

Міністерство освіти і науки України

Львівський національний університет імені Івана Франка

Кафедра астрофізики

УДК 524.354

Дипломна робота

на тему

“Кінетика залишка наднової Тихо Браге  
за даними радіоспостережень”

Виконав студент II курсу  
спеціальності 104 Фізика та астрономія  
групи ФзФм-21 Балдинюк Андрій Анатолійович

Керівники:

докт. ф.-м. н. Петрук О. Л.

канд. ф.-м. н. Гаврилова Н. В.

Рецензент:

докт. ф.-м. н. Новосядлий Б. С.

м. Львів - 2023

## Анотація

Залишок наднової Тихо Браге є популярним об'єктом досліджень. Попри велику кількість робіт, присвячених йому, я не зустрічав тривимірної мапи залишка, яка б демонструвала, як саме він розлітається. Тож мету отримати таку карту було поставлено в цій роботі.

Моя робота поділяється на два етапи за їхньою геометрією. Перший полягає у визначенні кінетичних параметрів ударної хвилі в площині небесної сфери. Спершу планується використати дані радіоспостережень за 1983, 1994 та 2014 роки, щоб розрахувати радіуси ударної хвилі. За цими результатами можна буде обчислити швидкість поширення ударної хвилі та параметр розширення для трьох періодів спостережень: 1983-1994, 1994-2014, 1983-2014. Також планується оцінити концентрацію речовини середовища перед ударною хвилею залишка в різних напрямках.

Задача другої частини роботи полягає в отриманні тривимірного розподілу швидкості розширення залишка, враховуючи рухи плазми вздовж напрямку на спостерігача. На основі розрахунків швидкості та радіусу ударної хвилі, отриманих в першій частині роботи, спершу планується відтворити тривимірну картину розширення залишка зі збереженнями асиметрії в площині небесної сфери, але припустивши симетрію вздовж промені зору відносно цієї площини. Після цього, використовуючи результати рентгенівської доплерографії залишка Тихо, буде введено відповідну асиметрію в розподіл вздовж променя зору. Таким чином я сподіваюсь отримати розподіл швидкості плазми залишка, що дозволить реконструювати повну тривимірну структуру розширення залишка наднової Тихо Браге.

## Abstract

The Tycho's supernova remnant is a popular object. Despite the large number of works devoted to it, I have not found a three-dimensional map of the remnant that would demonstrate how it expands. Therefore, the goal of this work was to derive such map.

My work is divided into two parts according to their geometry. The first consists in determination of the kinetic parameters of the shock wave in the plane of the sky. At first, we use data from radio observations for the years 1983, 1994 and 2014 in order to calculate the radii of the shock. Based on these results, it is possible to calculate the shock speed and the expansion parameter for three observation periods: 1983-1994, 1994-2014, 1983-2014. Then we determine the density of interstellar medium before the shock in different directions.

The task for the second part of the work is to derive a three-dimensional distribution of plasma velocities inside remnant, taking into account also the movements of the plasma along the line of sight. Based on the calculations of the speed and radius of the shock wave from the first part of the work, we firstly reproduce a three-dimensional picture of the expansion of the remnant with asymmetry in the plane of the sky and assuming symmetry along the line of sight perpendicular to this plane. After that, using the results of X-ray dopplerography of the remnant, a corresponding asymmetry is introduced in the distributions along the line of sight. In this way, I obtain the three-dimensional vector field of the plasma velocity, which allows us to reconstruct the full three-dimensional structure of the expansion of the Tycho supernova remnant.

# Зміст

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Вступ</b>   | <b>4</b>  |
| <b>1 Залишки наднових зір та спостереження за ними</b>   | <b>5</b>  |
| 1.1 Історичний огляд . . . . .   | 5         |
| 1.2 Наднові зорі та їхні залишки . . . . .   | 7         |
| 1.3 Залишок наддової Тихо Браге . . . . .  | 10        |
| <b>2 Кінетика ударної хвилі в неоднорідному середовищі довкола залишка наддової Тихо Браге</b> | <b>13</b> |
| 2.1 Радіус залишка та швидкість ударної хвилі в різних напрямках . . . . .                     | 14        |
| 2.2 Параметр розширення . . . . .  | 18        |
| 2.3 Концентрація середовища довкола залишка . . . . .  | 19        |
| <b>3 Тривимірне векторне поле швидкості плазми в залишку Тихо</b>                              | <b>22</b> |
| 3.1 Сферично симетрична модель . . . . .   | 22        |
| 3.2 Асиметрія в небесній площині . . . . .   | 24        |
| 3.3 Асиметрія вздовж променя зору . . . . .  | 27        |
| <b>Висновки</b>  | <b>33</b> |
| <b>Список використаних джерел</b>  | <b>34</b> |

# Вступ

Людство спостерігало за небесною сферою з давніх часів. Основні причини були, звісно, практичними, такими як: навігація, розуміння часу для роботи в полях тощо. Однак, час від часу, відбувалися непередбачувані події на небесній сфері. Серед них складно було помітити спалахи наднових, оскільки їхня видима зоряна величина переважно була суттєво більшою за решту об'єктів на небі.

Наднові зорі (англ. “supernova”) – це явище, що відображає завершення існування зорі і спостерігається у вигляді яскравого спалаху на небесній сфері. Назва походить від латинського слова “nova”, що означає “нова” (зоря), з префіксом “над” (“super”), який говорить, що яскравість спалаху та відповідно енергія вибуху, набагато більші, ніж в новій.

Результатом потужного вибуху зорі є виділення великої кількості енергії  $\sim 10^{51}$  ерг та матерії зорі в міжзоряне середовище. Ударна хвиля, яка утворилася внаслідок сильного вибуху, розлітається в міжзоряному середовищі, згрібаючи, нагріваючи, іонізуючи його. Об'єкт, який утворюється в межах ударної хвилі, називають залишком наднової. Він випромінює в різних діапазонах електромагнітного спектру. Таким чином ми спостерігаємо масштабну плазмову структуру, яка розширюється.

Сьогодні відомо близько трьохсот залишків наднових в нашій Галактиці [1]. Серед них я зосередив свою увагу на залишку, який утворився після спалаху наднової у 1572 році (SN 1572). Вона носить ім'я данського вченого Тихо Браге за його суттєвий внесок в дослідження цього об'єкта.

