнтинга*.

Якщо плоска електромагнітна хвиля падає по нормалі на плоску поверхню тіла з незначною провідністю та з ε і μ рівними одиниці то електричне поле хвилі хвилі збудить в ньому струм густиною $\vec{j} = \sigma \vec{E}$. Магнітне поле

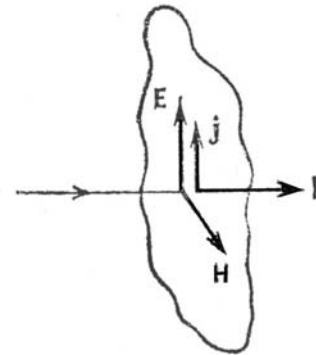


Рис. 4.5.2.

хвилі діятиме на струм із силою, величина якої в розрахунку на одиницю об'єму тіла дорівнює:

$$F_{од.об.} = [\vec{j}\vec{B}] = \mu_0 [\vec{j}\vec{H}].$$

Напрямок цієї сили, як видно з рис. 4.5.2, співпадає з напрямком поширення хвилі.

Поверхневий шар з площею, що дорівнює одиниці, і має товщину dl , отримує за одиницю часу імпульс

$$dK = F_{од.об.} dl = \mu_0 j H dl. \quad (4.5.7)$$

За одиницю часу шар також поглинає енергію

$$dW = j E dl, \quad (4.5.8)$$

яка виділяється у вигляді тепла.

Імпульс та енергія передаються шарові хвилею. Розглянемо їх відношення:

$$\frac{K}{W} = \mu_0 \frac{H}{E} = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{1}{c}$$

(символ d у даному випадку можна опустити).

Отже електромагнітна хвиля, яка несе енергію W , володіє імпульсом

$$K = \frac{1}{c} W. \quad (4.5.9)$$

Із останньої формули випливає, що *густина імпульсу* (тобто імпульс одиниці об'єму) електромагнітного поля дорівнює

$$K_{од.об.} = \frac{1}{c} w. \quad (4.5.10)$$

Використавши (4.5.5) і врахувавши, що напрями векторів \vec{K} і \vec{S} співпадають, отримуємо:

$$\vec{K}_{од.об.} = \frac{1}{c^2} \vec{S} = \frac{1}{c^2} [\vec{E}\vec{H}]. \quad (4.5.11)$$

Нехай електромагнітна хвиля, що нормально падає на тіло, повністю ним поглинається. Тоді одиниці поверхні тіла, за одиницю часу передається імпульс хвилі, що міститься в циліндрі з

площею основи, рівною одиниці, і висотою c . Згідно з (4.5.10) цей імпульс дорівнює w . Разом з цим імпульс, який передається одиниці площі за одиницю часу дорівнює тиску на поверхню. Отже, у випадку поверхні, яка повністю поглинає електромагнітну хвилю, $p = w$. Ця величина пульсує з великою частотою. Тому практично можна виміряти її середнє в часі значення. Отже,

$$p = \langle w \rangle. \quad (4.5.12)$$

У випадку поверхні, що повністю відбиває електромагнітну хвилю, тиск на поверхню буде у два рази більший. У загальному випадку

$$p = w(1 + \rho), \quad (4.5.13)$$

де ρ – коефіцієнт відбивання електромагнітної хвилі від поверхні, на яку вона падає.

Світлова хвиля. Світло має складну будову: в одних випадках воно поводить себе як електромагнітна хвиля, в інших – як потік особливих частинок (фотонів). В даній частині розглянемо *хвильову оптику*, яка базується на хвильовій природі світла. Сукупність явищ, яку обумовлені корпускулярною природою світла, розглянемо в частині п'ятій.

В електромагнітній хвилі відбуваються коливання векторів \vec{E} і \vec{H} . Оскільки фізіологічна, фотохімічна, фотоелектрична та інші дії світла викликані коливаннями електричного вектора і практично не зумовлені дією магнітного вектора то говорять про *світловий вектор*, розуміючи під ним вектор напруженості електричного поля. Зміна в часі і просторі проекції світлового вектора на напрям, вздовж якого він здійснює коливання, описується рівнянням

$$E = A \cos(\omega t - kr + \varphi), \quad (4.5.14)$$

де A – амплітуда світлового вектора, k – хвильове число, r – відстань, яку відраховують вздовж напрямку поширення світлової хвилі.

Відношення швидкості поширення світлової хвилі у вакуумі до фазової швидкості в деякому середовищі називають *абсолютним показником заломлення* цього середовища:

$$n = \frac{c}{v}. \quad (4.5.15)$$

Врахувавши формулу (4.5.1) отримуємо, що $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$. Оскільки для переважної більшості прозорих речовин μ практично не відрізняється від одиниці то вважають, що

$$n = \sqrt{\varepsilon}. \quad (4.5.16)$$

Чим більший абсолютний показник заломлення середовища, тим більш воно *оптично густе*.

Довжини хвиль видимого світла знаходяться у межах

$$\lambda_0 = (0,40 \div 0,76) \text{ мкм} \quad (4000 \div 7600 \text{ \AA}). \quad (4.5.17)$$

Ці значення відповідають світловим хвилям у вакуумі. В речовині довжини світлових хвиль будуть іншими. У випадку коливання частоти ν довжина хвилі у вакуумі дорівнює $\lambda_0 = c/\nu$. В середовищі, в якому фазова швидкість світлової хвилі $v = c/n$, довжина хвилі $\lambda = v/\nu = c/\nu n = \lambda_0/n$. Отже, довжина світлової хвилі в середовищі з показником заломлення n дорівнює

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}. \quad (4.5.18)$$

Частоти видимих світлових хвиль знаходяться у межах

$$\nu = (0,39 \div 0,75) \cdot 10^{15} \text{ Гц}. \quad (4.5.19)$$

Частота зміни вектора густини потоку енергії, яка переноситься хвилею, у два рази більша. Модуль середнього в часі значення густини потоку енергії світлової хвилі називають *інтенсивністю світла* J в даній точці простору і розраховують за формулою

$$J = nA^2. \quad (4.5.20)$$

Якщо світло поширюється в однорідному середовищі то вважають, що

$$J \approx A^2. \quad (4.5.21)$$

Лінію, вздовж якої поширюється світлова енергія, називають *світловим променем*, або *променем*.

Геометрична оптика. Довжина світлових хвиль, що сприймаються оком дуже мала (порядку 10^{-7} м). Тому поширення видимого світла можна розглядати, абстрагуючись від його хвильової природи, як сукупність світлових променів – ліній, вздовж яких поширюється енергія світлових електромагнітних хвиль. Розділ оптики, в якому нехтують скінченністю довжин хвиль, називають *геометричною (променевою) оптикою* оскільки її закони формулюють на мові геометрії.

В основу геометричної оптики покладено *принцип Ферма*, згідно з яким світло поширюється по такому шляху, для проходження якого воно тратить мінімальний час.

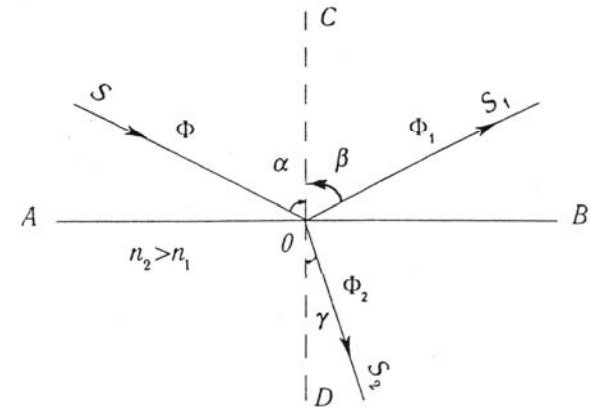


Рис. 4.5.3.

В однорідному середовищі світло поширюється прямолінійно. Якщо світловий потік Φ падає на межу двох середовищ (промінь SO на рис. 4.5.3), то одна його частина Φ_1 (промінь OS_1) відіб'ється від межі AB , а друга Φ_2 (промінь OS_2)

– проникає в друге середовище. При цьому промені OS_1 і OS_2 відхиляються від напрямку SO , але $\Phi_1 + \Phi_2 = \Phi$.

Зображені на рис. 4.5.3 лінії і кути називають так: AB – межі двох середовищ; SO – промінь, що падає; OS_1 – відбитий промінь; CD – перпендикуляр до AB у точці падіння променя (точка O); $\angle SOC = \alpha$ – кут падіння; $\angle S_1OC = \beta$ – кут відбивання; $\angle S_2OD = \gamma$ – кут заломлення.

