

Львівський національний університет імені Івана Франка
Фізичний факультет
Кафедра астрофізики

УДК 524.5, 524.52, 524.78

МАГІСТЕРСЬКА РОБОТА

на тему:

Перевірка надійності Те-методу під час визначення вмісту оксигену у
низькометалічних зонах НІІ

Виконав: студент

групи ФзФ-61

спеціальності 104 “Фізика та астрономія”

Заставний О.Р.

Керівник: д.ф.-м.н., ст.н.сп. Мелех Б.Я.

Рецензент:

науковий співробітник

Астрономічної обсерваторії

Львівського національного університету

імені Івана Франка

канд.ф.-м.н. Кулініч Ю.А.

Львів – 2021 р.

Анотація

У роботі викладено основи мультикомпонентного фотоіонізаційного моделювання світіння (МФМС) низькометалічних зон НІІ, а також описано діагностику їх небулярних спектрів за допомогою двозонного Те-методу. Метою наведених досліджень була перевірка надійності Те-методу на основі результатів МФМС низькометалічних зон НІІ. У результаті зроблено висновок про застосовність Те-методу до діагностики зон НІІ, що оточують молоді спалахи зореутворення і ненадійність Те-методу у випадку областей зореутворень з віком більшим, ніж 7 млн. років.

Abstract

In this work the basics of multicomponent photoionization modeling (MPhM) of low-metallicity HII regions is represented as well as it was described the diagnostics of these objects nebular spectra using so-called two-zones Te-method. The purpose of these studies was to verify the reliability of the Te-method based on the results of MPhM low-metallicity HII regions. As a result, it was concluded that the Te-method is applicable for the diagnostic research of HII regions surrounding young starbursts and that it is unreliability in the case of star-formation region that has age greater than 7 million years.

Зміст

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ	4
ВСТУП	5
РОЗДІЛ 1 Основи фотоіонізаційного моделювання	7
РОЗДІЛ 2. Мультикомпонентне моделювання	18
РОЗДІЛ 3. Те-метод.	22
3.1 Опис Те-методу	22
3.2 Сітка мультикомпонентного моделювання світіння зон НІІ	25
3.3 Реалізація Те-методу на мові програмування на С++	26
РОЗДІЛ 4. Перевірка коректності застосування Те-методу для визначення вмісту кисню у низькометалічних зонах зон НІІ	29
4.1 Модельні спектри отримані з мультикомпонентного моделювання зон НІІ	29
4.2 Результати тестування	30
ВИСНОВКИ	36
Список використаних джерел	37

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ

МФМС - мультикомпонентного фотоіонізаційного моделювання світіння

НІІ — зона іонізованого гідрогену.

MPhM - multicomponent photoionization modeling

ВСТУП

Блакитні компактні карликові галактики характеризуються двома цінними властивостями:

Вони блакитні через те що в них ідуть процеси зореутворення, у більшості з цих галактик відбувається перше народження зір, речовина у них ще не збагачена важкими елементами через зоряний синтез. Через те що вони є низькометалічними.

Ці галактики є надзвичайно важливими через вміст первинного гелію, синтезованого під час нуклеосинтезу Великого Вибуху, у перші три хвилини життя Всесвіту, коли термоядерні реакції протікали скрізь. Через свою найнижчу металічність ці об'єкти є найбільш цінними з усіх типів відомих небулярних середовищ для визначення вмісту первинного гелію. Вони є найближчими на діаграмі $Y-Z$, де Y – вміст гелію за атомною масою, Z – металічність за атомною масою, до $Z=0$ (ми знаємо, що важкі елементи під час нуклеосинтезу Великого Вибуху не синтезувалися). Чим ближче об'єкти до нуля тим краще, оскільки тоді менша екстраполяція апроксимації залежності $Y-Z$ (зазвичай лінійної) на $Z=0$. Вміст первинного гелію використовується для тестування як стандартної, так і інших теорій нуклеосинтезу Великого Вибуху, які в свою чергу базуються на космологічних теоріях. Отже, низькометалічні зони НІІ у блакитних компактних галактиках є важливими для тестування теорії нуклеосинтезу Великого Вибуху та космологічних теорій, а також теорій зоряної хімічної еволюції речовини при низьких металічностях. Тому вміст цих в об'єктах потрібно визначати якомога точніше. Для визначення хімічного вмісту кисню використовується в цих об'єктах Те-метод [1,2], розроблений Пейджелом.

Дана робота присвяченна тестуванню Те-метода. Для тестування використовуємо результати мультикомпонентного фотоіонізаційного моделювання світіння зон НІІ [16-18] в блакитних компактних карликових галактиках, здійсненого на кафедрі астрофізики Львівського національного

університету імені Івана Франка. Ці моделі враховують внутрішню структуру зон НІІ [13-15].

У першому розділі роботи розглядаються основи фотоіонізаційного моделювання небулярних середовищ.

Другий розділ присвячений мультикомпонентному моделюванню, де кожен компонент моделювання представляє окрему фотоіонізаційну модель у припущенні сферичної симетрії.

У третьому розділі даної роботи детально розглядається Те-метод та його комп'ютерна реалізація.

Четвертий розділ роботи присвячений висвітленню отриманих результатів роботи реалізованого алгоритму Те-методу і перевірці коректності застосування Те-методу для визначення вмісту кисню у низькометалічних зонах зон НІІ [20-23].

Об'єктом даного магістерського дослідження є низькометалічні зони НІІ, їх моделі та точність визначення вмісту кисню в них..

Предметом нашого дослідження є Те-метод для визначення вмісту кисню у низькометалічних зонах .

РОЗДІЛ 1 ОСНОВИ ФОТОІОНІЗАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ.

Модель незбуреної частини зони НІІ базується на розв'язку рівняння переносу, іонізуючого випромінювання середовища з розв'язком систем рівнянь іонізаційно-рекомбінаційної та статистичної рівноваги і умови енергетичного балансу. У кожному з елементарних модельних об'ємів, перенос іонізуючого випромінювання розраховується з внутрішньої частини в зоні НІІ до зовнішньої. Небулярне середовище розбивається на шари і фізичні умови в них вважаються однаковими за об'ємом. Їх визначають за допомогою наступних кроків:

1) задається початкове значення електронної температури у першому шарі незбуреної гідродинамічної частини зони НІІ;

2) розв'язок при цьому значенні температури системи рівнянь іонізаційно-рекомбінаційної рівноваги, в результаті визначається іонний вміст;

3) визначення заселення енергетичних рівнів іонів;

4) розрахунок швидкостей нагріву та охолодження небулярного середовища;

5) якщо швидкості нагріву та охолодження співпадають у дозволених межах виконується, то визначаються оптичні товщини для частот іонізуючого випромінювання, якщо умова не виконується, то робиться наступне наближення значення електронної температури то три повторит з 2 – по 4 доки не буде виконуватися

6) з 2–5 повторюються до досягнення зовнішньої межі небулярного середовища;

7) здійснення глобальних ітерацій зони НІІ з метою уточнення її іонізаційної структури,

Розглянемо рівняння зон НІІ та обґрунтуємо їх застосування для моделювання реальних об'єктів.

Є три основні процеси іонізації.

1. фотоіонізація прямим та дифузним іонізуючим випромінюванням;
2. ударні іонізації;
3. реакції обміну зарядом, що спричиняють іонізацію іона [3,4];

Кількість фотоіонізацій, спричинених прямим іонізуючим випромінюванням в одиниці об'єму навколо деякої точки за одиницю часу рівна[3,4]

$$n_{ion}^*(X^i, r) = n(X^i, r) \frac{R^2}{r^2} \int_{\nu_0(X^i)}^{\infty} F_{\nu}^* e^{-\tau_{\nu}(r)} \sigma_{\nu}(X^i) \frac{d\nu}{h\nu},$$

1

Де F_{ν}^* – потік випромінювання на відстані Землі від зорі ;

R і r – відстань до туманності;

$n(X^i, r)$ – концентрація іона ;

$\sigma_{\nu} X^i$ – ефективний переріз фотоіонізації цього іона;

$\tau_{\nu}(r)$ – оптична товщина;

$\nu_0 X^i$ – частота, яка відповідає межі іонізації

Інтегрування в (1) виконують за всіма значеннями діапазону частот випромінювання зорі[3,4].

Основними поглинаючими у туманності є H^0 , He^0 та He^+ , у відповідують довжинам хвиль 912, 504.тому для $\tau_{\nu}(r)$ – записується таким чином [3,4]:

$$\tau_{\nu}(r) = \begin{cases} \int_{r_{in}}^r n(H^0, r') \sigma_{\nu}(H^0) dr', & \nu_{912} \leq \nu \leq \nu_{504}; \\ \int_{r_{in}}^r [n(H^0, r') \sigma_{\nu}(H^0) + n(He^0, r') \sigma_{\nu}(He^0)] dr', & \nu_{504} \leq \nu \leq \nu_{228}; \\ \int_{r_{in}}^r [n(H^0, r') \sigma_{\nu}(H^0) + n(He^0, r') \sigma_{\nu}(He^0) + \\ + n(He^+, r') \sigma_{\nu}(He^+)] dr', & \nu \geq \nu_{228}, \end{cases}$$

Тут r' – досліджуваний радіус оболонки туманності, r_{in} — її внутрішній радіус, $\nu_{912}\nu_{504}\nu_{228}$ – частоти, які відповідають межам $H^0He^0He^+$ іонізації.