# Розділ 1

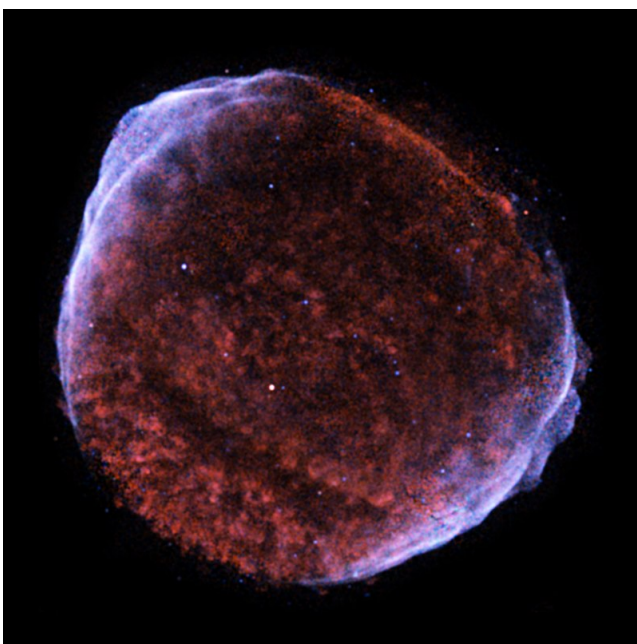
## Залишки наднових зір та спостереження за ними

### 1.1 Історичний огляд

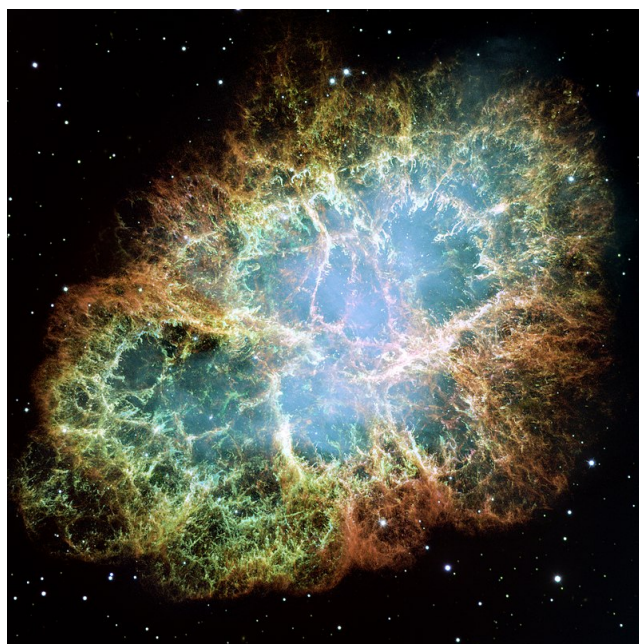
В контексті історичних записів мова може йти лише про спостереження за об'єктами в межах нашої Галактики. Наприклад, найяскравішим випадком був вибух наднової 1 травня 1006 року. Її видима зоряна величина дорівнювала  $-9^m$  [2], що дозволило спостерігати явище неозброєним оком ще приблизно три роки після вибуху. Інформацію про це знаходили в роботах деяких країн Європи, Близького Сходу, Китаю та Японії [3]. Комбінуванням даних з різних записів було встановлено розташування наднової на небесній сфері. Пізніше, близько до передбачених координат, було помічено велике джерело радіовипромінення (приблизно 30 кутових мінут в діаметрі [3]). У 1965 році Гарднером та Мілном було опубліковано працю [4], в якій доводиться що знайдений об'єкт є залишком наднової SN 1006, зображення якого є на рис. 1.1a

Іншим прикладом наднової в нашій галактиці, і наступною за хронологією виникнення, є SN 1054 (див. рис. 1.1b). Вибух відбувся 4 липня 1054 року і супроводжувався великою кількістю записів китайського походження ще протягом майже двох років. Також було декілька згадок японського та арабського походження, проте вони були менш інформативними. Потенційний кандидат на роль ЗН 1054 вперше був помічений астрономом Місьє у вісімнадцятому столітті, розмір якого всього декілька кутових мінут. Наразі він відомий як Крабоподібна туманність. Та остаточні аргументи, що ця туманність є саме залишком наднової 1054 року, були оприлюднені лише в сорокових роках двадцятого століття в роботах Хаббла [5] та Ландмарка [6].

Ще один вибух наднової відбувся 6 серпня 1181 року. Про це свідчать декілька китайських та японських джерел. Однак корисної інформації збереглося небагато. В роботі [7] Стефенсоном описано, що для встановлення локалізації можливого залишку наднової, науковцям доводилось опиратись виключно на загальну інформацію із записів, таку як: місце спостереження, час та дата спостереження, приблизний напрямок променя зору спостерігача. Це дало можливість звузити поле пошуку, що пришвидшило знаходження кандидата на роль залишка – ЗС 58. Цей об'єкт є яскравим джерелом радіовипромінювання [8], всередині якого, як і в Крабоподібній туманності, знаходиться пульсар [9].



(а) Залишок наднової SN 1006. Червоним та зеленим кольорами підсвічено рентгенівське випромінення гарячої центральної частини, блакитним підсвічено випромінення високоенергетичних електронів [10].



(б) Залишок наднової SN 1054 – Крабоподібна туманність. Блакитний колір відображає нейтральний кисень, зелений – іонізований один раз сульфур, червоний – двічі іонізований кисень [11].

Рис. 1.1

Однак, нещодавно, у 2021 році, група вчених з університету Гонконгу запропонувала іншу кандидатуру на роль залишка наднової SN 1181. В своїй роботі [12] вони опираються на більш точну роботу по визначенню координат можливого залишка [13], які приводять їх до туманності Ра 30 [14]. Аналіз даних спотережень цього об'єкта, щодо його віку, ближче відповідає вибуху наднової у 1181 році, ніж попередній кандидат – ЗС 58.

Наступний вибух наднової в нашій галактиці відбувся 6 листопада 1572 року. Про це свідчать записи європейського та корейського походження. Також відомі записи китайського походження, проте датування починається кількома днями пізніше. Наднова SN 1572 є безпосереднім об'єктом дослідження в моїй роботі, тому я виділю окремий параграф про неї та її залишок для детального опису.

9 жовтня 1604 року були зроблені перші записи про новий спалах наднової. Вони були італійського походження. Однак наднова отримала назву за іменем Йогана Кеплера, оскільки він провів важливі спостереження та розрахунки, які мали найбільшу точність на той час. Варто також зазначити, що були зафіксовані спостереження і в Китаї та Корей. Впродовж трьох тижнів яскравість наднової зростала та досягла значення приблизно  $-2^m$  чи  $-3^m$ . На основі позиційних розрахунків Кеплера, Бааде [15] вдалося виявити туманність, мало помітну в оптичній ділянці спектру, та ідентифікувати її як залишок наднової SN 1604.

Також існують поодинокі згадки про спалахи наднових у 185, 385, 393 році. Наприклад, для SN 185 існує лише одна згадка, однак за загальним ознаками вдалось встановити залишок цієї наднової. Приблизні значення яскравості їхніх спалахів становлять  $-8^m$ ,  $+1^m$ ,  $-1^m$  відповідно.

Ці приклади демонструють, як астрономи з різних країн і в різні часи спостерігали за вибухами наднових зір. Їхні спостереження не тільки допомогли встановити і вивчити природу цих вибухів, але й покращили наше розуміння розвитку та еволюції зір. За допомогою спостережень наднових, астрономи можуть вивчати процеси ядерного синтезу, розширення зір, властивості ударних хвиль та їх вплив на формування елементів у Всесвіті.