Промінь, який падає, відбитий промінь і перпендикуляр до межі двох середовищ, поставлений у точці падіння променя, лежать в одній площині; кут відбивання дорівнює куту падіння (закон відбивання світла).

Промінь, що падає і відбитий промінь мають властивість *оборотності*, тобто можуть поширюватися в зворотному напрямі.

Промінь, який падає, заломлений промінь і перпендикуляр до межі двох середовищ, поставлений у точці падіння променя, лежать в одній площині; справедливе відношення

$$\sin \alpha / \sin \gamma = \text{const} = n_{21}, \quad (4.5.22)$$

де n_{21} – *відносний показник заломлення* (показник заломлення другого середовища відносно першого) – *закон заломлення світла*. Промінь, що падає і заломлений промінь також мають властивість *оборотності*.

Відносний показник заломлення

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (4.5.23)$$

При поширенні променів з оптично густішого в оптично рідше середовище ($n_2 > n_1$) спостерігається *повне відбивання світла* (*повне внутрішнє відбивання світла*).

Використавши властивість *оборотності* (див. рис. 4.5.3) спрямуємо промінь S_2O на межу AB , де відбувається заломлення і заломлений промінь виходить у напрямі OS . Оскільки $n_2 > n_1$ то $\alpha > \gamma$.

Для двох середовищ з $n_2 > n_1$ можна знайти таке значення граничного кута падіння γ_0 , при якому кут заломлення $\alpha_0 = \pi/2$ і заломлений промінь OS буде ковзати вздовж межі. Якщо $\gamma > \gamma_0$, то заломлення світла не буде, промінь S_2O повністю відіб'ється (явище *повного відбивання світла*).

Граничний кут *повного відбивання* γ_0 обчислюють за допомогою закону заломлення світла:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{\sin \alpha_0}{\sin \gamma_0} = \frac{\sin 90^\circ}{\sin \gamma_0} = \frac{1}{\sin \gamma_0} = n_{21},$$

звідки

$$\sin \gamma_0 = \frac{1}{n_{21}} = n_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1}. \quad (4.5.24)$$

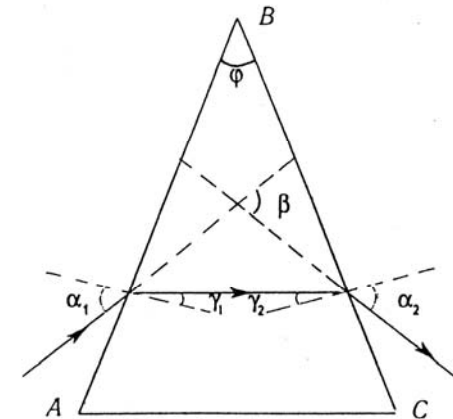


Рис. 4.5.4.

У багатьох оптичних приладах для заломлення світла використовують призми. На рис.4.5.4 зображено переріз трикутної призми площиною, перпендикулярною до її ребер. Заломлення

монохроматичного променя відбувається на AB і BC гранях призми з відхиленням до основи AC при $n_{21} > 1$ (n_{21} – показник заломлення матеріалу призми відносно довкілля).

Кут φ між заломними гранями AB і BC називають *заломним кутом призми*, а кут β – *кутом відхилення променя призмою від початкового напрямку*. Кут відхилення променя залежить від заломного кута та показника заломлення матеріалу призми. Зв'язок між цими кутами такий:

$$\beta = \alpha_1 + \alpha_2 - \varphi, \quad (4.5.25)$$

де α_1 – кут падіння променя на грань AB , α_2 – кут заломлення променя гранню BC .

При малих значеннях α і γ зв'язок між β , φ і n_{21} можна виразити такою наближеною формулою:

$$\beta = \varphi(n_{21} - 1). \quad (4.5.26)$$

Значення показника заломлення середовища визначається в основному властивостями цього середовища; однак в деякій мірі залежить і від довжини хвилі (чи частоти) світла, оскільки світлові хвилі різної довжини поширюються в певному середовищі з різною швидкістю. Тому одне й теж середовище по різному заломлює різні монохроматичні промені. Залежність показника заломлення світла речовиною від частоти (рис. 4.5.5) чи довжини хвилі називають *дисперсією*.

Зазвичай прозорі речовини мають нормальну дисперсію світла: зі збільшенням частоти зростає показник заломлення світла речовиною (фіолетові промені заломлюються більше, ніж червоні ($n_\phi > n_\psi$), оскільки $\nu_\phi > \nu_\psi$). Це означає, що швидкість світла для різних частот і довжин хвиль є різною в одній і тій же речовині.

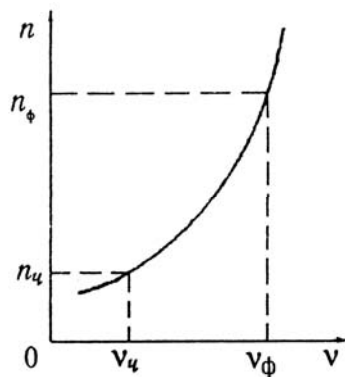


Рис. 4.5.5.

Речовина, які сильно поглинають світло, властива аномальна дисперсія поблизу смуг поглинання: зі збільшенням частоти показник заломлення зменшується.

Унаслідок дисперсії біле світло від джерела S (рис. 4.5.6) розкладається скляною призмою на сім кольорів (червоний, оранжевий, жовтий, зелений, блакитний, синій, фіолетовий), які видно на білому екрані E . Спостережувану на екрані кольорову картину розкладу білого світла призмою на кольори називають *дисперсійним*, або *призматичним, спектром*.

Оптичні спектри поділяють на спектри *випромінювання* (неперервний, або суцільний, лінійчатий і смугастий) і спектри *поглинання*.

Неперервні, чи суцільні, спектри мають розжарені тверді тіла, рідини і дуже густі гази, а також високотемпературна плазма. Цей спектр має вигляд смуги (веселки) з плавним переходом кольорів від червоного до фіолетового.

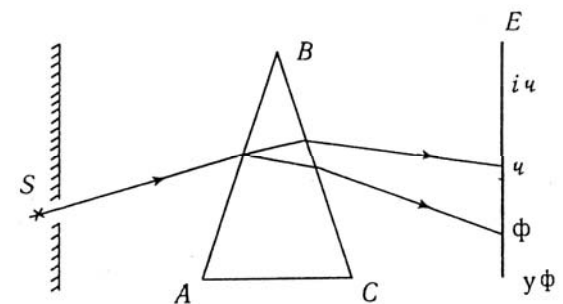


Рис. 4.5.6.

Лінійчаті спектри дають усі речовини в газоподібному атомарному стані. При цьому збуджені атоми випромінюють і практично не взаємодіють між собою. Це основний тип спектрів, за якими досліджують будову речовин.

Ізольовані атоми хімічних елементів випромінюють лише певні лінії (довжини хвиль), які не залежать від способу збудження

їх світіння. Атомам кожного хімічного елемента властивим є випромінювати цілком певний набір довжин хвиль.

Смугасті спектри мають речовини в газоподібному молекулярному стані. Цей тип спектрів має вигляд окремих кольорових смужок на темному фоні. Кожна з кольорових смужок є набором ліній, які тісно прилягають.

Спектри поглинання отримують унаслідок пропускання білого світла через холодний (незбуджений) газ в атомарному чи молекулярному стані. Цей тип спектра має темні поодинокі лінії (якщо газ в атомарному стані) або темні смужки (якщо газ в молекулярному стані) на фоні кольорового неперервного спектра випромінювання.

Атоми чи молекули речовин поглинають світло тих довжин хвиль, які вони самі здатні випромінювати – *закон Кірхгофа*.

Оптичне явище Доплера полягає в зміні частоти світлових коливань джерела, яку фіксує спостерігач (приймач світла) під час їхнього відносного руху. Загалом

$$v = v_0 \sqrt{1 - (v/c)^2} / [1 + (v/c) \cos \varphi], \quad (4.5.27)$$

де v – частота світла, яке сприймає спостерігач (приймач); v_0 – дійсна частота коливань світла джерела; v – швидкість руху джерела відносно приймача; c – швидкість світла у вакуумі; φ – кут між напрямом спостереження (приймач-джерело) і швидкістю переміщення джерела.