Дифузне іонізуюче випромінювання, яке виникає у туманності у випадку рекомбінацій вільних електронів на основні рівні вище згаданих іонів [3,4].

Кількість фотоіонізацій іонів X^i , спричинених дифузним та квантами ліній L_α в одиниці об'єму за одиницю часу і визначається за формолою [3,4].

$$n_{ion}^d(X^i, r) = n(X^i, r) \int_{\nu_0(X^i)}^{\infty} \sigma_\nu(X^i) \frac{4\pi J_\nu^d(r)}{h\nu} d\nu,$$

тут $J_\nu^d(r)$ – середнє значення інтенсивності дифузного іонізуючого випромінювання.

Вільних електронів мають енергію достатню для ударної іонізації гідрогену [3,4]. Кількість таких ударних іонізацій іонів за одиницю часу за формолою

$$n_{ion}^c(X^i, r) = n(X^i, r) n_e(r) q_c(X^i),$$

тут n_e – електронна концентрація;

$q_c X^i$ – коефіцієнт ударної іонізації,

І третій процес іонізації іонів – це іонізаційне перезарядження .

Так як у туманностях вміст важких елементів набагато менший від вмісту гідрогену та гелію, то для будь-якого іона X^i значними будуть лише іонізаційні перезарядки з H і He [3,4].

$$n_{ion}^{ch}(X^i, r) = n(X^i, r) \left[n(H^+, r) \vec{k}(X^i, H^+) + n(He^+, r) \vec{k}(X^i, He^+) \right]$$

тут \vec{k} – імовірності відповідних іонізаційних перезарядок [3,4];

У газових туманностях відбуваються рекомбінації трьох видів:

1. радіативні рекомбінації;
2. діелектронні рекомбінації;
3. реакції обміну зарядом [3,4].

Визначити кількість радіативних рекомбінацій можна за формулою

$$n_{rec}^{rad}(X^{i+1}, r) = n(X^{i+1}, r) n_e(r) \alpha^{rad}(X^{i+1}),$$

тут $\alpha^{rad}(X^{i+1})$ – повний коефіцієнт радіативної рекомбінації.

Діелектронна рекомбінація іона X^{i+1} двома етапами.

Згідно досліджень, для багатьох іонів діелектронна рекомбінація має звичайну та низькотемпературну складову. Кількість діелектронних рекомбінацій іонів X^{i+1} в одиниці об'єму за одиницю часу визначають за формулою

$$n_{rec}^{di}(X^{i+1}, r) = n(X^{i+1}, r) n_e(r) [\alpha_H^{di}(X^{i+1}) + \alpha_L^{di}(X^{i+1})],$$

тут $\alpha_H^{di}(X^{i+1}), \alpha_L^{di}(X^{i+1})$ є відповідними коефіцієнтами діелектронної рекомбінації іона [3,4].

При рекомбінаційній перезарядки іон X^{i+1} забирає електрон. Визначити кількість рекомбінаційних перезарядок іона X^{i+1} з атомами в одиниці об'єму за одиницю часу можна визначити за формулою.

$$n_{rec}^{ch}(X^{i+1}, r) = n(X^{i+1}, r) \left[n(H^0, r) \overleftarrow{k}(X^{i+1}, H^0) + n(He^0, r) \overleftarrow{k}(X^{i+1}, He^0) \right],$$

тут $\overleftarrow{k}(X^{i+1}, H^0), \overleftarrow{k}(X^{i+1}, He^0)$ – імовірності відповідних рекомбінаційних перезарядок [3-5].

Час встановлення іонізаційної рівноваги:

$$t_r \simeq \frac{1}{n_e \alpha(X^{i+1})}.$$

При характерних для зон НІ туманностях значеннях електронної концентрації $n_e \sim 100 \text{ см}^{-3}$ та температури $T_e \sim 10^4 \text{ К}$, час встановлення рівноваги t_r не перевищує ~ 1000 років.

Можна вважати, з достатньою точністю, що зона НІ перебуває у стані іонізаційно рекомбінаційної рівноваги

$$\begin{aligned} n_{ion}^*(X^i, r) + n_{ion}^d(X^i, r) + n_{ion}^c(X^i, r) + n_{ion}^{ch}(X^i, r) = \\ = n_{rec}^{rad}(X^{i+1}, r) + n_{rec}^{di}(X^{i+1}, r) + n_{rec}^{ch}(X^{i+1}, r) \end{aligned}$$

для всіх іонів X^i , що існують у туманності.

Енергетичний баланс.

Основним та єдиним джерелом нагрівання газу у газовій туманності є пряме та дифузне іонізуюче випромінювання.

При іонізації квантом з енергією $h\nu$ атома чи іона X^i , з потенціалом іонізації $h\nu_0(X^i)$ утворюється надлишкова енергія $h\nu - h\nu_0(X^i)$ [3,4]. Передається вільному електрону, а потім у процесі його термалізації навколишньому газу. Отже вона становить.

$$\begin{aligned} G = \sum_{X^i} \sigma(X^i, r) \int_{\nu_0(X^i)}^{\infty} \left[\frac{R^2}{r^2} F_{\nu}^* e^{-\tau_{\nu}(r)} + 4\pi J_{\nu}^d(r) \right] \times \\ \times \sigma_{\nu}(X^i) h(\nu - \nu_0(X^i)) \frac{d\nu}{h\nu}. \end{aligned}$$

Механізми охолодження газу.

Енергія вільних електронів у туманності:

1. Збудження електронним ударом низьких енергетичних рівнів;
2. Ударну іонізацію атомів та іонів;
3. У разі радіативних та діелектронних рекомбінацій;
4. У випадку вільно-вільних переходів у полях додатних іонів.

Розглядаються всі ці процеси.

1. За наявних у туманностях температур багато атомів та іонів, мають порівняно низькі енергетичні рівні. При спонтанних переходах з цих рівнів випромінюються кванти заборонених та інтеркомбінаційних ліній, що вільно покидають туманність, так як коефіцієнт поглинання є дуже малим. Цей процес найбільш ефективно зменшує енергію в туманності [3,4]. Газ охолоджується в разі ударного збудження ліній, в основному резонансних, проте у випадку резонансних ліній кванти, які випромінюються, виходять з туманності лише після великої кількості перевипромінювань [3,4].

2. У випадку ударної іонізації, відбувається охолодження небулярного газу, коли електрон, що налітає, витрачає частину своєї енергії. Відносна кількість збуджених атомів невелика через сильну дилюцію випромінювання, в умовах газової туманності, тобто практично всі ударні іонізації відбуваються з основного рівня. Формула для втрат енергії у цьому випадку ударну іонізацію в одиниці об'єму за одиницю часу буде мати наступний вигляд:

$$\epsilon_{ci} = n_e \sum_{X^i} n(X^i) q_c(X^i) h\nu_0(X^i),$$

Тут $q_c(X^i)$ – коефіцієнт ударної іонізації з основного рівня іона X^i .

3. Також газ охолоджується у процесі рекомбінації вільного електрона, що приєднуючись до іона X^{i+1} виносить з газу свою кінетичну енергію [3,4]. Обчислити втрати енергії можна з використанням виразу

$$\epsilon^{rad}(X^{i+1}) = n_e n(X^{i+1}) \sum_{j=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{m_e v^2}{2} \sigma_{cj}(X^{i+1}, v) v f(v, T_e) dv,$$

можна знайти середню енергію рекомбінуючого з іоном електрона діленням виразу на кількість радіативних рекомбінацій [6]:

$$E_e(X^{i+1}) = \frac{\epsilon^{rad}(X^{i+1})}{n_e n(X^{i+1}) \alpha^{rad}(X^{i+1})} = kT_e \frac{\chi_1(\beta)}{\varphi_1(\beta)},$$

Де k -стала Больцмана; $\beta = h\nu_0(X^i)/kT_e$ визначені зокрема в [6].

4. До охолодження газу призводять також вільно-вільні переходи електронів у полях додатних іонів, які супроводжуються випромінюванням.

Щоб розрахувати відповідні втрати енергії в одиниці об'єму за одиницю часу, використовується формула [5].

$$\epsilon_{ff} = 1,85 \cdot 10^{-27} n_e T_e^{1/2} \sum_{X^i} n(X^i) Z^2(X^i),$$

тут $Z^2(X^i)$ – заряд додатного іона X^i .

Рівняння енергетичного балансу.

Час встановлення теплової рівноваги в газі визначається за формулою

$$t_T \sim \frac{n_e kT_e}{\Lambda},$$

тут $\Lambda = \epsilon_{cl} + \epsilon_{ci} \epsilon_{rec} \epsilon_{ff}$ – швидкість охолодження небулярного газу.

Основний внесок у нагрівання газу роблять фотоіонізації $H^0 He^0 He^+$ а для охолодження в умовах газової туманності враховується:

- 1) ударне збудження атомів та іонів $H^0, C^0 - C^3$;
- 2) ударна іонізація H^0 ;
- 3) радіативна рекомбінація $H^+ He^+ He^{++}$;
- 4) діелектронна рекомбінація H^0 ;
- 5) вільно-вільні переходи електронів у полях іонів $H^+ He^+ He^{++}$;

точної термічної рівноваги газу у реальних газових туманностях немає.