Всі ці історичні записи про спостереження за спалахами наднових зір свідчать про постійний прогрес у галузі астрономії та розвитку нашого знання про Всесвіт. Сучасні технології і нові прилади дозволяють астрономам збирати більше даних про ці потужні космічні явища, що в свою чергу приводить до нових відкриттів та висновків.

## 1.2 Наднові зорі та їхні залишки

### Наднові зорі

Пов'язання терміну зі словом “нова” трапилось через хибну думку, що потужний спалах на небі означає появу нової зорі. Насправді, навпаки. Відомо, що це явище є кінцевим етапом еволюції зорі, коли вона руйнується потужним вибухом.

В залежності від низки факторів, процес утворення наднової зорі може сильно відрізнитись. Виділяють два основні вибухові механізми: термоядерний та вибух, спричинений колапсом ядра зорі-попередника. На перший погляд, таке розділення мало б бути фундаментальним для подальшої класифікації. Проте історично склалося інакше: більш змістовними для основи класифікації були спектри та криві блиску наднових.

Два основні типи наднових були запропоновані Рудольфом Мінковським [16]: тип I (Type I), представники якого не містять в своєму спектрі лінії гідрогену, та тип II (Type II), які містять гідроген (див. рис. 1.2). Представники першого типу поділяються на підтипи за особливостями спостережуваних спектрів. Якщо в них наявні лінії однократно іонізованого кремнію (615 нм), то вони належать до наднових типу Ia (Type Ia). Якщо ж ці лінії відсутні або слабо виражені, то звертають увагу на гелій: тип Ib (Type Ib) містить лінії нейтрального гелію (587.6 нм), а в представників типу Ic (Type Ic) вони відсутні або є дуже слабкими.

Серед наднових другого типу виділяють три підтипи. Перші два – ІІР та ІІІ класифікують за профілем кривої блиску. Світність спалаху наднової типу ІІР (Type ІІР) не змінюється протягом певного проміжку часу, через що на кривій блиску спостерігається плато (P – plateau). А світність наднової типу ІІІ спадає майже лінійно (L – linear). Третій підтип наднових другого типу виокремили за незвичними вузькими лініями гідрогену, які спостерігаються в їхньому спектрі. В решти представників другого типу лінії ширші.

Також є наднові типу ІІb (Type ІІb). Вони містять лінії гідрогену в своєму спектрі, проте ці лінії є слабкими і з часом стають невиразними. Зрештою такі наднові стають відповідними до типу Іb. Саме тому на рис. 1.2 вони займають проміжну позицію.

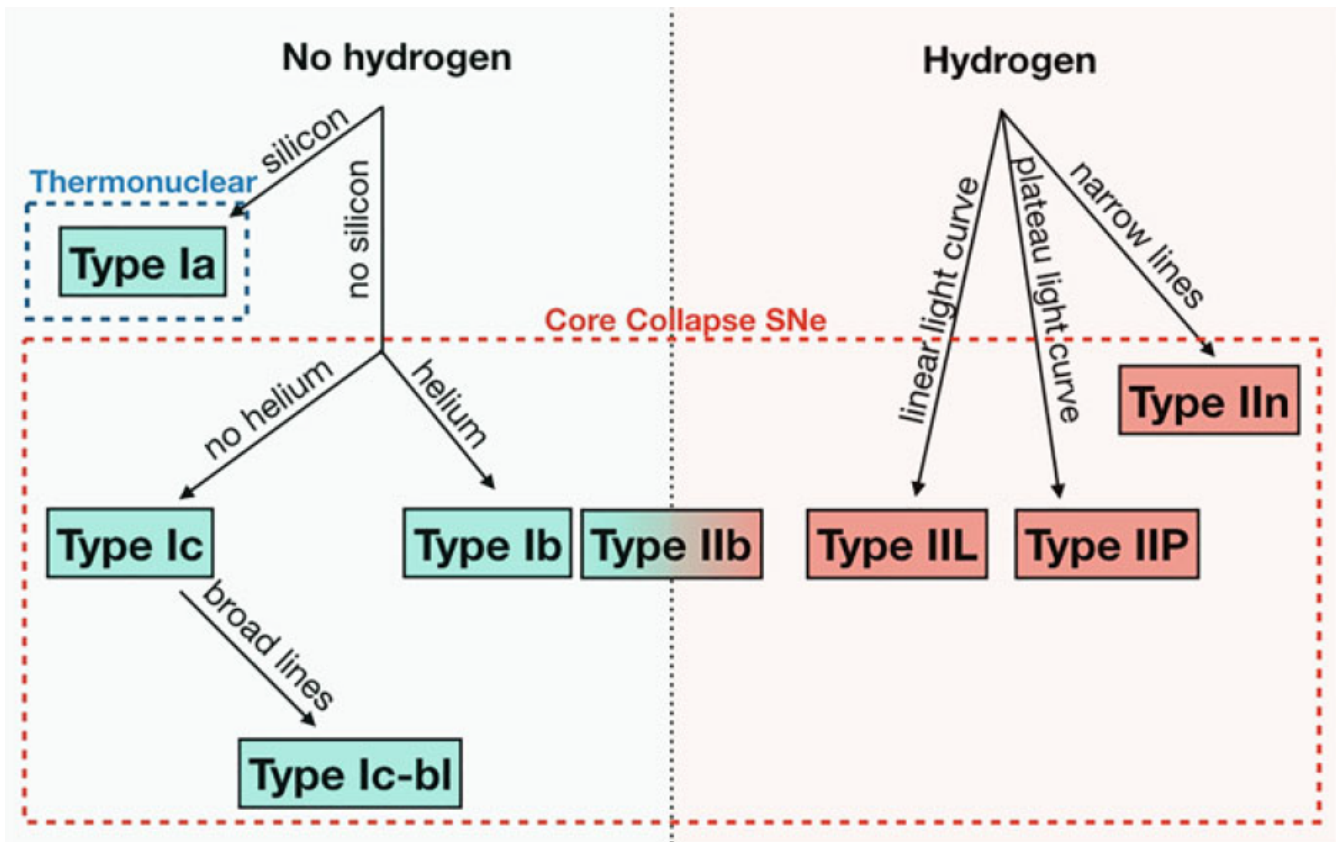


Рис. 1.2: Класифікація наднових зір [17]

| Фізичні характеристики наднових за типами |                                       |                                   |                                      |  |
|---|---------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|--|
| Тип                                       | Максимальна абсолютна зоряна величина | Вивільнена енергія, $10^{51}$ ерг | К-сть днів до максимальної світності | К-сть днів до 10-відсоткової світності |
| Ia  | -19                                   | 1                                 | 19                                   | 60                                     |
| Ib  | -17                                   | 1                                 | 15-25                                | 40-100                                 |
| Ic  | -16                                   | 1                                 | 15-25                                | 40-100                                 |
| IIb                                       | -17                                   | 1                                 | 20                                   | 100                                    |
| IIc                                       | -17                                   | 1                                 | 13                                   | 150                                    |
| IIp                                       | -16                                   | 1                                 | 15                                   | 50 після плато                         |
| IIn                                       | -17                                   | 1                                 | 12-30                                | 50-100                                 |

Для розуміння основних фізичних характеристик різних типів наднових я склав таблицю. Вона містить наближені та усереднені дані, отриманих в роботах [18, 19]

### Залишки наднових зір

В каталозі Гріна, укладеного на основі радіоспостережень, представлено біля 300 залишків наднових, які відомі в нашій Галактиці. Їх розподіл в галактичних координатах показано на рис 1.3. Бачимо, що залишки переважно концентруються біля площини Галактики та їх кількість зростає при наближенні до центру Галактики.