Поздовжнє явище Доплера виникає, якщо джерело рухається вздовж лінії спостереження (якщо $\varphi = 0$ або π):

при зближенні джерела і приймача $\varphi = \pi$, тоді

$$v = v_0 \sqrt{(1 + v/c)/(1 - v/c)} > v_0; \quad (4.5.28)$$

при віддаленні джерела і приймача $\varphi = 0$, тоді

$$v = v_0 \sqrt{(1 - v/c)/(1 + v/c)} < v_0. \quad (4.5.29)$$

Поперечне явище Доплера буває, якщо джерело рухається перпендикулярно до напрямку спостереження (тоді $\varphi = \pi/2$):

$$v = v_0 \sqrt{1 - (v/c)^2}. \quad (4.5.30)$$

Якщо $v \ll c$ і $\varphi = 0$, то $v = v_0 [1 - (v/c)]$, звідки $\Delta v = v - v_0 = -v_0 v/c < 0$, або

$$\Delta v = -v/\lambda_0 < 0, \quad (4.5.31)$$

де Δv – зміна частоти коливань світла; λ_0 – довжина світлової хвилі джерела.

Оптичне явище Доплера виявляється в зміщенні ліній спектра електромагнітного випромінювання в бік червоної (червоне зміщення або фіолетової (фіолетове зміщення) ділянок спектра залежно від напрямку руху джерела (приймача) світла.

Під дією магнітного поля спектральні лінії розщеплюються – *ефект (явище) Зеемана*.

Для зміни напрямку поширення світлових променів використовують оптичні дзеркала та лінзи.

Оптичним дзеркалом називають тіло з полірованою або покритою відбивним шаром (алюмінію, срібла чи інших металів) поверхнею, здатною відбивати світлові промені й утворювати при цьому оптичні зображення предметів.

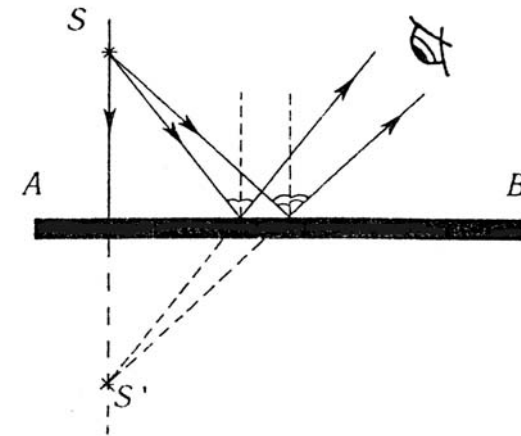


Рис. 4.5.7.

Дзеркала бувають *плоскі, сферичні, параболоїдні, еліпсоїдні*. *Сферичне дзеркало* – це сегмента частина сферичної поверхні. Якщо дзеркальною є зовнішня поверхня сегмента, то дзеркало називають *опуклим*, а якщо внутрішня – *вгнутиим*.

Щоб побудувати зображення точки, що його дає дзеркало (рис. 4.5.7), необхідно і достатньо випустити з точки S на відбивну поверхню AB два промені і, дотримуючись законів геометричної оптики, нарисувати подальший хід після відбивання їх від дзеркала. Зображення точки S' лежить на перетині відбитих променів (таке зображення називають *дійсним*) або на перетині їх продовжень (*уявне зображення*).

Плоске дзеркало дає завжди уявне зображення. Сама точка S (чи предмет) та її зображення S' розташовані симетрично відносно площини AB дзеркала.

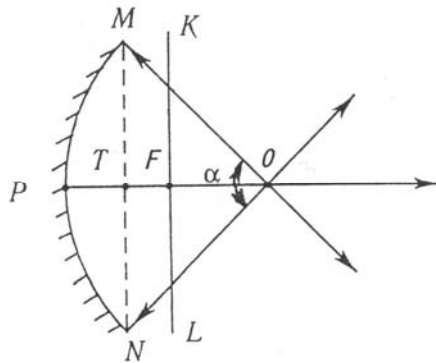


Рис. 4.5.8.

Сферичне дзеркало (рис. 4.5.8) має такі точки і лінії: оптичний центр O (геометричний центр сфери); полюс P (вершина сегмента); головну оптичну вісь OP ; побічні оптичні осі OM, ON (їх безліч) або осьові промені (після відбивання від дзеркала поширюються в протилежному напрямі); головний фокус

F дзеркала; фокальну площину KL (у ній лежать фокуси всіх побічних осей дзеркала); апертура дзеркала – це $\angle MON = \alpha$.

Фокусна відстань F сферичного дзеркала – це відстань FP . Якщо R – радіус сфери ($OP = OM = R$), r – радіус основи сферичного сегмента ($TM = TN = r$), то при $R \gg r$ фокусна відстань $F = R/2$. Отже, $FP = FO = R/2 = F$.

Оптична сила D сферичного дзеркала – це величина, обернена до його фокусної відстані F , тобто $D = 1/F = 2/R$. В системі СІ оптична сила вимірюється в *діоптріях* ($1 \text{ дптр} = \text{м}^{-1}$).

Для вгнутого дзеркала $F > 0$ і $D > 0$, а для опуклого – $F < 0$, $D < 0$.

Формула сферичного дзеркала (рис. 4.5.10) така:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}, \quad (4.5.32)$$

де F – фокусна відстань дзеркала ($FP = F = R/2$); d – відстань від предмета до дзеркала ($BP = d$); f – відстань від дзеркала до зображення ($PB_1 = f$).

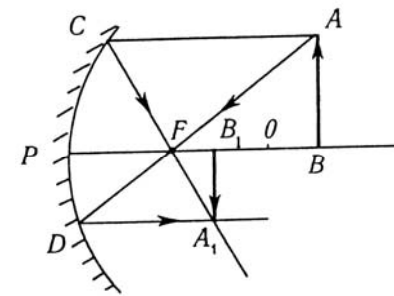


Рис. 4.5.9.

Лінійне збільшення Γ сферичного дзеркала обчислюють за формулою

$$\Gamma = |A_1B_1|/|AB| = H/h = f/d, \quad (4.5.33)$$

де $H = |A_1B_1|$ – лінійний розмір (висота) зображення; $h = |AB|$ – лінійний розмір (висота) предмета.

Для того щоб побудувати зображення в сферичному дзеркалі, потрібно знати хід таких трьох променів: 1) осового (на рис. 4.5.8 це промені OP, OM, ON та ін.), який, відбившись від дзеркала, поширюється в протилежному напрямі; 2) центрального (див. рис. 4.5.9) $AC \parallel OP$, який після відбивання від дзеркала проходить через головний фокус F ; 3) променя AD оборотного до центрального, який проходить через головний фокус F і, відбившись від дзеркала, поширюється в напрямі $DA_1 \parallel OP$.

Властивості та розмір зображень A_1B_1 предмета AB , які дає вгнуте дзеркало з фокусною відстанню F , залежать від відстані d предмета до дзеркала: при $d = \infty$ зображення предмета має вигляд точки, яка лежить у фокальній площині; якщо $d > 2F$, зображення дійсне, обернене, зменшене; при $d = 2F$ зображення дійсне, обернене, за висотою дорівнює предмету і лежить в одній з ним площині; якщо $2F > d > F$, зображення дійсне, обернене, збільшене; якщо $d = F$, то зображення лежить у нескінченності; при $d < F$ зображення уявне, пряме, збільшене (перебуває за дзеркалом).

Опукле дзеркало завжди дає уявне, пряме і зменшене зображення (за дзеркалом).

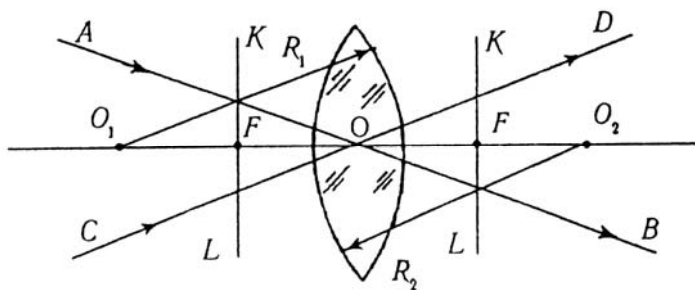


Рис. 4.5.10.

Оптичною лінзою називають прозоре тіло, обмежене двома криволінійними (найчастіше сферичними) або криволінійною і плоскою поверхнями.