Рівняння статистичної рівноваги.

Розглянемо систему рівнянь статистичної рівноваги [5] для рівнів, заселення яких відбувається переважно завдяки зіткненням атомів та іонів з вільними. Оскільки зіткнення з вільними електронами відбуваються на декілька порядків частіше. Розглянемо процеси ударного збудження, які описуються формулами;

Коефіцієнт ударної деактивації з вищого рівня k на рівень j має вираз [4]

$$q_{kj} = \int_0^{\infty} \sigma_{kj}(v) v f(v) dv, \quad 2$$

тут $\sigma_{kj}(v)$ – відповідний переріз;

$f(v)$ – максвелівська функція розподілу електронів за швидкостями.

Переріз $\sigma_{kj}(v)$ – можна виразити використовуючи безрозмірну величину ;

$$\sigma_{kj}(v) = \pi \left(\frac{h}{2\pi m_e v} \right)^2 \frac{\Omega_{kj}(v)}{g_k} \quad 3$$

g_k – статична вага рівня k ;

Якщо підставити вираз (3) у вираз (2), отримується наступне

$$q_{kj} = \frac{h^2}{2\pi m_e^2} \left(\frac{m_e}{2\pi k T_e} \right)^{1/2} \frac{1}{g_k} \times \int_0^{\infty} \Omega_{kj}(v) \exp \left(-\frac{m_e v^2}{2k T_e} \right) d \left(\frac{m_e v^2}{2k T_e} \right).$$

Інтеграл у виразі (3) залежний лише від електронної температури.

Позначивши цей інтеграл через $\gamma_{kj}(T_e)$ отримується вираз;

$$q_{kj} = \frac{h^2}{2\pi m_e^2} \left(\frac{m_e}{2\pi k T_e} \right)^{1/2} \frac{\gamma_{kj}(T_e)}{g_k} = \frac{8.63 \cdot 10^{-6} \gamma_{kj}(T_e)}{\sqrt{T_e} g_k} \text{ см}^3/\text{с}.$$

Коли є відомим q_{kj} , то ймовірність переходу зіткнення за одиницю часу в розрахунку на один атом можна знайти:

$$a_{kj} = n_e q_{kj} \text{ с}^{-1}.$$

Коефіцієнт ударного збудження пов'язаний з коефіцієнтом ударної деактивації співвідношення;

$$q_{jk} = q_{kj} \frac{g_k}{g_j} e^{-\chi_{kj}/kT_e} = \frac{8.63 \cdot 10^{-6} \gamma_{kj}(T_e)}{\sqrt{T_e} g_j} e^{-\chi_{kj}/kT_e},$$

Відповідна імовірність збудження;

$$b_{jk} = n_e q_{jk} \text{ с}^{-1}.$$

Отже, імовірність спонтанного переходу $k \rightarrow j$ визначена коефіцієнтом Айнштейна.

Умова статистичної рівноваги для рівня j виражається рівнянням.

$$\sum_{i=1}^{j-1} n_i b_{ij} + \sum_{k=j+1}^N n_k (A_{kj} + a_{kj}) = n_j \left(\sum_{i=1}^{j-1} (A_{ji} + a_{ji}) + \sum_{k=j+1}^N b_{jk} \right)$$

тут n_i, n_k, n_j – відносні заселеності відповідних рівнів;

N – кількість рівнів, які враховуються. Перша частина цього рівняння описує процеси, які збільшують заселеність рівня, а друга – процеси, які зменшують заселеність рівнів [4,5].

У випадку, коли інтенсивність іонізуючого випромінювання стаціонарна, тоді рівняння перенесення випромінювання виглядає так;

$$n \nabla I_{\nu} = j_{\nu} - k_{\nu} I_{\nu}.$$

Коли, область НІ є суттєво неоднорідною та не ізотропною, з розсіяним по її об'єму джерелами іонізації, отримується, в ідеальному випадку можливість відстежувати рух кожного кванта у зоні НІ від зорі через перевипромінювання та розсіювання до точки, де він викликав іонізацію.

У численних випадках є можливість точно сказати, що джерело іонізації одне і те, що воно перебуває у центрі небулярного об'єкта [6].

Рівняння переносу прямого іонізуючого випромінювання у сферично-симетричній зоні НІ з центральним джерелом іонізації може бути у наступному вигляді:

$$\frac{dI_{\nu}^s}{dr} = -k_{\nu}I_{\nu}^s,$$

у цьому рівнянні відсутній коефіцієнт випромінювання, середовища j_{ν} так як він призводить у рівнянні перенесення дифузного іонізуючого випромінювання. Розв'язком такого рівняння є:

$$I_{\nu}^s(r) = I_{\nu}^s(r_{in})e^{-\tau_{\nu}(r)},$$

тут $I_{\nu}^s(r_{in})$ – інтенсивність прямого іонізуючого випромінювання, а $\tau_{\nu}(r)$ – оптична товщина [6].

Інтенсивність випромінювання не буде змінюватися якщо вона перебуває у порожньому просторі. За відсутності у середовищі джерел поглинання та випромінювання, потік випромінювання обернено пропорційний квадрату відстані від джерела іонізації [6].

Враховувати це, потік іонізації від зорі на частоті ν на довільній відстані r від центру у сферично-симетричній зоні НІ матиме вигляд;

$$F_{\nu}^s(r) = F_{\nu}^s(r_{in}) \left(\frac{r_{in}}{r}\right)^2 e^{-\tau_{\nu}(r)}.$$

Тоді, у випадку сферично-симетричної зони НІ з центральним

джерелом іонізації навколо довільної точки буде записуватиметься наступним чином:

$$n_{ion}^*(X^i, r) = n(X^i, r) \frac{r_{in}^2}{r^2} \int_{\nu_0(X^i)}^{\infty} F_{\nu}^s(r_{in}) e^{-\tau_{\nu}(r)} \sigma_{\nu}(X^i) \frac{d\nu}{h\nu},$$

Рівняння переносу дифузного іонізуючого випромінювання.

У небулярному середовищі під час рекомбінації вільних електронів на основні рівні іонів $H^+He^+He^{++}$ фотоіонізація у зоні НП викликає дифузне іонізує випромінювання. У точці з координатами r виникає наступна кількість іонізацій іонів за одиницю часу і можна саписати так

$$n_{ion}^d(X^i, r) = n(X^i, r) \int_{\nu_0(X^i)}^{\infty} \sigma_{\nu}(X^i) \frac{4\pi J_{\nu}^d(r)}{h\nu} d\nu,$$

тут $J_{\nu}^s(r)$ – середня інтенсивність дифузного іонізуючого випромінювання у заданій точці зони НП

РОЗДІЛ 2. МУЛЬТИКОМПОНЕТНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

У припущенні сферичної симетрії у фотоіонізаційній моделі кожен з компонентів фотоіонізація спричинена двома видами квантів іонізуючого випромінювання [7]:

1. кванти прямого випромінювання від іонізуючого джерела, не поглинуті в попередньому компоненті;
2. кванти, випромінені у попередньому і даному компонентах на шляху зсередини назовні до шару [8].

В області зореутворення є зорі, центральними джерелами іонізації зони НІІ в області зореутворення є зорі. Супервітер від центральної області зореутворення утворює ударну хвилю, яка згрібає оточуючий небулярний газ, формуючи тонкий шар високої густини. Зворотна ударна хвиля термалізує розріджений газ в каверну. Унаслідок цього каверна супервітру випромінює теплове випромінювання, температура якого сягає понад мільйон градусів Кельвіна. Враховуючи складну структуру околиць спалахів зореутворення (див. Рисинок.)[9]:

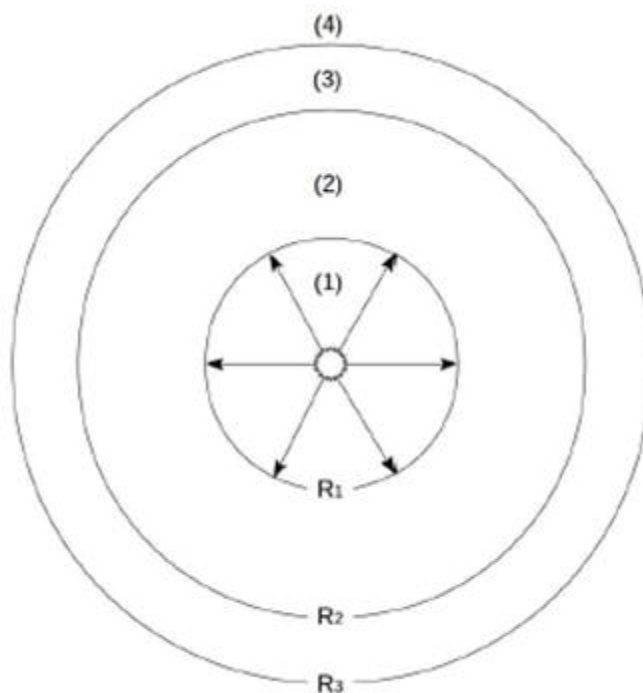


Рис.1 Мультикомпонентна структура зони НІІ

1. перший компонент – супервітер, що вільно розлітається від спалаху зореутворення;
2. другий компонент – гарячий розріджений газ каверни зоряного супер вітру[9];
3. третій компонент – шар високої густини, стиснений ударною хвилею зоряного супервітру;
4. четвертий компонент – гідродинамічно незбурена складова зони НШ[9].