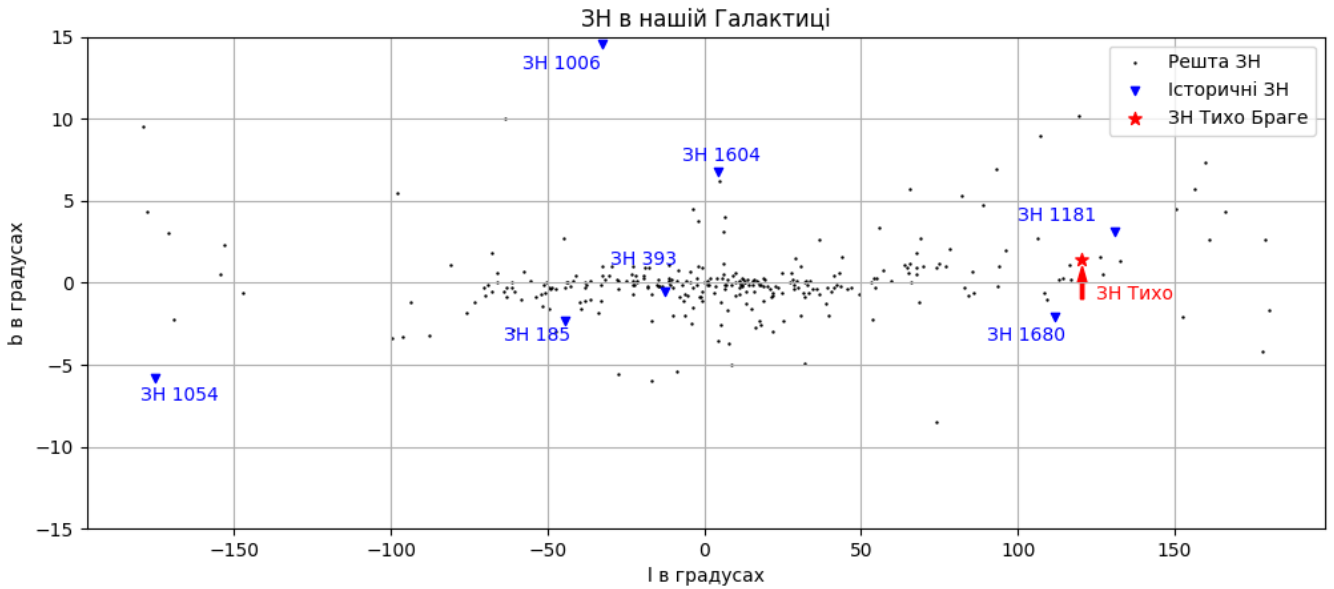


Рис. 1.3: Розподіл залишків наднових в нашій Галактиці в галактичних координатах [1]

Основою для класифікації залишків було обрано їхню морфологію. Розділяють чотири типи залишків: оболонкові залишки, плеріони, композитні залишки та залишки зі змішаним типом. Перший тип виділяється оболонкою, яка інтенсивно випромінює по периметру в радіо діапазоні. Кількість представників цього типу в нашій галактиці за каталогом Гріна [1] є найбільшою, що робить тип найбільш поширеним. Одними з відомих представників є: залишок наднової Тихо Браге (SN 1572) – предмет дослідження в моїй роботі; Кассіопея А – найбільш яскраве джерело радіовипромінювання в галактиці; Петля Лебедя – цікава своїм розміром та тим, що її повну петлеподібну форму можна сформувати лише поєднавши спостереження в оптичному, радіо, ГЧ та рентгенівському діапазоні.

Плеріонами є такі структури, які всередині містять яскраве радіо джерело у вигляді пульсара. Такий залишок утворений релятивістським електрон-позитронним вітром, який генерується центральним пульсаром. Основним джерелом його радіо та рентгенівської морфології є випромінювання саме від центральної частини. Всього в нашій галактиці налічується дев'ять представників цього типу (з  $\approx 300$ ) [1], що робить їх найбільш рідкісними серед усіх типів залишків. Прикладами є Крабоподібна туманність та ЗС 58 [8, 9], про які я згадував в попередньому параграфі.

Композитні залишки наднових за морфологією схожі до плеріонів тим, що також містять пульсар в центрі, проте потужність його випромінювання не є настільки великою. Домінуючою в структурі все ж залишається оболонка. Цей тип є другим за поширенням серед залишків.

Останнім типом є залишки змішаного типу. Назва походить від того, що, залежно від спостережуваної довжини хвилі, залишок відповідає оболонковому типу, якщо спостерігати в радіо діапазоні, чи композитному, якщо спостерігати в рентгені, або ж навпаки.

Еволюція залишка наднової складається з п'яти стадій [20]. Під час першої стадії, яка починається в момент вибуху, викинута речовина вільно розширюється. Ця стадія триває до моменту зрівняння маси поглинутої ударною хвилею речовини з масою викинutoї вибухом речовини. Наступним етапом еволюції є сповільнення розширення з утворенням вторинної

ударної хвилі (reversed shock – rs), яка рухається всередину залишка. Це є початком переходу в, так звану, стадію Седова-Тейлора. Під час цієї фази виникає потужне рентгенівське випромінювання за рахунок взаємодії вторинної хвилі з гарячою плазмою всередині залишка. Наступна – стадія Седова, триває кілька тисяч років. Наприкінці стадії зовнішня частина залишка уже помітно охолоджується. Через це розпочинається четверта стадія еволюції – з охолодженого зовнішнього шару формується щільна, вузька оболонка, яка рухається за рахунок тиску газу в гарячій центральній частині. Після цього починає охолоджуватись і внутрішня частина, а зовнішня оболонка продовжує сповільнюватися. В результаті, достатньо охолоджений залишок починає зливатися із навколишнім середовищем. Швидкість оболонки згодом вже не відрізняється від середньостатистичних флуктуацій в міжзоряному середовищі.

### 1.3 Залишок наднової Тихо Браге

Наднова належить до типу Ia. Тобто, через поступову акрецію речовини з зорі-компаньйона, маса білого карлика досягла межі Чандрасекара ( $\approx 1.4M_{sun}$ ), за якої відбувається колапс виродженого карлика з вивільненням величезної кількості енергії  $\approx 10^{51}$  ерг. Після такого вибуху не утворюється нейтронна зоря чи чорна діра. Тому структура залишка формується лише взаємодією матерії зорі, що розлітається, з міжзоряним середовищем.