Лінзу називають тонкою, якщо її товщина мала порівняно з радіусами сферичних поверхонь R_1 і R_2 , що її обмежують (рис. 4.5.10).

Сферичні тонкі лінзи бувають опуклі (рис. 4.5.11,а) і вгнуті (рис. 4.5.11,б).

Опуклі лінзи мають властивість збирати заломлене світло (кожну з лінз можна умовно розділити на три частини, з яких краї 1 і 3 – призми, що заломлюють промені до основи, а середина 2 – плоско паралельна пластинка), тому їх називають збиральними (у них середина товста, а краї тонші). Вгнуті лінзи розсіюють світло після заломлення, їх називають розсіювальними (середина тонка, а краї товстіші). На рисунках опуклі та вгнуті лінзи зображають прямими лініями з відповідними стрілками.

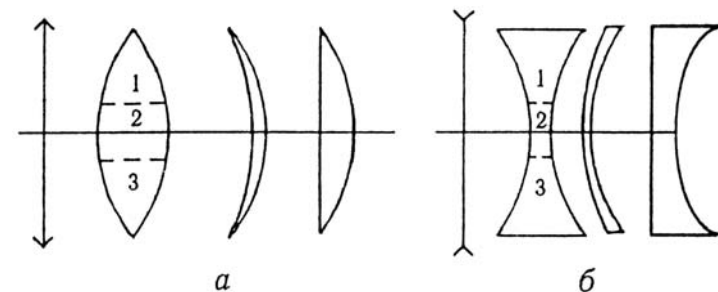


Рис. 4.5.11.

Тонка сферична лінза (див. рис. 4.5.10) має такі лінії і точки: головна оптична вісь O_1O_2 (де O_1 і O_2 – геометричні центри сфер, які утворюють лінзу, R_1 і R_2 – радіуси цих сфер); оптичний центр лінзи O (точка, через яку промені проходять без заломлення); головні фокуси F лінзи (розташовані на $O_1 - O_2$ симетрично відносно O); побічні оптичні осі AB, CD (їх безліч і називаються

також осьовими променями); фокальні площини KL (їх дві, у кожній лежать фокуси усіх оптичних осей лінзи з одного її боку).

Фокусну відстань F лінзи обчислюють за формулою

$$\frac{1}{F} = (n_{21} - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (4.5.34)$$

де n_{21} – показник заломлення матеріалу лінзи відносно середовища, що її оточує; R_1 і R_2 – радіуси кривизни поверхонь лінзи. Уважають, що для опуклої поверхні $R > 0$, а для вгнутої – $R < 0$.

Оптична сила лінзи

$$D = \frac{1}{F} = \frac{(n_{21} - 1)(R_1 + R_2)}{R_1 R_2}. \quad (4.5.35)$$

Для збиральних лінз $F > 0$ і $D > 0$, розсіювальних $F < 0$ і $D < 0$.

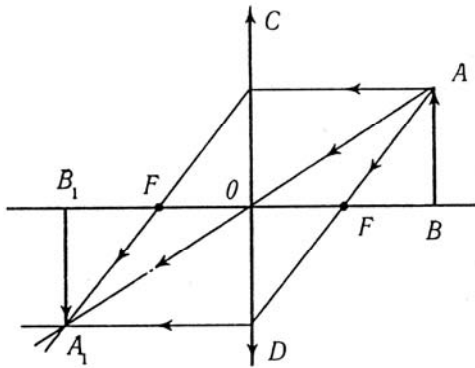


Рис. 4.5.12.

В оптичних системах, що складаються з кількох лінз (збиральних, розсіювальних), які щільно прилягають (наприклад, в об'єктивах фотоапарата, проекційного апарата, мікроскопа, контактні лінзи для ока з дефектами зору), оптична сила системи

дорівнює алгебраїчній сумі оптичних сил лінз системи.

Формула тонкої лінзи (рис. 4.5.12) така:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}, \quad (4.5.35)$$

де d – відстань від предмета (AB) до оптичного центра лінзи ($BO = d$); $f = OB_1$ – відстань від оптичного центра лінзи до зображення (A_1B_1).

Для збиральних лінз $F > 0$ і $d > 0$, а $f > 0$ при дійсних зображеннях (для уявних – $f < 0$).

У розсіювальних лінзах

$$\Gamma = \frac{|A_1B_1|}{|AB|} = \frac{H}{h} = \frac{|f|}{d}, \quad (4.5.36)$$

де $H = |A_1B_1|$ – висота зображення; $h = |AB|$ – висота предмета; f – відстань від оптичного центра до зображення; d – відстань від предмета до оптичного центра лінзи.

Кутове збільшення γ , яке дає оптичний прилад, обчислюють за формулою

$$\gamma = \frac{\text{tg} \delta_0}{\text{tg} \delta}, \quad (4.5.37)$$

де δ – кут зору на предмет; δ_0 – кут зору на зображення.

Кутом зору називають кут, під яким видно предмет або зображення. Його утворюють промені, які виходять від крайніх видимих точок предмета до ока людини. Тангенс кута зору

$$\text{tg} \delta = h/l, \quad (4.5.38)$$

де h – висота предмета; l – відстань від предмета до ока; $\text{tg} \delta_0 = H/l_0$.

При малих кутах зору $\text{tg} \delta = \delta$ і $\text{tg} \delta_0 = \delta_0$. Тоді $\gamma = \delta_0 / \delta$.

Побудова зображення в тонкій лінзі ґрунтується на використанні ходу таких трьох променів: промінь AC (див. рис. 4.5.12), паралельний головній оптичній осі, заломлюється лінзою і

надалі проходить через головний фокус F ; осьовий промінь AO , який проходить через оптичний центр без заломлень; промінь AD , який проходить через головний фокус F , заломлюється лінзою і виходить з неї паралельно до головної оптичної осі.

Властивості та розміри зображень, які дає збиральна лінза, що має фокусну відстань F , залежать від відстані d предмета до лінзи:

якщо $d = \infty$, то зображення предмета дійсне, має вигляд точки і лежить у фокальній площині (на цьому ґрунтується один із способів визначення фокусної відстані збиральної лінзи);

при $d > 2F$ зображення предмета дійсне, обернене і зменшене (таке зображення дає об'єктив фотоапарата, кіно- і відео знімальної камери);

для $d = 2F$ зображення предмета дійсне, обернене, за висотою дорівнює предмету;

при $2F > d > F$ зображення предмета дійсне, обернене, збільшене (таке зображення дає об'єктив будь якого проєкційного апарата);

при $d = F$ зображення перебуває в нескінченності;

якщо $d < F$, то зображення уявне, пряме, збільшене, з того боку лінзи, що й предмет (таке зображення дає лупа).

Розсіювальна лінза дає уявне, пряме і зменшене зображення з того боку лінзи, що й предмет (завжди між фокусом і центром лінзи).

Оптична система ока людини, що діє як збиральна лінза, складається з рогівки, водянистої рідини передньої камери, кришталика (прозоре шарувате тіло, подібне до лінзи) і прозорого напіврідкого склоподібного тіла.

Око людини майже кулясте, його діаметр близько 25 мм. Головна оптична вісь проходить через геометричний центр рогівки, зіниці та кришталика. Оптичний центр ока є на відстані близько 8 мм від рогівки, а фокальна площина збігається з сітківкою, на якій утворюється дійсне зображення предметів. У ненапруженому стані (предмет розглядають на відстані найкращого зору $d_0 = 250$ мм від ока) оптична сила нормального ока $D_H = 58$ дптр,

з яких 43 дптр припадає на рогівку (тут відбувається основне заломлення світла, що надходить в око) і 15 дптр – на кришталик з іншим середовищем ока. При граничних умовах акомодатії (розглядання предмета на відстані 100...150 мм від ока) оптична сила може зрости внаслідок збільшення опуклості кришталика ще на 12 дптр.

Дефекти зору (*короткозорість, далекозорість*) виникають через втрату кришталиком *акомодатії* – здатності змінювати свою опуклість, тобто фокусну відстань, оптичну силу під час розглядання близьких і віддалених предметів. Якщо врахувати, що $D = 1/F$ і позначити F_H, F_K, F_D фокусні відстані відповідно нормального, короткозорого і далекозорого ока, то:

короткозорість настає тоді, коли $F_K < F_H$, тобто $D_K > D_H$. Її виправляють окулярами з від'ємною оптичною силою (вгнутими, розсіювальними лінзами з оптичною силою $D_{OK} = D_H - D_K < 0$);

далекозорість настає тоді, коли $F_D > F_H$, тобто $D_D < D_H$. Цей недолік виправляють окулярами з додатною оптичною силою (опуклими, збиральними лінзами з оптичною силою $D_{OK} = D_H - D_D > 0$).