Гідродинаміка супервітру спостерігається у перших двох компонентах розподілу температури та концентрації . Тому визначати температуру в них за допомогою фотоіонізаційного рівняння енергетичного балансу не можливо. З іншого боку у двох зовнішніх компонентах фізичні умови визначає фотоіонізація. Температуру в них можна визначати за допомогою фотоіонізаційного рівняння енергетичного балансу. Густину у третій компоненті визначатимемо з умови ізобаричності на межі другим та третім компонентами, протяжність третього компонента визначатиме сумарна маса речовини, згребеної прямою ударною хвилею супервітру, а густина у четвертому компоненті буде вільним параметром [8,9].

Область вільного розширення супервітру.

Припускають, що вітер є центрально-симетричним та, що гравітаційними силами можна знехтувати [9]. Темп втрати маси та механічна світність позначаються \dot{M} та \dot{E} . Рівняння для потоку були наступними [9]:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (\rho u r^2) = q$$

$$\rho u \frac{du}{dr} = -\frac{dP}{dr} - qu$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[\rho u r^2 \left(\frac{1}{2} u^2 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P}{\rho} \right) \right] = Q$$

тут v – швидкість вітру, r – радіальна координата ρ – густина, P – тиск, і γ – показник адіабати. Радіус R є межею надходження \dot{M} та \dot{E} . Розв’язок цих рівнянь був спрощений завдяки використанню числа Маха $M = u/c$ де c = швидкість звуку, яка виступає як змінна.

Каверна супервітру.

Щоб описати фізичні умови вздовж другого компонента, як це сказано , було використано теорію каверни зоряного вітру Кастора, Маккрея [10]. .

Маса шару становить $m_s = (4\pi/3)R_2^3\rho_0$.

Припускаєть, що об’єм з радіусом R_1 є незначним і нехтується у порівнянні з об’ємом з радіусом R_2 , і тому енергія шару у залежності від ρ записується :

$$E = \frac{3}{2} \frac{4\pi}{3} R_2^3 p.$$

Рівняння руху для оболонки записується :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{4\pi}{3} R_2^3 \rho_0 \frac{dR_2}{dt} \right) = 4\pi R_2^2 p,$$

і рівняння енергетичного балансу для цієї гарячої області описується наступним виразом:

$$\frac{dE}{dt} = L_w - 4\pi R_2^2 p \frac{dR_2}{dt}.$$

Розв'язок рівнянь виглядає наступним чином:

$$E = \frac{5}{11} L_w t,$$

$$R_2 = \left(\frac{250}{308\pi} \right)^{1/5} L_w^{1/5} \rho_0^{-1/5} t^{3/5},$$

$$p = \frac{7}{(3850\pi)^{2/5}} L_w^{2/5} \rho_0^{3/5} t^{-4/5}.$$

Припускають, що всередині бульбашки потік речовини викликаний теплопровідністю [10]:

$$F_c = -K \frac{\partial T}{\partial r} = -CT^{5/2} \frac{\partial T}{\partial r} \approx \frac{CT^{7/2}}{R_2}$$

того ж порядку, що й значення потоку механічної енергії:

$$F_m = \frac{5}{2} p v \approx \frac{p R_2}{t}.$$

РОЗДІЛ 3. Те-МЕТОД

3.1 Опис T_e методу

Для визначення чисельності в області НІІ застосовується двозонна модель за його температурну структуру зазвичай приймають Ізотов. Нещодавно опублікували набір рівнянь для визначення кількості кисню в регіонах НІІ в контексті такої двозони модель. На думку цих авторів, температура електрона t_3 в межах зони, в одиницях 10^4 К, дається наступним рівнянням[11]:

$$t_3 = \frac{1.432}{\log(R_3/R) - \log C_T}.$$

Кількість C_T визначається як

$$C_T = (8.44 - 1.09 t_3 + 0.5 t_3^2 - 0.08 t_3^3) v,$$

де

$$v = \frac{1 + 0.0004 x_3}{1 + 0.044 x_3}$$

$$x_3 = 10^{-4} n_e t_3^{-1/2}.$$

Що стосується вмісту іонного кисню, то вони визначаються наступним чином Рівняння[11]:

$$12 + \log(\text{O}^{++}/\text{H}^+) = \log(I_{[\text{O III}]\lambda 4959 + \lambda 5007}/I_{\text{H}\beta}) + 6.200 + \frac{1.251}{t_3} - 0.55 \log t_3 - 0.014 t_3,$$

$$12 + \log(\text{O}^+/\text{H}^+) = \log(I_{[\text{O II}]\lambda 3727 + \lambda 3729}/I_{\text{H}\beta}) + 5.961 + \frac{1.676}{t_2} - 0.40 \log t_2 - 0.034 t_2 + \log(1 + 1.35x_2),$$

$$x_2 = 10^{-4} n_e t_2^{-1/2}.$$

Тут n_e - густина електронів.

Потім загальна кількість кисню визначається з наступного рівняння:

$$\frac{\text{O}}{\text{H}} = \frac{\text{O}^+}{\text{H}^+} + \frac{\text{O}^{++}}{\text{H}^+}.$$

Зазвичай визначають температуру електронів t_2 зони O_2 з рівняння, яке стосується t_2 до t_3 , отримане шляхом підгонки t_2 моделі регіону. Запропоновано кілька версій цього відношення $t_2 - t_3$ [11].

Широко вживаним є співвідношення Кемпбелла на основі моделей регіону НІІ Стасінської [11]:

$$t_2 = 0.7 t_3 + 0.3.$$

Інше відношення було запропоновано Пагел також заснований на моделях регіону НІІ Стасінської

$$\frac{1}{t_2} = 0.5 \left(\frac{1}{t_3} + 0.8 \right).$$

Ізотов , підбираючи також моделі регіону НІІ Стасінської запропонували такий вираз:

$$t_2 = 0.243 + 1.031 t_3 - 0.184 t_3^2.$$

На основі розрахунків моделі регіону НІІ Стасінської, Шерер, Дехарвенг запропонували таке співвідношення[11]:

$$t_2 = 0.775 t_3 + 0.281.$$

Джої,Шилдз встановили, що Кемпбелл та інші. відношення є розумним для $t_3 > 1,0$. Однак при більш низьких температурах моделі більше відповідають ізотермічній туманності. Отже, вони прийняв формулювання [11];

$$t_2 = 0.7 t_3 + 0.3, \quad t_3 > 1.0$$
$$t_3, \quad t_3 < 1.0.$$

3.2 Сітка мультикомпонентного моделювання світіння зон НІІ

Еволюційний характер несе моделювання внутрішньої структури зони НІІ. Еволюцію зір з віком змінюються як характеристики супервітру від центральної області зореутворення. Розміри першого, і другого та третього компонентів, що представляють внутрішню структуру зони НІІ залежать від параметрів супервітру[12].

Сітка еволюційних чотирикомпонентних фотоіонізаційних моделей рахуються за наступними вільними параметрами:

1. Вік спалаху зореутворення.
2. Густина оточуючого середовища .
3. Хімічний вміст у третьому та четвертому компонентах.

Значення параметрів 2 і 3 характеристики області зореутворення визначають окрему модель зони НІІ, що оточує центральну область зореутворення з конкретними характеристиками а параметр дозволяє дослідити еволюцію цієї зони НІІ [12].

3.3 Реалізація Те-методу на мові програмування на C++.