Залишок Тихо є молодим серед таких об'єктів, які можуть існувати до сотень тисяч років. Він переходить від першої стадії еволюції до фази Седова-Тейлора [21]. Основними структурними елементами залишка є його викинута матерія, пряма та зворотня ударні хвилі [21]. Його пряма ударна хвиля поширюється міжзоряним середовищем, потрохи сповільнюючись (я це продемонструю в параграфі 2.2). Як наслідок її взаємодії з середовищем, утворилась вторинна хвиля, яка поширюється до центру залишка, повільно нагріваючи плазму всередині.

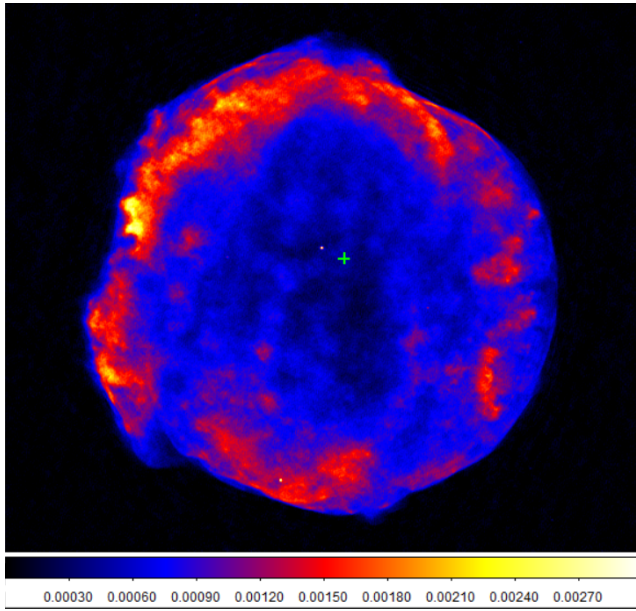
В таких ударних хвилях електрони та протони прискорюються на ударній хвилі завдяки механізму прискоренню Фермі першого порядку [24, 25], через що випромінюють в діапазоні від радіо до високоенергетичного гамма випромінювання. Основними механізмами випромінювання таких релятивістських частинок є взаємодії електронів з фотонами (обернений ефект Комптона), протонів з протонами та ядрами середовища, а також електронів з магнітним полем, в результаті чого виникає синхротронне випромінювання.

### Радіоспостереження

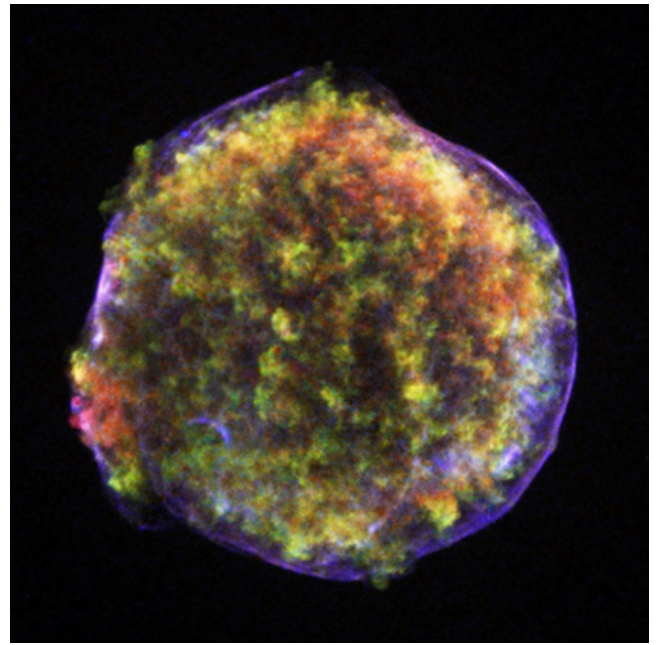
Радіовипромінювання залишка є синхротронним за своєю природою. Джерелом радіовипромінювання є електрони, які прискорюються на фронті ударної хвилі та згодом зносяться течією всередину об'єму [26].

Найбільший в світі радіотелескоп VLA [27] був залучений до спостережень за залишком наднової Тихо, оскільки має велику просторову та спектральну роздільну здатність. За його допомогою досліджувалась особливість поширення ударної хвилі, прискорення частинок та взаємодію з міжзоряним середовищем [21].

Для оцінки швидкості розширення оболонки слід використовувати радіоспостереження, проведені хоча б через десятиліття один від одного. Для своїх досліджень я обирав три набори радіоспостережень [26, 28, 22] для розрахунку параметрів в різних часових проміжках та порівняння між собою. Приклад зображення радіоспостережень наведено на рис. 1.4а



(а) Радіокарта ЗН Тихо за 2013-2014 рік [22]. кольорова шкала в Янских.



(б) Рентгенівська карта ЗН, одержана телескопом Chandra [23].

Рис. 1.4: На правому зображенні: червоний колір – випромінювання 0.95 – 1.26 keV від комплексу ліній Fe-L; зелений колір – випромінювання від ліній Si-K 1.63 – 2.26 keV; синій колір – 4.1 – 6.1 keV неперервне випромінювання.

## Спостереження в ІЧ діапазоні

В інфрачервоному діапазоні (ІЧ) випромінює міжзоряний пил, який був розігрітий проходженням ударної хвилі. Такий тип спостережень є відносно новим для залишка Тихо, оскільки довгий період часу роздільна здатність космічних телескопів не дозволяла отримати хороші результати. Завдяки спостереженням космічного телескопу AKARI [29] вперше було встановлено форму джерела ІЧ випромінювання. Одним із досягнень ІЧ спостережень є визначення розподілу концентрації речовини довкола залишка [30]. Ми отримаємо подібний розподіл іншими методами.

## Рентгенівські спостереження

Рентгенівське випромінювання зумовлене двома механізмами: тепловим та нетепловим. Перше виникає в двох випадках: від нагрівання прямою ударною хвилею згребеного міжзоряного середовища та нагрівання зворотньою хвилею викинутої матерії зорі (зелений та червоний колір на рис. 1.4б). Друге виникає внаслідок синхротронного механізму (такого ж, як і в радіодіапазоні), але від електронів з суттєво вищими енергіями (синій колір на тому ж рисунку).

Бачимо, що збурена зворотньою ударною хвилею речовина викиду зорі (червоний та зелений колір на рисунку) має заплутану турбулентну структуру. Причиною такого вигляду є наявність нестабільностей Релея-Тейлора на контактній межі викинутої речовини зорі та згребеного міжзоряного середовища [31].

Аналіз рентгенівських спостережень ЗН допомагає встановити можливий вміст важких елементів. Який, в свою чергу може бути визначений з рівнянь нуклеосинтезу, що дозволяє обмежувати можливі сценарії вибухів наднових. Для залишку наднової Тихо було виявлено кілька ліній скандію (Sc), який є продуктом розпаду  $^{44}\text{Ti}$  [32]. А наявність титану суттєво обмежує кількість можливих сценаріїв вибуху наднової SN 1572 [21].