Основи фотометрії. Фотометрією називають розділ оптики, що розглядає вимірювання світлових потоків і величин зв'язаних з цими потоками.

Джерела світла бувають *природні* та *штучні*. За механізмом випромінювання джерела світла поділяють на *телові* (Сонце, жарівки тощо) і *нетеллові*, або *люмінесцентні* (наприклад, лампи денного світла).

Джерела світла є переважно протяжними випромінювачами. *Точковим* називають джерело, що випромінює світло рівномірно в усіх напрямках; його розміри є дуже малі порівняно з відстанню, на якій оцінюється дія світла від цього джерела.

Напрямок поширення світлової енергії від джерела кількісно описують *тілесним кутом* Ω : якщо в центрі сфери є точкове

джерело, то конус з вершиною в цьому ж центрі вирізає зі сфери тілесний кут

$$\Omega = S/R^2,$$

де S – площа основи конуса (площа поверхні сферичного сегмента); R – радіус сфери (довжини твірної конуса).

Світловий потік – це оцінювана візуально величина Φ , що дорівнює відношенню світлової енергії, випромінюваної джерелом у вибраному напрямі, до часу її випромінювання:

$$\Phi = W/t. \quad (4.5.39)$$

Сила світла – це величина I (основна енергетична характеристика будь-якого джерела світла), що дорівнює відношенню світлового потоку, створюваного джерелом, до тілесного кута, в якому цей потік поширюється:

$$I = \Phi/\Omega. \quad (4.5.40)$$

Одиниця сили світла – *кандела* ($кд$).

З формули (4.5.40) $\Phi = I\Omega$. Одиниця світлового потоку *люмен* ($1лм = 1кд \cdot 1ср$). *Повний світловий потік*, випромінюваний точковим джерелом $\Phi_0 = 4\pi I$.

Освітленість E поверхні – це величина, що дорівнює відношенню світлового потоку, який перпендикулярно падає на будь-яку поверхню, до площі цієї поверхні:

$$E = \Phi/S. \quad (4.5.41)$$

Одиниця освітленості – *люкс* ($1лк = 1лм/м^2$). Об'єднаний закон освітленості має такий вигляд:

$$E = I \cos \alpha / R^2, \quad (4.5.42)$$

де α – кут падіння променя; R – відстань від джерела світла до точки на освітлюваній поверхні.

Якщо поверхня освітлюється кількома точковими джерелами світла, то повна освітленість цієї поверхні дорівнює сумі освітленостей, створених цими джерелами.

Яскравість світної поверхні – це величина B , що характеризується відношенням сили світла випромінюваної

поверхні до площі S_n поверхні випромінювача в перпендикулярному до поверхні напрямі:

$$B = I/S_n. \quad (4.5.43)$$

Для кількісної оцінки процесу поглинання світла вводять поняття *інтенсивності світла J (густини потоку світлової енергії)* (див. 4.5.20) – відношення енергії, що переносить світло через пластинку, яка перпендикулярна до світлового променя, до часу перенесення і розміру пластинку. Інтенсивність J світла, що пройшло через пластинку визначають за *законом Бугера*:

$$J = J_0 e^{-ka}, \quad (4.5.44)$$

де J_0 – інтенсивність світла, що падає на пластинку; k – *коефіцієнт поглинання* речовини пластинки; a – товщина пластинки.

Інтерференція світла. Інтерференцією хвиль називають явище накладання хвиль, при якому відбувається їхнє взаємне підсилення в одних точках простору і послаблення – в інших. *Інтерференція світла* є окремим випадком загального явища інтерференції хвиль.

Під час накладання *когерентних* світлових хвиль на екрані видно стійку картину розподілу *підсилень* (максимумів) і *послаблень* (мінімумів) світла. Якщо ж накладати *некогерентні* світлові хвилі, то на екрані побачимо лише *підсилення* світла.

Когерентними є такі світлові хвилі, які мають однакову частоту і стали в часі різницю фаз.

Отримати когерентні хвилі від двох навіть однотипних природних чи штучних джерел світла неможливо (винятком є два однотипні лазери). Річ у тому, що у збудженому стані атоми (молекули) джерела випромінюють надлишок енергії у вигляді безперервного *цугу хвиль* протягом дуже короткого інтервалу часу $10^{-8} с$. Надалі випромінювач може посилати цуг хвиль уже іншої частоти або в іншій фазі, що узгодити із іншим джерелом практично неможливо.

Способи отримання когерентних світлових хвиль (дзеркало Ллойда, дзеркала Френеля, спосіб Юнга, кільця Ньютона, біпризма

Френеля, прозорі пластинки і тонкі плівки тощо) зводяться до роздвоєння світлової хвилі від одного джерела на основі явищ відбивання і заломлення світла. Наприклад, спосіб дзеркала Ллойда ґрунтується на роздвоєнні світла від точкового джерела S на два промені: один промінь спрямовується безпосередньо на екран (він проходить шлях r_1) а другий – спочатку на плоске дзеркало, яке вже відбитий промінь посилає на екран (він проходить шлях $r_2 > r_1$). Досягаючи одних і тих же точок екрану, ці промені інтерферують. Отже, внаслідок відбивання світла від плоского дзеркала утворюється друге – уявне джерело світла S' , що є когерентним з S .

Геометрична різниця ходу хвиль – це різниця шляхів, які проходять хвилі (див. рис. 4.2.2):

$$\Delta r = r_2 - r_1. \quad (4.5.45)$$

Оптична різниця ходу хвиль

$$\delta = \Delta r n = (r_2 - r_1) n, \quad (4.5.46)$$

де n – абсолютний показник заломлення середовища, в якому поширюються хвилі. Якщо хвилі поширюються в різних середовищах, то

$$\delta = r_2 n_2 - r_1 n_1, \quad (4.5.47)$$

де n_1 і n_2 – абсолютні показники заломлення середовищ.

Різниця фаз когерентних хвиль $\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi$ у точці роздвоєння дорівнює нулю, а в точці інтерференції

$$\Delta\varphi = 2\pi\delta/\lambda, \quad (4.5.48)$$

де λ – довжина хвилі.

Умови спостереження максимуму і мінімуму інтенсивності світла при інтерференції:

умова максимуму

$$\delta = 2k\lambda/2 = k\lambda, \quad (4.5.49)$$

де $k = 0, 1, 2, \dots$;

умова мінімуму

$$\delta = (2k + 1)\lambda/2. \quad (4.5.50)$$

Якщо δ дорівнює нецілому числу $\lambda/2$, то в цих точках екрана виникає часткове підсилення (послаблення) світла.

Інтерференція в тонких пластинках (плівках):

у *прохідному світлі* умова максимуму $\delta = 2dn \cos \gamma = k\lambda$,
умова мінімуму $\delta = 2dn \cos \gamma = (2k + 1)\lambda/2$;

у *відбитому світлі* умова максимуму $2dn \cos \gamma - \lambda/2 = k\lambda$,
умова мінімуму $2dn \cos \gamma - \lambda/2 = (2k + 1)\lambda/2$, де d – товщина пластинки (плівки); n – показник заломлення пластинки (плівки); γ – кут заломлення в пластинці (плівці); $k = 0, 1, 2, \dots$

Радіуси кілець Ньютона: світлих $r = \sqrt{kR\lambda}$, темних $r = \sqrt{(2k - 1)R\lambda/2}$, де R – радіус кривизни лінзи; λ – довжина світлової хвилі; $k = 1, 2, 3$ – номер кільця.

Дифракція світла. Явище огинання світловими хвилями зустрічних перешкод називають *дифракцією*. Це означає, що в однорідному середовищі світлові хвилі можуть за певних умов відхилитися від прямолінійного поширення, заходити в ділянку геометричної тіні перешкоди. Світлові хвилі повністю огинають ті перешкоди, розміри яких співмірні з довжиною хвилі, і лише краї великих перешкод.

Дифракцію світла можна спостерігати на відстані L від перешкоди безпосередньо або на екрані за умови, що

$$L = d^2/4\lambda, \quad (4.5.51)$$

де d – лінійний розмір перешкоди (товщина дротини, ширина щілини або діаметр отвору в непрозорому екрані тощо); λ – довжина світлової хвилі.