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <fstream>
#include <stdlib.h>
#include <string>
#include <vector>
#include <sstream>

using namespace std;

int main( int argc, char *argv[] )
{
    string line;

    ifstream in(argv[1]);

    vector<vector<double>> data;

    int row_counter = 0, row_number = 0;

    if (in.is_open())
    {
        getline(in, line);
        while (getline(in, line))
        {
            vector<double> row;
            std::istringstream iss(line);
            for (std::string s; iss >> s; )
                row.push_back(atof(s.c_str()));
            data.push_back(row);
            row_counter++;
        }

    }
    in.close();

    printf("row_counter = %i", row_counter);

    /* open file for writing some results */
    FILE *OUT_FILE;
    if( (OUT_FILE = fopen(argv[2],"w")) == NULL )
    {
```

```

printf(" could not open %10s for writing.\n",argv[2]);
exit(1);
}
fprintf(OUT_FILE,"Model\tne([SII])\tTe([OIII])\tTe([OII])\tO+/H+\t\t0+
+/H+\t\t0/H(Te)\t\n");

row_number = 0;
do{
double x, x_3, x_2, v, c_T, R_2, R_3, R, X, n_e, t_2, t_3, T_3, I4363,
I4959, I5007, I3726, I3729, I6716, I6731, IHbeta, OH, OpHp, O2pHp;
int Model = 0, Component = 0;
IHbeta=I4363=I4959=I5007=I3726=I3729=I6716=I6731=0.000000000000
000000000000;
bool bad_model = false;
for(int i = 0; i < 3; i++, row_number++)
{
if (row_number>=row_counter) break;
vector<double> row = data[row_number];
Model = (int)row[0];
Component = (int)row[1];
if(i          &&          Component==2)
{i=0;IHbeta=I4363=I4959=I5007=I3726=I3729=I6716=I6731=0.000000000000
000000000000;printf("Model %i does not contain components 3 and
4!!!\n",Model-1);}
IHbeta += pow(10.,row[2]);
I4363 += pow(10.,row[5]); I4959 += pow(10.,row[4]); I5007 +=
pow(10.,row[3]); I3726 += pow(10.,row[8]); I3729 += pow(10.,row[9]); I6716
+= pow(10.,row[6]); I6731 += pow(10.,row[7]);
// printf("Model=%i,          Component=%i          IHbeta=%le,
I4363=%le,I4959=%lf,I5007=%le,I3726=%le,I3729=%le,I6716=%le,I6731=%l
e\n",Model,Component,IHbeta,I4363,I4959,I5007,I3726,I3729,I6716,I6731);
}

printf("Model=%i,          Component=%i          IHbeta=%le,
I4363=%le,I4959=%lf,I5007=%le,I3726=%le,I3729=%le,I6716=%le,I6731=%l
e\n",Model,Component,IHbeta,I4363,I4959,I5007,I3726,I3729,I6716,I6731);

R_3 = (I4959 + I5007) / IHbeta;
R_2 = (I3726 + I3729) / IHbeta;
R = I4363 / IHbeta;
x = I6716 / I6731;
n_e = pow(10., 8.448 - 15.101 * x + 14.419 * x * x - 5.115 * x * x * x);

```

```

T_3 = 2.;
do {
t_3 = T_3;
x_3 = 1.e-4 * n_e * pow(t_3, -0.5);
v = (1 + 0.0004 * x_3) / (1 + 0.044 * x_3);
c_T = 8.44 - 1.09 * t_3 + 0.5 * pow(t_3, 2) - 0.08 * pow(t_3, 3) * v;
T_3 = 1.432 / (log10(R_3 / R) - log10(c_T));
//printf("T_3=%f, t_3=%f\n", T_3, t_3);
} while (fabs(T_3 - t_3)/t_3 >= 1.e-8);

t_2 = 0.7 * t_3 + 0.3;
x_2 = pow(10, -4) * n_e * pow(t_2, -1 / 2); //!1e-4
OpHp = pow(10, log10(R_2) - 12. + 5.961 + 1.676 / t_2 - 0.40 *
log10(t_2) - 0.034 * t_2 + log10(1 + 1.35 * x_2));
O2pHp = pow(10, log10(R_3) - 12. + 6.200 + (1.251 / t_3) - 0.55 *
log10(t_3) - 0.014 * t_3);
OH = OpHp + O2pHp;

printf("ne[SII]=%6.1fcm^-3\n", n_e);
printf("Te[OIII]=%7.1fK\n", T_3 * 1.e4);
printf("Te[OII]=%7.1fK\n", t_2 * 1.e4);
printf("O+/H+=%8.2le\n", OpHp);
printf("O++/H+=%8.2le\n", O2pHp);
printf("O/H=%8.2le\n", OH);

//
fprintf(OUT_FILE, "%i\t%5.1f\t%8.1f\t%8.1f\t%8.2le\t%8.2le\t%8.2le
\n", Model, n_e, T_3 * 1.e4, t_2 * 1.e4, OpHp, O2pHp, OH);
fprintf(OUT_FILE, "%i\t%5.1f\t%8.1f\t%8.1f\t%8.2le\t%8.2le\t%5.3lf
\t\n", Model, n_e, T_3 * 1.e4, t_2 * 1.e4, OpHp, O2pHp, 12.+log10(OH));

} while (row_number+1<row_counter);

fclose(OUT_FILE);