## Розділ 2

# Кінетика ударної хвилі в неоднорідному середовищі довкола залишка наднової Тихо Браге

В цьому розділі я описую пророблену мною роботу з розрахунку радіуса залишка, швидкості ударної хвилі, параметра розширення, а також концентрації плазми залишка за ударним фронтом для різних кутів в спостережуваній площині.

Для аналізу кінетики залишку наднової Тихо Браге були взяті радіоспостереження об'єкта, зроблені впродовж 1983-1984 рр., 1994-1995 рр. та 2013-2014 роках різними командами [26, 28, 22], на телескопі VLA (див. параграф 1.3). Ці спостереження були оброблені наново в однорідному підході та надані нам у форматі .fits Лаурою Хом'юк [22]. Окрім цього, з досліджень, описаних в роботі Шефера [33], були взяті координати положення точки вибуху наднової SN 1572. В другій екваторіальній системі координат вони становлять:  $\alpha = 6.3140^\circ$ ,  $\delta = +64.1446^\circ$ .

На початку роботи мені потрібно було ознайомитись з отриманими даними. Для їхньої візуалізації мені допомогла програма SAO Image DS9 [34], яка була розроблена для роботи з астрономічними даними.

Для подальшої роботи мені потрібно визначити положення ударної хвилі, яка задає межі залишку Тихо. Це було зроблено шляхом побудови контуру з певним значенням яскравості. Для контуру було обрано пікселі, значення яскравості яких були на порядок менші за максимальну (рис. 2.1). Таким чином були побудовані контури для всіх трьох наборів даних радіоспостережень (рис. 2.2).

Контури залишка є набором точок вздовж ударного фронту. Кожна точка має пару координат в площині. За замовчуванням, це пряме піднесення  $\alpha$  та схилення  $\delta$ . Проте для експортування контурів замість другої екваторіальної системи координат я обрав фізичну (піксельну) систему, яка, по своїй суті, є декартовою з центром в лівому нижньому куті. Кутові розміри пікселів та розміри в пікселях усіх трьох зображень є однаковими.

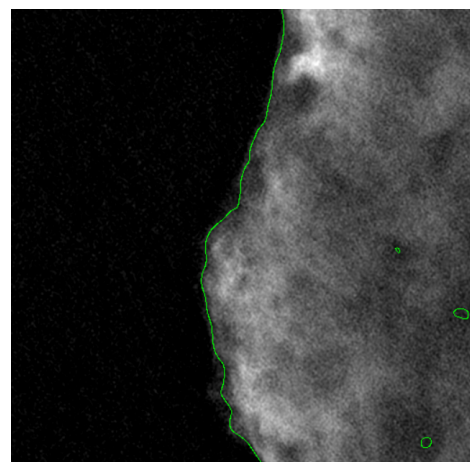


Рис. 2.1: Приклад контурної лінії

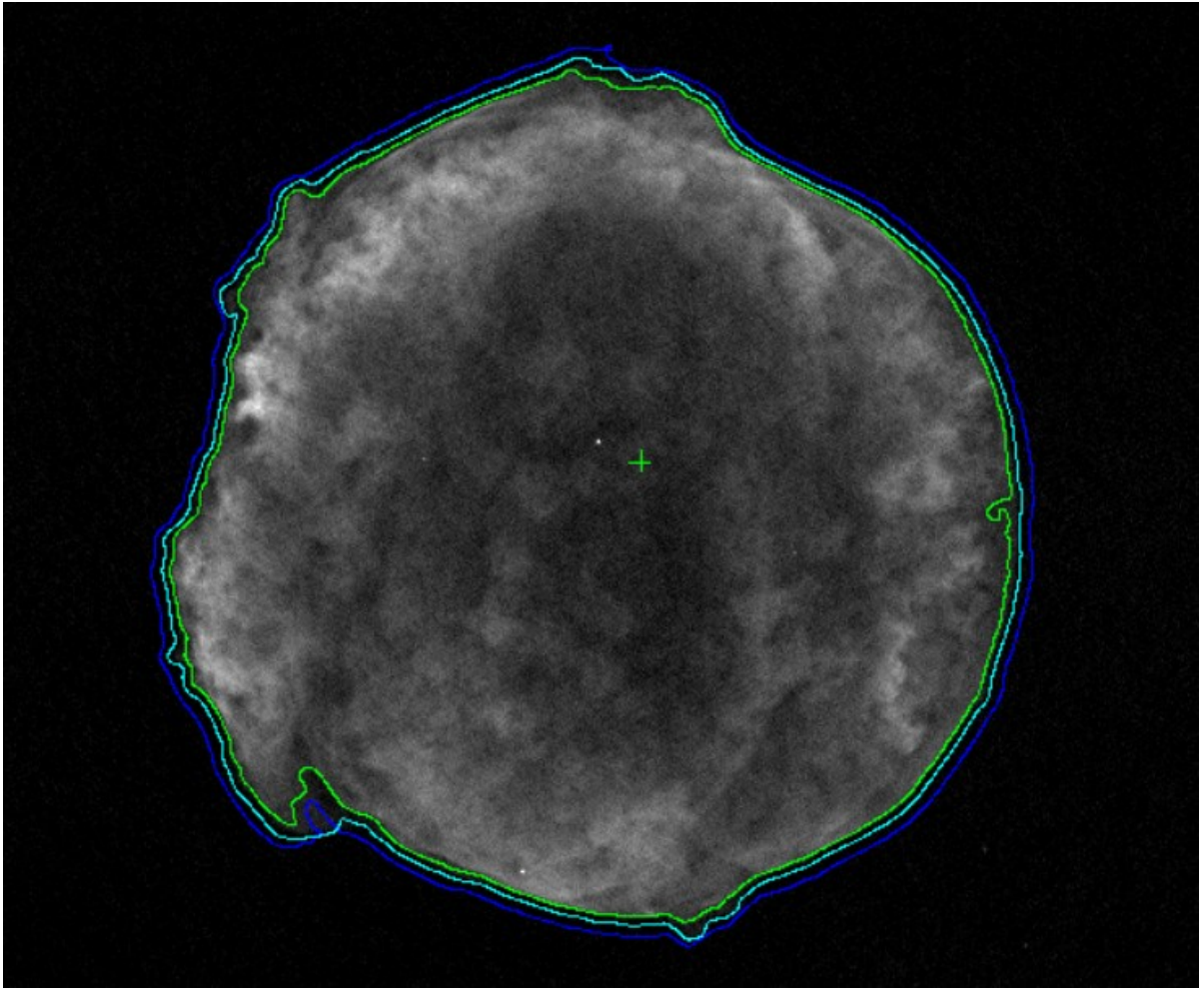


Рис. 2.2: Радіоспостереження наднової SN1572 за 1983 рік; контури, які відповідають положенню ударної хвилі на момент спостережень у 1983 р. (зелена лінія), 1994 р. (бірюзова лінія) та 2014 р. (синя лінія). Точка вибуху позначена зеленим хрестиком.