Розрізняють два види дифракції світла: *дифракцію Френеля в збіжних променях* на незначних відстанях перешкод (дротини, щілини тощо від джерела світла); *дифракцію Фраунгофера в паралельних променях* на значних відстанях перешкод (щілини, дифракційної ґратки тощо) від джерела світла. Для спостереження останньої додатково використовують збиральну лінзу, яка забезпечує накладання паралельних променів у фокальній площині.

Дифракція паралельних променів від щілини на екрані має вигляд чергування смуг дифракційних максимумів (підсиленя світла) за умови

$$d \sin \varphi = (2k + 1)\lambda / 2 \quad (4.5.52)$$

і мінімумів (темних смуг) при

$$d \sin \varphi = k\lambda, \quad (4.5.53)$$

де d – ширина щілини (смуги видно при $d \ll l$, де l – довжина щілини); λ – довжина світлової хвилі; φ – кут, який визначає напрям на максимум (мінімум); $k = 1, 2, 3, \dots$

Дифракційна ґратка (плоска) – це система вузьких паралельних щілин.

Прозорі дифракційні ґратки виготовляють переважно зі скляних відполірованих пластинок, на яких спеціальною ділильною машиною наносять різцем ряд паралельних рівновіддалених штрихів (від 100 до 1700 на 1 мм).

Штрихи розсіюють світло, є непрозорими проміжками шириною a , між якими залишаються прозорі смужки скла шириною b , що відіграють роль щілини.

Періодом, або *сталю*, дифракційної ґратки називають відстань

$$a + b = d, \text{ або } d = l/N,$$

де N – загальна кількість штрихів; l – ширина смуги, на якій ці штрихи нанесено.

Прозорі дифракційні ґратки використовують для отримання на білому екрані дифракційної картини переважно в прохідному світлі. Фотографічні копії дифракційних ґраток називають *репліками*, їх застосовують у навчальних цілях замість оригінальних, які є досить дорогими.

Непрозорі дифракційні ґратки виготовляють з відполірованих металевих пластин, які дають дифракційну картину у відбитому світлі.

При нормальному падінні променів на плоску ґратку *головні дифракційні максимуми* видно на екрані під кутом φ , значення якого обчислюють з рівняння

$$d \sin \varphi = k\lambda, \quad (4.5.54)$$

де d – період ґратки; λ – довжина світлової хвилі; $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ – порядковий номер головного максимуму; $k = 0$ – центральний максимум.

Якщо на ґратку нормально падає біле світло і між ґраткою та білим екраном розташувати паралельно до них збиральну лінзу, то на екрані бачимо чергування головних максимумів у вигляді кольорових смуг, з яких центральна залишається білою. Ці смуги називають *дифракційними спектрами*, що є плавними переходами кольорів від фіолетового до червоного.

Яскравість головних максимумів-спектрів зменшується зі зростанням їхнього порядкового номера ліворуч і праворуч від центрального. Окрім цього, у кожному дифракційному максимумі-спектрі розташування кольорів є таким, що більшій довжині хвилі відповідає більший кут відхилення.

У випадку *дифракції рентгенівських променів* на просторовій кристалічній ґратці для розрахунків використовують *формулу Вульфа-Бреггів*

$$2d \sin \varphi = k\lambda, \quad (4.5.55)$$

де d – період (стала) просторової ґратки (відстань між атомними площинами кристала); φ – кут між пучками паралельних рентгенівських променів і поверхнею кристала (кут ковзання); $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ – порядковий номер максимумів; λ – довжина рентгенівської монохроматичної хвилі.

Поляризація світла. Атоми будь-якого джерела світла випромінюють електромагнітні хвилі в усіх напрямках, а вектори напруженості електричного поля хвиль коливаються перпендикулярно до цих напрямів (рис. 4.5.13,а). Таке світло є *природним*, або *неполяризованим*. Якщо під дією зовнішніх чи внутрішніх чинників коливання вектора напруженості електричного поля переважають в одному з напрямів (рис. 4.5.13,б), то світло називають *частково поляризованим*.

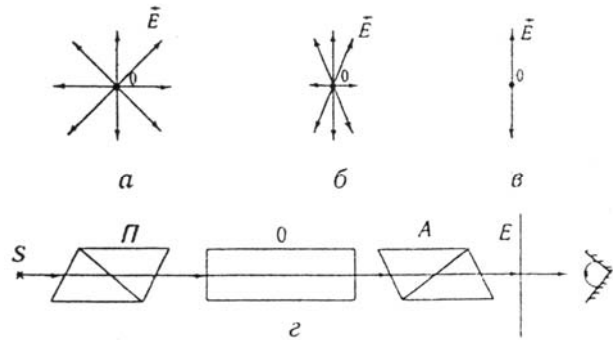


Рис. 4.5.13

Світло, в якому вектори \vec{E} усіх хвиль коливаються тільки в одній площині (рис.4.5.13,в), називають *повністю поляризованим*, або *лінійно поляризованим*.

Існують і складніші види поляризації світла – *колова (циркулярна)* та *еліптична*, в яких кінець вектора \vec{E} (і \vec{H}) описує відповідно коло або еліпс.

Площину, в якій коливається \vec{E} , називають *площиною коливань поляризованого світла*, а перпендикулярну до неї – *площиною поляризації*.

Поляризоване світло отримують шляхом пропускання природного світла крізь анізотропні середовища (через деякі кристали), а також при відбиванні та заломленні світла за певних умов.

Прилад за допомогою якого одержують поляризоване світло, називають *поляризатором*. Оскільки око людини не розрізняє поляризованого світла від природного, то для виявлення першого застосовують *аналізатор*.

Поляризаторами світла є *поляроїди* і *спеціальні призми* та *пластинки*.

Поляроїд – це переважно целулоїдна плівка, на якій нанесено тонким шаром кристалики герпатиту (сульфату йодистого хініну),

оптичні осі яких зорієнтовані в одному напрямі спеціальною обробкою плівки.

Поляризаційну призму Ніколь виготовляють з двох однакових трикутних призм ісландського шпату (з гострими кутами 68° і 22°), склеєних канадським бальзамом уздовж більшого катета так, що утворюється чотиригранник.

Поляризатором є також пластинка, вирізана з кристалу турмаліну так, що одна з її сторін збігається з віссю кристала.

Аналізатором світла може бути будь-який поляризатор.

Якщо природне світло пропустити крізь послідовно розташовані поляризатор і аналізатор, то воно повністю проходить при паралельному розташуванні їхніх осей ($\alpha = 0$) і поступово гаситься, якщо кут між ними збільшується до $\pi/2$.

Інтенсивність поляризованого світла J , яке пройшло крізь аналізатор визначають згідно *закону Малюса*:

$$J = J_0 \cos^2 \alpha, \quad (4.5.56)$$

де J_0 - інтенсивність світла, яке падає на аналізатор; α – кут між осями поляризатора й аналізатора.

Якщо J_{Π} – інтенсивність природного світла, що падає на поляризатор (перший поляроїд), то $J_0 = J_{\Pi} / 2$, тобто інтенсивність світла, яке пройшло через поляризатор є вдвічі меншою від інтенсивності природного внаслідок його поляризації поляроїдом.

Під час поляризації світла ніколями потрібно враховувати ще й поглинання світла в товщі призми.

Поляризацію світла при відбиванні та заломленні на межі двох діелектриків(див. рис. 4.5.3) описує *закон Брюстера*: при певному значенні кута падіння відбитий промінь буде повністю плоскополяризованим у площині, перпендикулярній до площини падіння, якщо

$$\operatorname{tg} \alpha_B = n_{21}, \quad (4.5.57)$$

де n_{21} – відносний показник заломлення двох діелектриків. Кут α_B називають *кутом повної поляризації світла (кутом Брюстера)*. При цьому кут $S_1OS_2 = 90^\circ = \beta + \gamma$ і заломлений промінь OS_2 є частково поляризованим у площині падіння.

Для підвищення ступеня поляризації заломленого променя застосовують стопу скляних плоско паралельних пластинок.

Оптично активними називають деякі тверді тіла і рідини (кварц, цукор, скипидар, водний розчин цукру тощо), які мають властивість повертати площину коливань поляризованого світла. Це можна спостерігати за допомогою установки, зображеної на рис. 4.5.13, з.