return 0;
}

```

РОЗДІЛ 4. ПЕРЕВІРКА КОРЕКТНОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ Te-МЕТОДУ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ВМІСТУ ОКСИГЕНУ У НИЗЬКО МЕТАЛІЧНИХ ЗОНАХ НII

4.1 Модельні спектри утримані з мультикомпонетного моделювання зон НII

У якості «спостережуваних» спектрів для перевірки коректності роботи Te-методу нами використовувались модельні спектри з сітки МФМС зон НII у блакитних компактних карликових галактиках, яка детально описана у праці [19]. У цій же роботі показано, що значна кількість відселектованих моделей дуже добре відтворює спостережувані інтенсивності сильних емісійних ліній оксигену . Праця [19] присвячена уточненню вмісту первинного гелію, для визначення якого використовувалися лише такі моделі. Саме тому у цій магістерській роботі для тестування Te-метода, який широко застосовується дослідниками для визначення вмісту оксигену в зонах НII блакитних компактних галактик (див. напр. [1,2]), було вирішено використати спектри з праці [19].

Оскільки у моделях, на відміну від реальних зон НII, ми знаємо вміст оксигену (це — один з вхідних параметрів), то ми можемо порівняти, отриманий за допомогою діагностики модельних спектрів Te-методом з заданим у моделях i , тим самим, здійснити перевірку надійності останнього.

4.2 Результати тестування

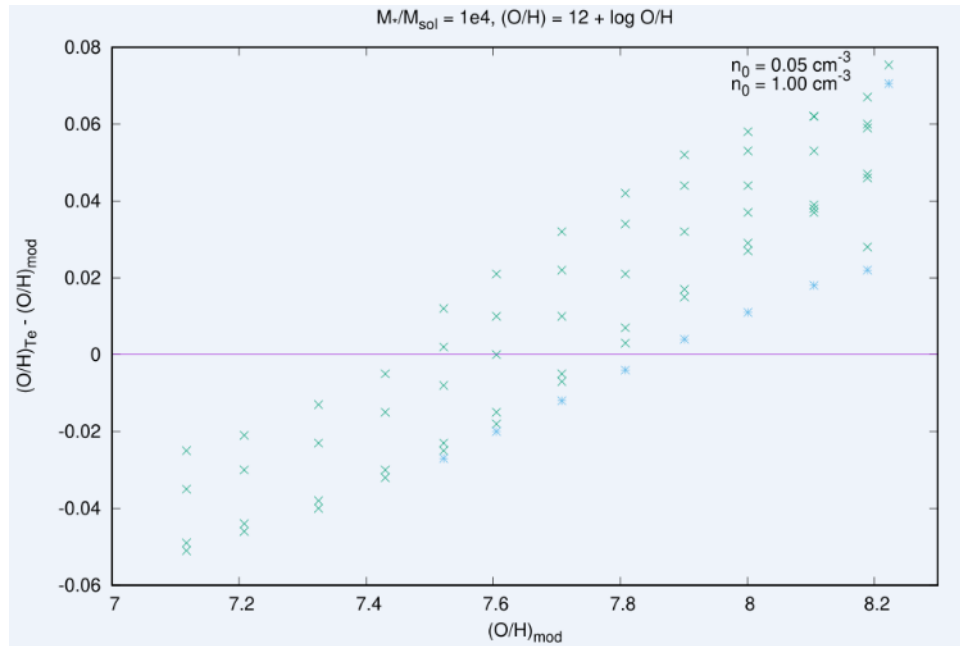
На Рис. 4.1 Показано відхилення результату Те-методу від заданного модельного вмісту кисню (вісь X на Рис. а) та розподіл цих відхилень за віком (Age) спалаху зореутворення (Рис. б) з сумарною масою зір $10^4 M_{\odot}$. Як бачимо, у цьому випадку маємо сумі не дуже велике відхилення, максимум 0.08 dex. У моделі вони пораховані всього до мільйона років, оскільки далі зона III зникає через малу масу зір в центральній області зореутворення.

На Рис. 4.2 показано аналогічні залежності, але для маси області зореутворення рівної $10^5 M_{\odot}$. Бачимо велике відхилення результату Те-методу (більше порядку) для 10 млн. років. При віку 8 та 9 млн. років маємо систематичне заниження результату Те-методу, але в межах 0.5 dex. До 7 мільйона років Те-метод працює добре.

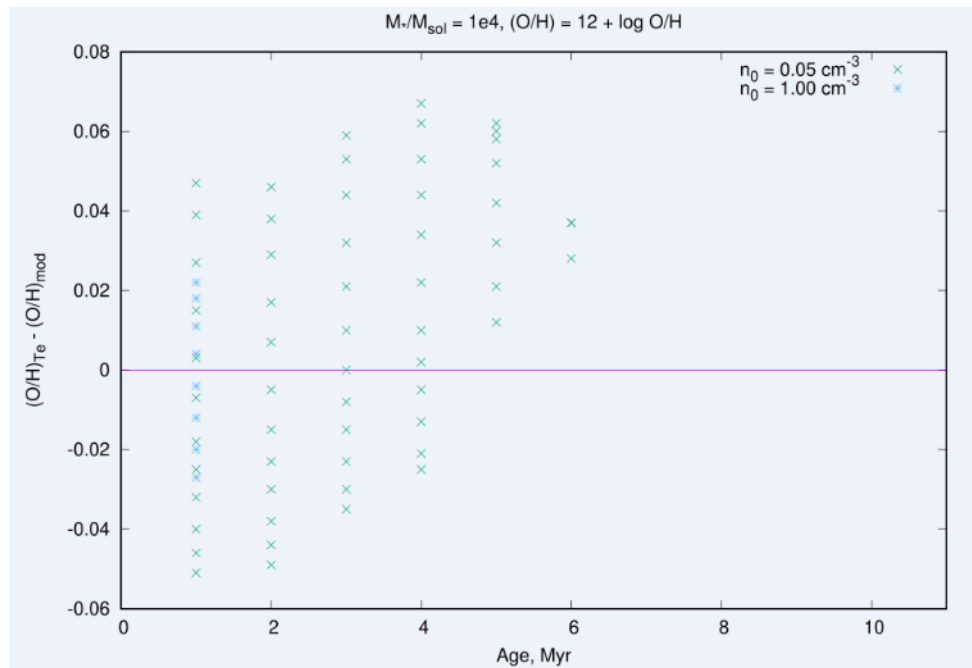
На Рис. 4.3 показано аналогічні залежності, але для маси області зореутворення рівної $10^6 M_{\odot}$. Видно велике відхилення результату Те-методу (більше порядку) для 10 млн. років. При віку 9 млн. років маємо відхилення більше 0.5 dex, а для 8 млн. років — систематичне зміщення вниз в межах 0.5dex. До 7 мільйона років Те-метод працює добре.

На Рис. 4.4 показано аналогічні залежності, але для маси області зореутворення рівної $10^7 M_{\odot}$. Видно велике відхилення результату Те-методу (до 0.8 dex) для 9 та 10 млн. років. При віку 8 млн. років маємо систематичне зміщення вниз в межах 0.5dex. До 7 мільйона років Те-метод працює добре.

На Рис. 4.5 показано аналогічні залежності, але для маси області зореутворення рівної $10^8 M_{\odot}$. При віку 9 млн. років маємо відхилення більше 0.6 dex, а для 8 млн. років — систематичне зміщення вниз в межах 0.4 dex. До 7 мільйона років Те-метод працює добре, а при 10 млн. років маємо розкид в межах 0.3 dex.

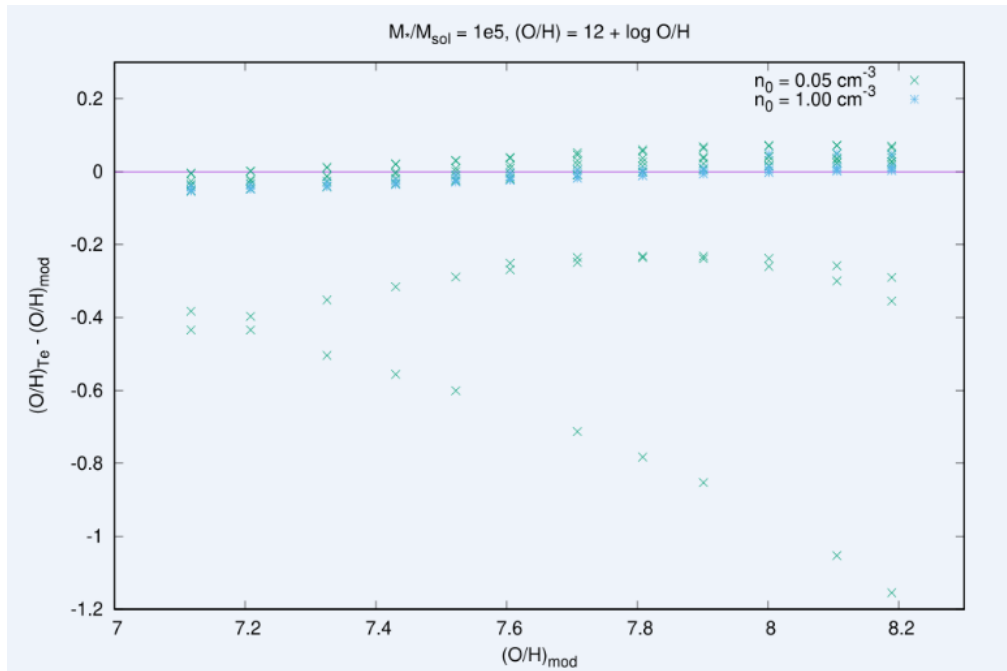


а)

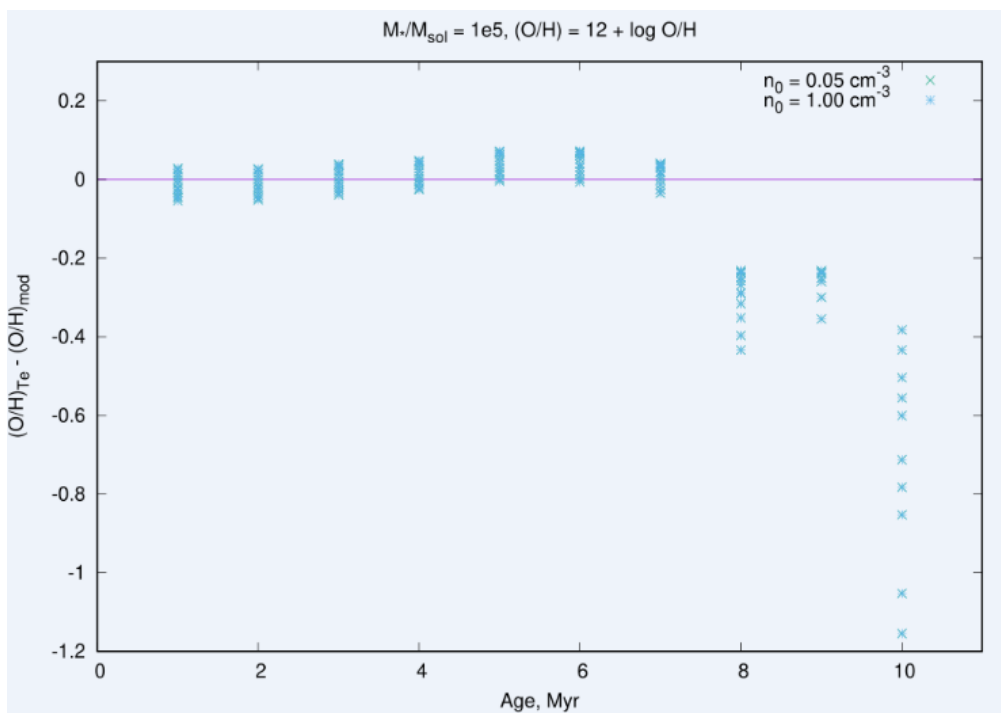


б)