Для всіх необхідних мені обчислень я написав програму на мові Python. Основні бібліотеки, які я використовував, наступні:

- numpy [35] – бібліотека для роботи з масивами;
- astropy [36] – бібліотека для роботи з даними астрономічних спостережень (.fits формат);
- matplotlib [37] – бібліотека для візуалізації даних;
- mayavi [38] – складніша бібліотека для візуалізації даних (переважно 3D).

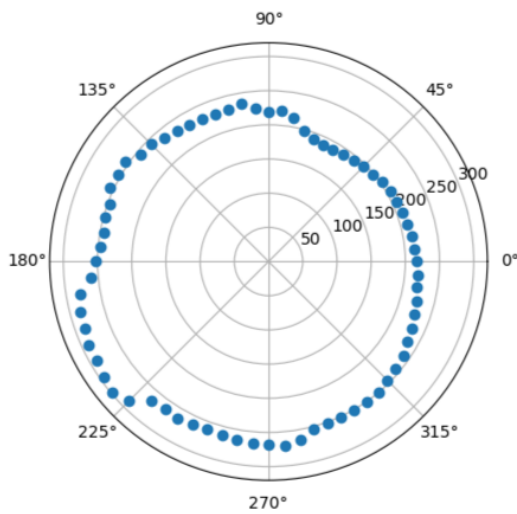
## 2.1 Радіус залишка та швидкість ударної хвилі в різних напрямках

Розрахунок радіуса залишка є проміжним етапом, проте дуже важливим. Завдяки ньому я одержу реальні розміри об'єкта в площині зображення для трьох спостережень.

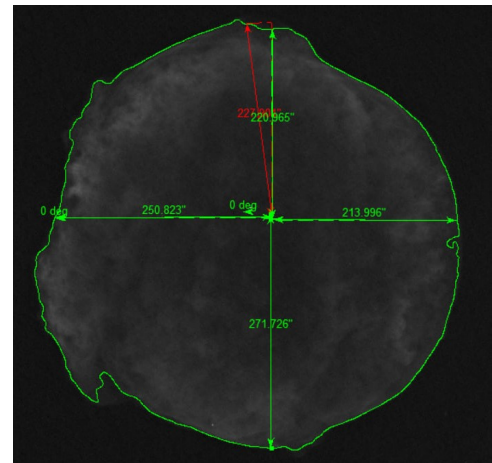


Основна ідея обчислень проста. Спершу я переніс центр піксельної системи координат в точку вибуху. Це було зроблено шляхом віднімання від координат точок контуру координати центра вибуху наднової. Далі, за відомими новими декартовими координатами потрібно виконати перехід до полярних, де полярний кут відповідатиме напрямку до точки контура, а радіус-вектор – радіусу залишка в цьому напрямку. Таким чином я отримав масив полярних координат для точок контурів.

Отримані значення радіусів вимірюються в пікселях зображення. Для подальших перетворень я використав модуль `wcs` (world coordinate system) з бібліотеки `astropy`, який містить низку інструментів для роботи з координатними перетвореннями в файлах формату `.fits`. Я доповнив попередні перетворення функцією, яка розраховувала кількість кутових секунд, що відповідають одному пікселю. Після такого перемасштабування радіуси отримали розмірність кутових секунд (див. рис. 2.3).



(а) Чисельний розрахунок



(б) Альтернативний спосіб визначення

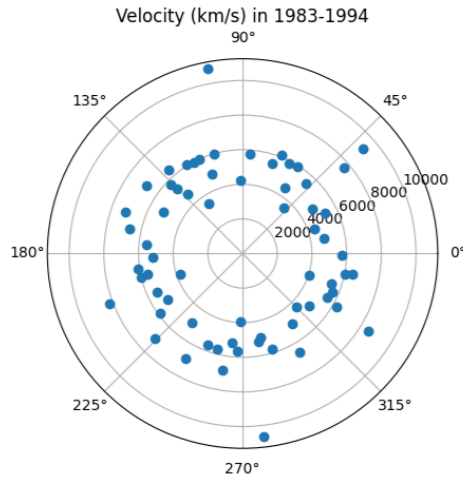
Рис. 2.3: Радіуси залишка в кутових секундах за спостереженнями 1983 року

Для власної перевірки проведених розрахунків я скористався інструментом "лінійка" в програмі `SAO Image DS9` [34], яка визначає відстані між обраними точками в завантаженому зображенні. Як видно з рис. 2.3 визначені мною радіуси обома способами співпадають.

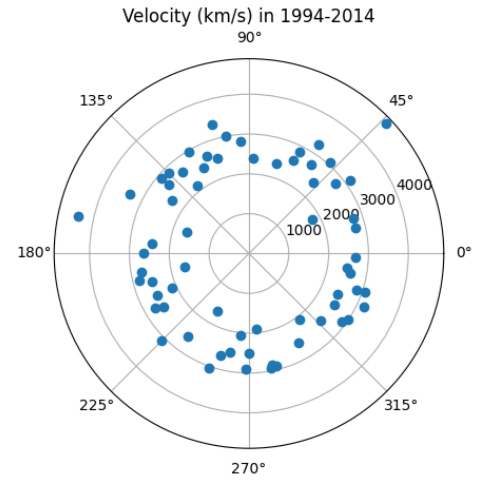
Звертаючи увагу на форму ударної хвилі (рис. 2.2), можна помітити локальні особливості в декількох напрямках від центру, наприклад, різка зміна положення фронту за час між спостереженнями. Такі локальні особливості вимагають окремого дослідження і були виключені з нашого аналізу. Для подальших розрахунків я аналізував зміщення ударної хвилі з кроком по азимуту в  $5^\circ$ , пропускаючи напрямки під кутами  $95^\circ$ ,  $140^\circ$ ,  $225^\circ$ ,  $230^\circ$  та  $275^\circ$ , де натрапляв на вказані локальні особливості.

Щоб обчислити швидкість розширення залишка наднової я розглянув три різні періоди спостережень. Тобто розширення від 1983 до 1994, від 1994 до 2014 та від 1983 до 2014 років. Пізніше я використаю визначену швидкість за кожен період для розрахунку її середнього значення. Швидкість ударної хвилі я визначав за формулою

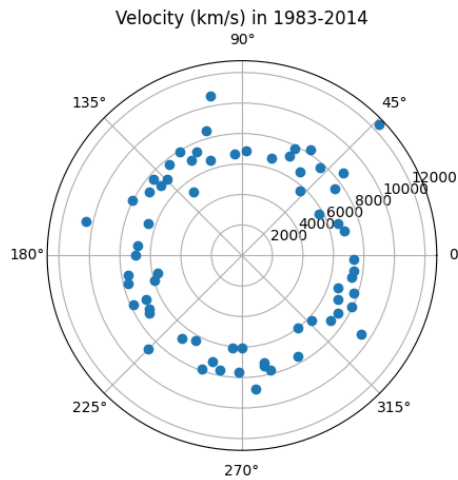
$$v = \frac{dR}{dt} \approx \frac{\Delta R}{\Delta t}, \quad (2.1)$$



(а) 1983-1994 pp.