Якщо промінь світла від джерела S пропустити крізь поляризатор P (призму ніколь) й аналізатор A (призму ніколь), оптичні осі яких перпендикулярні ($\alpha = \pi/2$), то екран E з матового скла буде темним.

Помістивши між ніколями, наприклад, водний розчин цукру O , на екрані побачимо посвітління, тобто об'єкт O забезпечив повертання площини коливань поляризованого світла на деякий кут. Повертанням ніколя A навколо осі знову досягають повного затемнення екрана і визначають кут φ .

Значення φ залежить від товщини d шару рідини в напрямі проходження променя і концентрації C розчину:

$$\varphi = [\beta]dC, \quad (4.5.58)$$

де $[\beta]$ – коефіцієнт пропорційності, який називають *питомим кутом повертання*.

Описана установка називається *поляриметром*, а прилад для визначення концентрації розчину цукру – *цукрометром*.

Суть *магнітного повертання площини поляризації (явище або ефект Фарадея)* полягає в тому, що природно оптично не активні речовини під дією магнітного поля штучно набувають здатності повертати площину коливань поляризованого світла.

Явище Фарадея можна спостерігати за допомогою установки, показаної на рис. 4.5.13, з. При перпендикулярних осях ніколів P

та A екран E затемнений. Якщо між ніколями помістити прозору для світла речовину, яка не має природної оптичної активності, то екран надалі залишається затемненим. Якщо ж на речовину накласти зовнішнє магнітне поле вектор \vec{B} якого паралельний до напрямку променя, то екран посвітліє, площина поляризації повернеться на кут

$$\varphi = rdB, \quad (4.5.59)$$

де r – стала Верде, що характеризує речовину; d – товщина речовини в напрямі ходу променя; B – індукція магнітного поля.

Явище (ефект) Керра полягає у виникненні анізотропії в ізотропних діелектриках під дією електричного поля. Його можна спостерігати за допомогою установки, показаної на рис. 4.5.13, з.

Промінь світла від джерела S пропускають крізь поляризатор P та аналізатор A , осі яких перпендикулярні: екран при цьому темний, тому що $\alpha = \pi/2$. Якщо між поляризатором та аналізатором розташувати прозору для світла посудину з нітробензолом і зануреним у нього плоским конденсатором так, щоб промінь проходив між його пластинами і паралельно до них, то екран E надалі залишиться неосвітленим.

Якщо між пластинами конденсатора утворити однорідне електричне поле (вектор напруженості \vec{E} у цьому разі перпендикулярний до напрямку поширення променя), то екран стає освітленим. Електричне поле миттєво перетворює бензол в анізотропне середовище. Явище Керра практично без інерційне, його використовують для високочастотної модуляції світла і в швидкодіючих оптичних затворах (наприклад, фотоапаратів), які можуть давати експозицію до 10^{-8} с.

Задачі

Задача 4.5.1. Перед тонкою збиральною лінзою на подвійній фокусній віддалі знаходиться предмет. Знайти розміри зображення і його відстань від лінзи, якщо фокусна віддаль лінзи F .

Розв'язок. З формули тонкої лінзи (4.5.35) $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$ знайдемо

f , підставивши замість d його значення,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{2F} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{2F} \Rightarrow f = 2F.$$

Зображення предмета буде дійсним, оскільки знак f додатний.

Зображення перебуває на подвійній фокусній відстані від лінзи.

Збільшення зображення знаходимо за формулою (4.5.36):

$$\frac{H}{h} = \frac{f}{d} = \frac{2F}{2F} = 1. \text{ Отже, висота предмета дорівнює висоті зображення.}$$

Задача 4.5.2. Лампа, підвішена на нитці до стелі, дає в горизонтальному напрямі силу світла в 60 кд . Який світловий потік падає на картину площею $0,5 \text{ м}^2$, що висить на вертикальній стінці на віддалі 4 м від лампи, якщо на протилежній стінці висить велике дзеркало на відстані 2 м від лампи?

Розв'язок. Виконуємо рис. 4.5.14; AB – картина; S – лампа, точкове джерело світла (відстань від лампи до картини значно

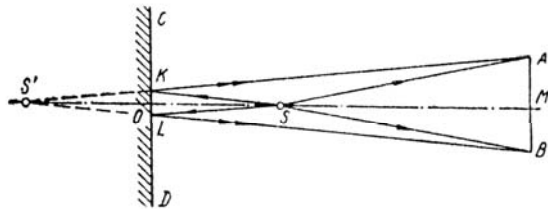


Рис. 4.5.14.

більша за розміри лампи); CD – дзеркало. Від лампи безпосередньо на картину падає світловий потік, який поширюється в телісному куті ASB . Крім того, частина світлового потоку, що випромінюється джерелом S , відіб'ється від дзеркала

CD і додатково освітить картину. Щоб показати цей світловий потік на рисунку, побудуємо зображення S' лампи S в плоскому дзеркалі. Для цього відкладемо $OS' = OS$. Сполучимо точку S' з точками A і B . З'єднаємо точку S з точками K і L . SK і SL – промені, що впали на плоске дзеркало; KA і LB – відбиті від нього промені. Таким чином, світловий потік $\Delta\Phi$, який падає на картину, складається з світлового потоку $\Delta\Phi_1$, який падає від лампи безпосередньо, і $\Delta\Phi_2$, що попадає на картину, відбившись від дзеркала: $\Delta\Phi = \Delta\Phi_1 + \Delta\Phi_2$. Нехай світловий потік $\Delta\Phi_1$ утворює освітленість картини E_1 , а $\Delta\Phi_2$ – освітленість E_2 . Тоді $\Delta\Phi_1 = E_1 \Delta S$; $\Delta\Phi_2 = E_2 \Delta S$. Отже, $\Delta\Phi = (E_1 + E_2) \Delta S$, де ΔS – площа картини. Освітленість, утворювана точковим джерелом світла силою I на відстані r від джерела, визначається за формулою (4.5.42) $E = \frac{I}{r^2}$. Отже, $E_1 = \frac{I}{SM^2}$; $E_2 = \frac{I}{S'M^2}$;

$$\Delta\Phi = \left(\frac{I}{SM^2} + \frac{I}{S'M^2} \right) \cdot \Delta S = I \cdot \Delta S \left(\frac{1}{SM^2} + \frac{1}{S'M^2} \right). \text{ Підставивши числові значення, обчислюємо значення світлового потоку, що падає на картину: } \Delta\Phi = 60 \text{ кд} \cdot 0,5 \text{ м}^2 \cdot \left(\frac{1}{64} + 1 \right) 64 \cdot \frac{1}{\text{м}^2} = 2,34 \text{ лм}$$

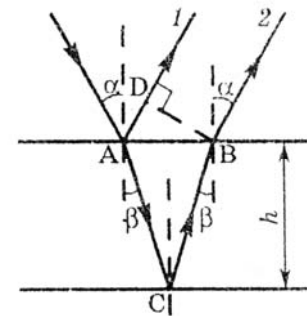


Рис. 4.5.15.

Задача 4.5.3. Промені білого світла падають під кутом $\alpha = 60^\circ$ на тонку прозору пластинку, яка у відбитому світлі здається зеленою. Як зміниться колір пластинки при незначному зменшенні кута падіння променів? При його збільшенні?

Розв'язок. Забарвлення пластинки обумовлено інтерференцією світлових хвиль, які відбилились від її верхньої та

нижньої поверхонь. (рис. 4.5.15). Якщо пластинка здається зеленою, то це означає, що оптична різниця ходу хвиль 1 і 2 складає ціле число k довжин хвиль зеленого світла: $\delta = k\lambda$ – умова максимуму інтерференції (див. 4.5.49). Оптичну різницю ходу променів можна записати у вигляді:

$$\delta = \frac{\lambda}{2} + n(AC + BC) - AD.$$

Доданок $\frac{\lambda}{2}$ враховує той факт, що при відбиванні променя 1 від оптично густішого середовища фаза коливань електромагнітного поля міняється на протилежну ($\Delta\varphi = \pi$), тобто виникає така ж зміна фази, як і у випадку проходження шляху $\frac{\lambda}{2}$. Множник n враховує зменшення швидкості світла в середовищі:

$\Delta\varphi = \omega\Delta t = \omega \frac{s}{v} = \frac{\omega s}{c} n$, тобто на шляху s в середовищі виникає така ж зміна фази $\Delta\varphi$, як на шляху sn у вакуумі. Враховуючи, що

$$AC = BC = \frac{h}{\cos\beta}, \quad AD = AB \sin\alpha = 2h \sin\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta,$$

і використовуючи закон заломлення світла (4.5.22) $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$, отримуємо

$$\delta = \frac{\lambda}{2} + \frac{2h(n - \sin\alpha \sin\beta)}{\cos\beta} = \frac{\lambda}{2} + 2h\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}.$$

Отже, умова максимуму інтерференції приймає вигляд

$$\left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}.$$

Звідси робимо висновок, що при зменшенні кута падіння променя величина довжини хвилі зростає (колір пластинки зміщується до червоного краю спектра), а при його збільшенні – зменшується (колір пластинки зміщується до фіолетового краю спектра).