Рис. 4.1 Відхилення Te-методу від заданного модельного вмісту кисню для моделей з сумарною масою зір в області спалаху зореутворення $10^4 M_{\odot}$.

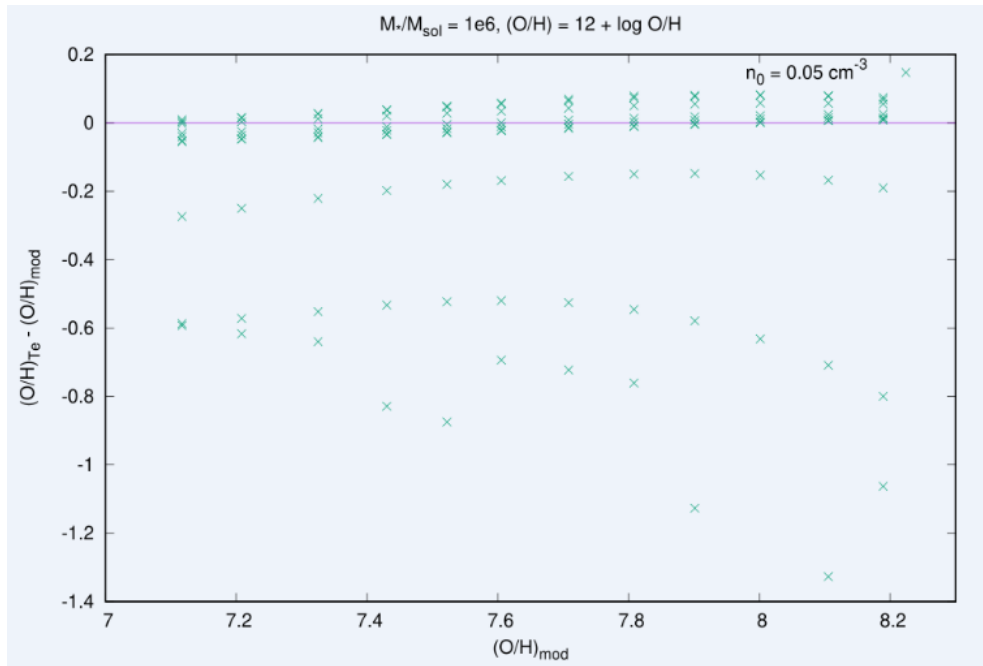


а)

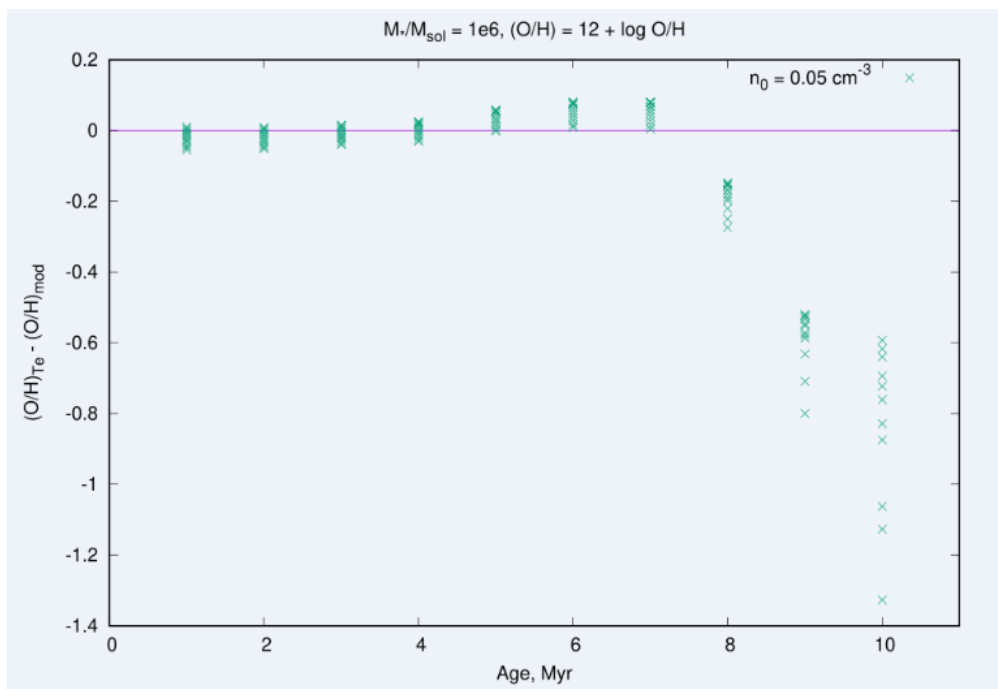


б)

Рис. 4.2 Відхилення результату T_e -методу від заданого модельного вмісту кисню (вісь X на Рис. а) та розподіл цих відхилень за віком (Age) спалаху зореутворення (Рис. б) з сумарною масою зір $10^5 M_{\odot}$.

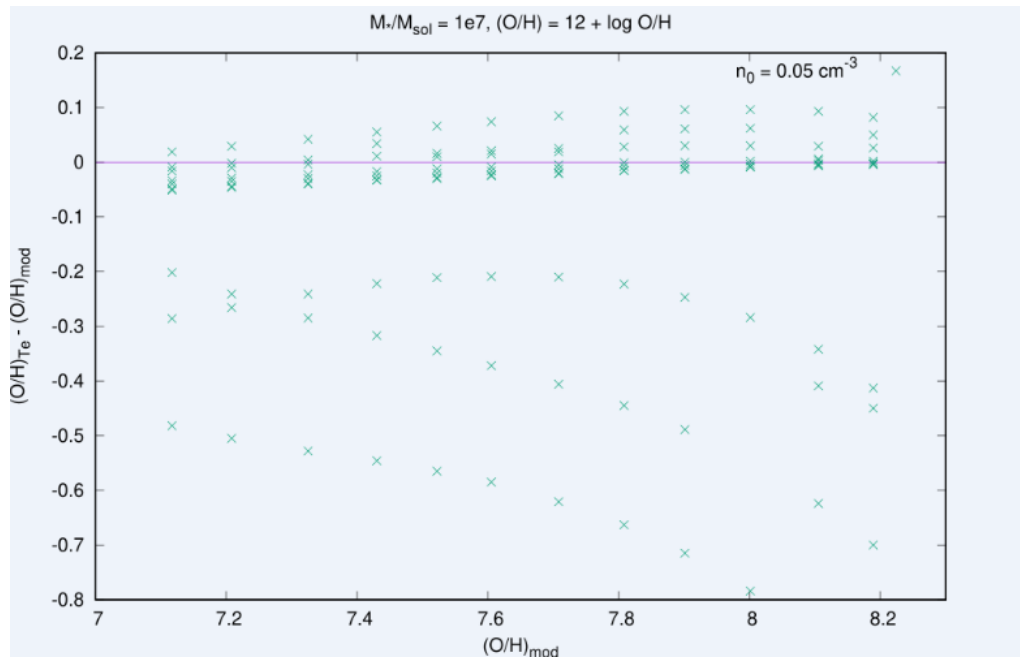


а)

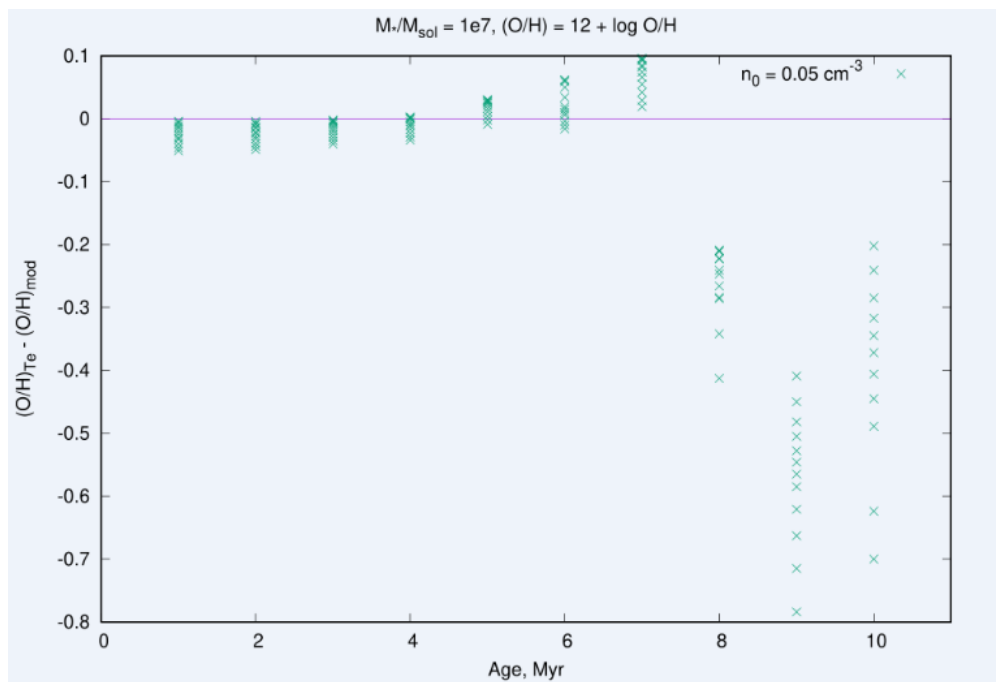


б)

Рис. 4.3 Відхилення Те-методу від заданого модельного вмісту кисню для моделей з сумарною масою зір в області спалаху зореутворення $10^6 M_{\odot}$.

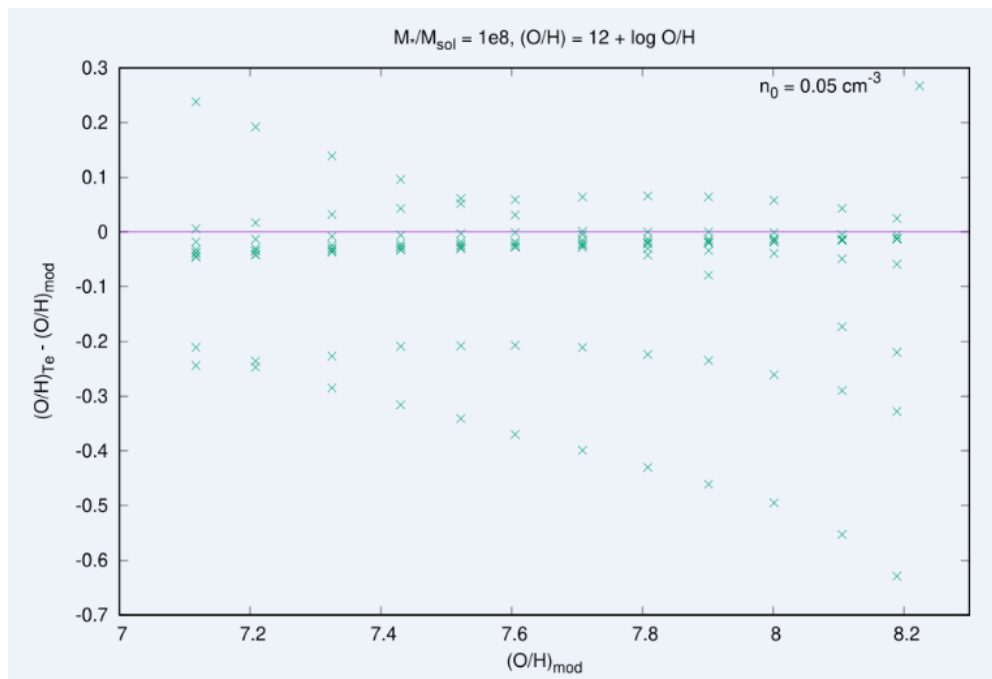


а)

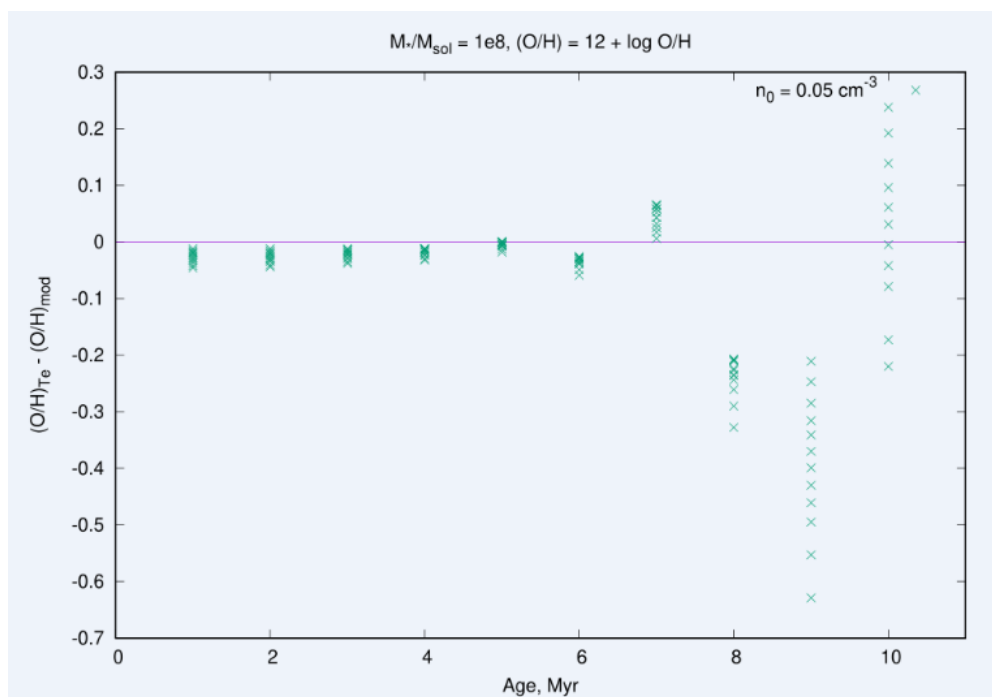


б)

Рис. 4.4 Відхилення Те-методу від заданного модельного вмісту кисню для моделей з сумарною масою зір в області спалаху зореутворення $10^7 M_{\odot}$:



a)



б)

Рис. 4.5 Відхилення Те-методу від заданого модельного вмісту кисню для моделей з сумарною масою зір в області спалаху зореутворення $10^8 M_{\odot}$.

Висновок

У даній роботі було проведено тестування Те-методу на відтворення хімічного вмісту, заданого у мультикомпонентних моделях світіння зон НІІ блакитних компактних карликових галактиках . Відхилення результату Те-методу від заданного модельного вмісту кисню для моделей з сумарною масою зір в області спалаху зореутворення , $10^5 M_{\odot}$, $10^6 M_{\odot}$, $10^7 M_{\odot}$, $10^8 M_{\odot}$, до 7 мільйонів років є невеликим, а тому можемо стверджувати, що до цього віку метод працює дуже добре (відхилення менше 0.08 dex). Отже Те-методу працює добре в основному до 7 млн. років, а при більшому віці він стає неправильним та ненадійним. Розрізнити старі і нові сталахи зореутворення можна через еквівалентну ширину лінії $H\beta$. У такий спосіб можемо взяти зі спостережень, чи дана зона НІІ годиться для діагностики Те-методом чи ні. Ізотоп та ін. використовували Те-метод для аналізу в основному молодих спалахів зореутворення. Тому можна сказати, що визначений ними вмісту первинного гелію та темп його збагачення в процесі зоряної хімічної еволюції є достовірними.

Список використаних джерел

- [1] Izotov Yu. I. The primordial helium abundance from a new sample of metal deficient blue compact galaxies / Yu. I. Izotov, T. X. Thuan, V. A. Lipovetsky // *Astrophys. J.* – 1994.
- [2] Izotov Yu. I. The Primordial Helium Abundance: Systematic Effects and a New Determination / Yu. I. Izotov, T. X. Thuan, V. A. Lipovetsky // *Astrophys. J. Supp.* – 1997.
- [3] Головатий В. В. Фізика світіння газових туманностей / В. В. Головатий, Б. Я. Мелех, Н. В. Гаврилова // Навчальний посібник. – Львів. – 2013. –
- [4] Головатий В. В. Современная фотоионизационная модель свечения планетарной туманности / В. В. Головатий, Ю. Ф. Мальков – Київ: Препринти Інституту теоретичної фізики АН України. – 1991. 41 с.
- [5] Ferland G. J. Hazy, a Brief Introduction to Cloudy / G. J. Ferland // 2008. – University of Kentucky, Physics Department Internal Report. – 200. <http://www.nublado.org>
- [6] Спитцер Л. Физические процессы в межзвездной среде. – М.: Мир, 1981. – 352 с.