Задача 4.5.4. На дифракційну ґратку нормально падає пучок світла від розрядної трубки. Чому повинна дорівнювати стала дифракційної ґратки, щоб у напрямі $\varphi = 41^\circ$ співпали максимуми двох ліній $\lambda_1 = 6563 \text{ \AA}$ і $\lambda_2 = 4102 \text{ \AA}$?

Розв'язок. Маємо згідно з (4.5.54) $\sin\varphi = \frac{k_1\lambda_1}{d} = \frac{k_2\lambda_2}{d}$, або

$$k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2. \quad \text{Звідси } \frac{k_2}{k_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{6563}{4102} = 1,6. \quad \text{Оскільки числа } k_1 \text{ і } k_2$$

обов'язково повинні бути цілими, то цій умові відповідають значення $k_1 = 5$ і $k_2 = 8$. Тоді

$$d = \frac{k_1\lambda_1}{\sin\varphi} = \frac{5 \cdot 6563 \cdot 10^{-10}}{0,656} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Задача 4.5.5. Чому дорівнює кут між головними площинами поляризатора і аналізатора, якщо інтенсивність природного світла, що пройшло через поляризатор і аналізатор, зменшилась в чотири рази? Поглинанням світла знехтувати.

Розв'язок. Позначимо інтенсивність природного світла J_0 . Після проходження через поляризатор промінь має інтенсивність $J_1 = 0,5J_0$. Після проходження променя через аналізатор його інтенсивність дорівнюватиме $J_2 = J_1 \cos^2\alpha = 0,5J_0 \cos^2\alpha$. За умовою, $\frac{J_2}{J_0} = 0,25$. Отже $\cos^2\alpha = \frac{0,25}{0,50} = \frac{1}{2}$ і $\alpha = 45^\circ$.

Практичне завдання

Задача 4.6.1. Рівняння руху точки задано у вигляді $x = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ см}$. Знайти: 1) період коливань, 2) максимальну швидкість точки, 3) її максимальне прискорення.

Відповідь: 4 с ; 2) $3,14 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$; 3) $4,93 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2$.

Задача 4.6.2. Амплітуда гармонічних коливань матеріальної точки 2 см , повна енергія коливань $3 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}$. За якого зміщення від положення рівноваги на точку діє сила $2,25 \cdot 10^{-5} \text{ Н}$?

Відповідь: $1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

Задача 4.6.3. Знайти довжину хвилі коливання, період якого дорівнює 10^{-14} с . Швидкість поширення коливань $3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Відповідь: $3 \cdot 10^{-6} \text{ м}$.

Задача 4.6.4. Два звуки відрізняються за рівнем звукового тиску на 1 дБ . Знайти відношення амплітуд їхнього звукового тиску.

Відповідь: 1,12.

Задача 4.6.5. Тягарець, підвішений до пружини, видовжує її на 4 см . Потім тягарець відхиляють у вертикальному напрямі і він починає коливатись. Визначити період цих коливань.

Відповідь: $0,4 \text{ с}$.

Задача 4.6.6. Коливальний контур складається із котушки з індуктивністю $2,5 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}$ і двох конденсаторів, з'єднаних між собою паралельно, ємністю $5 \cdot 10^{-3} \text{ мкФ}$ кожен. Визначити період електричних коливань у контурі і довжину електромагнітних хвиль, які випромінює контур.

Відповідь: 10^{-6} с ; 300 м .

Задача 4.6.7. Активний опір та індуктивність з'єднані між собою паралельно і включені у коло змінного струму напругою 127 В і частотою 50 Гц . Знайти активний опір, та індуктивність, якщо відомо, що потужність, яка поглинається в цьому колі, дорівнює 404 Вт і зсув фаз між напругою та струмом дорівнює 60° .

Відповідь: 40 Ом ; $0,074 \text{ Гн}$.

Задача 4.6.8. Провідник має активний опір 30 Ом і індуктивність $0,127 \text{ Гн}$. Чому дорівнює повний опір провідника і

зсув фаз між струмом та напругою, якщо провідник включений в коло змінного струму з частотою 50 Гц ?

Відповідь: 50 Ом ; 53° .

Задача 4.6.9. Чому дорівнює відношення енергії магнітного поля коливного контуру до енергії його електричного поля для моменту часу $\frac{T}{8}$?

Відповідь: 1.

Задача 4.6.10. Опівдні в час весняного і осіннього рівнодень Сонце стоїть на екваторі в zenіті. У скільки разів у цей час освітленість поверхні Землі на екваторі більша освітленості Землі в Києві, який лежить на широті 50° ?

Відповідь: у 1,56 рази.

Задача 4.6.11. На якій відстані від обличчя потрібно тримати вгнуте сферичне дзеркало з фокусною віддаллю 30 см для того, щоб одержати збільшене у п'ять разів зображення обличчя? Виконати відповідний рисунок.

Відповідь: на відстані 24 см . Зображення буде уявним, прямим, збільшеним.

Задача 4.6.12. Щоб зменшити коефіцієнт відбивання світла від поверхні скла, на неї наносять тонку прозору плівку з показником заломлення $n_{\text{п}}$ меншим, ніж у скла (так звана „просвітлена оптика”). Вважаючи, що $n_{\text{п}} = \sqrt{n}$, де n – показник заломлення скла, визначити необхідну товщину плівки h . Довжина хвилі світла 500 нм , світло падає на поверхню нормально.

Відповідь: $0,10\text{ мкм}$.

Задача 4.6.13. В досліді з інтерферометром Майкельсона для зміщення інтерференційної картини на 500 смуг необхідно змістити дзеркало на відстань $0,161\text{ мм}$. Знайти довжину хвилі падаючого світла.

Відповідь: $6,44 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

Задача 4.6.14. Дифракційну картину спостерігають на відстані 4 м від точкового джерела монохроматичного світла ($\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м). Посередині між екраном і джерелом світла розміщена діафрагма з круглим отвором. За якого радіусу отвору центр дифракційних кілець, що спостерігаються на екрані, буде найтемніший?

Відповідь: 1 мм.

Задача 4.6.15. Визначити коефіцієнт відбивання природного світла, яке падає на скло ($n = 1,54$) під кутом повної поляризації. Знайти ступінь поляризації променів, які пройшли в скло. Поглинанням світла знехтувати.

Відповідь: 0,083; 9,1%.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики. Т.2. – К.: Вища школа, 2002.
2. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1985.
3. Грабовський Р.И. Курс фізики. – М.: Высшая школа, 1980.
4. Караван Ю.В., Клос Є.С. Малий фізичний довідник. – Львів: Світ, 1997.
5. Кушнір Р.М. Загальна фізика. Механіка. Молекулярна фізика. – Львів: ЛНУ, 2003.
6. Клос Є.С., Болюбаш Я.Я., Караван Ю.В., Пастернак Н.В. Фізика. Практикум. – Львів: Вища школа, 1989.
7. Кучерук І.М., Горбачук І.Е., Луцик П.П. Загальний курс фізики. – К.: Техніка, 1999.
8. Савельєв І.В. Курс общей физики. Т.1,2. – М.: Наука, 1999.
9. Сивухин Д.В. Обший курс физики. Т.1,3,4. – М.: Наука, 1979.

ЗМІСТ

Пояснювальна записка.....	3
Тема 4.1. Коливання.....	3
Тема 4.2. Хвильовий процес.....	15
Тема 4.3. Механічні коливання і хвилі.....	23
Тема 4.4. Електричні коливання.....	31
Тема 4.5. Електромагнітні хвилі.....	43
Практичне завдання.....	78
Список літератури.....	81