- [7] Мелех Б. Я. Моделювання світіння небулярних середовищ (Дисертація на здобуття ступеня доктора фізико-математичних наук, Київ, 2015).
- [8] [Chevalier R. A. Wind from a starburst nucleus / R. A. Chevalier, A. W. Clegg // *Letters to Nature.* – 1985. – Vol. 317. – P. 44–45.
- [9] Weaver R. Interstellar bubbles. II - Structure and evolution / R. Weaver, R. McCray, J. Castor, et al. // *Astroph. J.* – 1977. – Vol. 218. – P. 377–395.]
- [10] Castor J. Interstellar bubbles / J. Castor, R. McCray, R. Weaver., et al. // *Astroph. J.* – 1975. – Vol. 200. – P. L107–L110.
- [11] Leonid S. Pilyugin, Jos'e M. V'ílchez and Trinh X. Thuan

Accepted 2006 May 25. On the relation between electron temperatures in the O^+ and O^{++} zones in high-metallicity HII regions

[12] Кошмак І. О. Моделювання світіння низькометалічних зон HII які оточують область спалахового з утворення, дисертація -2018. ст.154.

[13] Мелех Б. Я. Вплив бульбашкоподібних структур, утворених зоряним вітром, на спектр іонізуючого випромінювання в небулярних об'єктах / Б. Я. Мелех, І. О. Кошмак, Р. В. Козел // Журнал фізичних досліджень. – 2011. – Т. 15. – № 3. – С. 3901-1–3901-8.

[14] Koshmak I. O. The influence of stellar wind bubbles on the ionizing radiation field in HII regions / I. O. Koshmak, B. Ya. Melekh // Advances in Astronomy and Space Physics. – 2012. – Vol. 2. – Issue 2. – P. 149–152.

[15] Кошмак І. О. Моделювання світіння зони HII, що містить бульбашкоподібну структуру / І. О. Кошмак, Б. Я. Мелех // Кінематика і фізика небесних тіл. – 2013. – Т. 29. – № 6. – С. 3–19.

[16] Кошмак І. О. Роль пилу під час моделювання світіння зони HII, що містить бульбашкоподібну структуру / І. О. Кошмак, Б. Я. Мелех // Журнал фізичних досліджень. – 2013. – Т. 17. – № 4. – С. 4901-1–4901-10.

[17] Кошмак І. О. Мультикомпонентне моделювання світіння низькометалічних зон HII/ І. О. Кошмак, Б. Я. Мелех // Кінематика і фізика небесних тіл. – 2014. – Vol. 30. – № 2. – P. 70-84.

[18] Кошмак І. О. Моделювання світіння зони HII, що оточує область зореутворення, з урахуванням еволюції структур, утворених супервітром / І. О. Кошмак, Б. Я. Мелех // Кінематика і фізика небесних тіл. – 2017. – Vol. 33. – № 2. – P. 39-54.

[19] Koshmak I. O. The primordial helium abundance determination using multicomponent photoionization modelling of low-metallicity HII regions / I. O. Koshmak, B. Ya. Melekh // Advances in Astronomy and Space Physics. – 2018. – Vol. 8. – Issue 1. – P. 16–23.

[20] Мелех Б.Я. Дослідження фізичних характеристик та хімічного вмісту областей HII в блакитних компактних карликових галактиках

(Дисертація на здобуття ступеня кандидата фізико-математичних наук, Львів, 2002).

[21] Мелех Б. Я. Оптимізоване фотойонізаційне моделювання світіння зони HII у блакитній компактній карликовій галактиці SBS 0335-052 / Б. Я. Мелех // Журнал фізичних досліджень. – 2007. – Т. 11. – №3. – С. 353–365.

[22] Melekh B. Ya. Optimized Photoionization Modelling of HII Region in Blue Compact Dwarf Galaxy SBS 0940+544 / B. Ya. Melekh // Journal of Physical Studies. – 2006. – Vol. 10. – P. 148–159.

[23] Melekh B. Ya. Two-Stages Optimized Photoionization Modelling of HII Region in Blue Compact Galaxy SBS 0335-052 / B. Ya. Melekh // Journal of Physical Studies. – 2009. – Vol. 13. – P. 3901-1–3901-16.