(б) 1994-2014 pp.



(в) 1983-2014 pp.

Рис. 2.4: Швидкість розширення залишка для трьох вказаних часових інтервалів в км/с, при  $d_{pc} = 2.7$  кпк

де  $\Delta R$  – зміна радіусу між обраними контурами,  $\Delta t$  – час, що пройшов між відповідними спостереженнями. Таким чином я маю значення швидкості для різних кутів за різні часові проміжки.

Часові інтервали  $\Delta t$  визначив за відомими датами радіоспостережень. А радіальні зміни  $\Delta R$  порахував з попередніх обчислень радіусів. Швидкість наочніше розуміти в одиницях км/с. Для перетворення одиниць виміру радіусів я скористався наступною формулою:

$$R_{km} = \frac{R_{asec} d_{km}}{206265}, \quad (2.2)$$

де  $R_{asec}$  – це радіус в кутових секундах,  $d_{km}$  – це відстань до залишка надвої в кілометрах, число 206265 означає кількість кутових секунд на один радіан. Залишається обрати відстань до залишка. Різні автори подають різні оцінки відстані до залишка. Я вирішив розглянути два значення: 2.7 кпк (в проміжку 2.5-3.0 кпк [39]) та 2.4 кпк (як близьке до іншого, часто використовуваного значення, 2.3 кпк [40]).



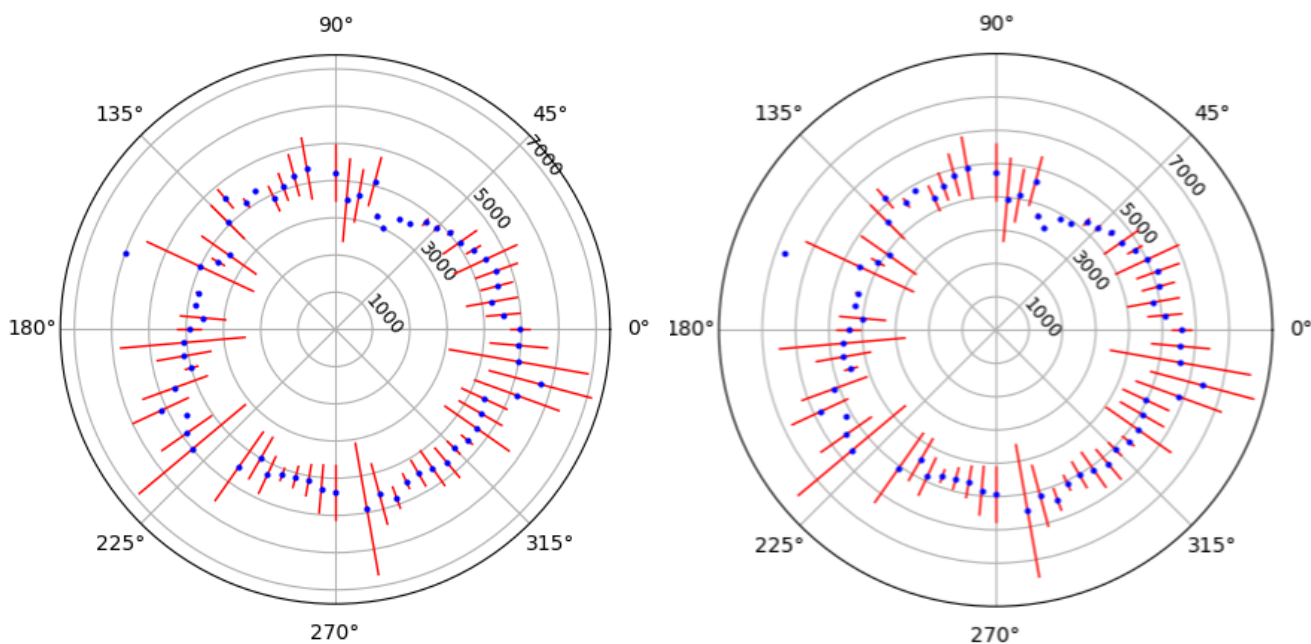


Рис. 2.5: Значення середньої швидкості зі стандартним відхиленням, в км/с, для відстані 2.4 кпк (ліворуч) та 2.7 кпк (праворуч).

Отже, маючи значення часу між спостереженнями в кутових секундах, а також значення радіусів в кілометрах, я зміг порахувати швидкість розширення залишка в км/с для різних напрямків для трьох періодів спостережень.

На рис. 2.4 я навів результати для відстані  $d_{pc} = 2.7$  кпк. Для відстані 2.4 кпк відносно розміщення точок на графіку таке саме, лише зі збільшеними в  $2.7/2.4 = 9/8$  разів значеннями швидкості.

За розрахованими швидкостями для трьох періодів спостережень я розрахував середнє значення швидкості для кожного напрямку з точки вибуху наднової (рис. 2.5). На цьому рисунку я також показав стандартне відхилення, розраховане за формулою

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{(v_{1983-1994} - \langle v \rangle)^2 + (v_{1994-2014} - \langle v \rangle)^2 + (v_{1983-2014} - \langle v \rangle)^2}{3}} \quad (2.3)$$

В деяких напрямках, наприклад  $40^\circ - 70^\circ$ , стандартне відхилення є малим, меншим за розмір точки на графіку. Це свідчить про те, що в тих напрямках за тридцять років швидкість розширення майже не змінювалась.

Також помітні випадки, коли стандартне відхилення є відносно великим. Це говорить про те, що в цьому напрямку або швидкість змінювалась достатньо сильно, або точність вимірювання радіопотоку на краю залишка в цьому місці була низькою.

## 2.2 Параметр розширення

Параметр розширення  $m$  є зручним для визначення стадії еволюції залишка надної. Значення радіуса ударної хвилі в кожен момент часу може бути записано як [17]

$$R = R_0 \left( \frac{t}{t_0} \right)^m, \quad (2.4)$$

де  $t$  – вік залишка, а параметр  $m = m(t)$  є змінним в часі. Якщо порахувати похідну за часом від радіуса ударної хвилі, яка за означенням є швидкістю (2.1), параметри  $R_0, t_0$  скоротяться, і в результаті я отримую наступне рівняння:

$$V_{fs} = \frac{dR}{dt} = m \frac{R}{t} \quad (2.5)$$

Звідси легко виразити  $m$ :

$$m = \frac{V_{fs}}{R/t} \quad (2.6)$$

Тобто параметр  $m$  є відношенням актуальної швидкості  $V_{fs}$  до оцінки на швидкість розширення залишка за його радіусом та віком  $R/t$ , яку він мав би, якби розширювався рівномірно.

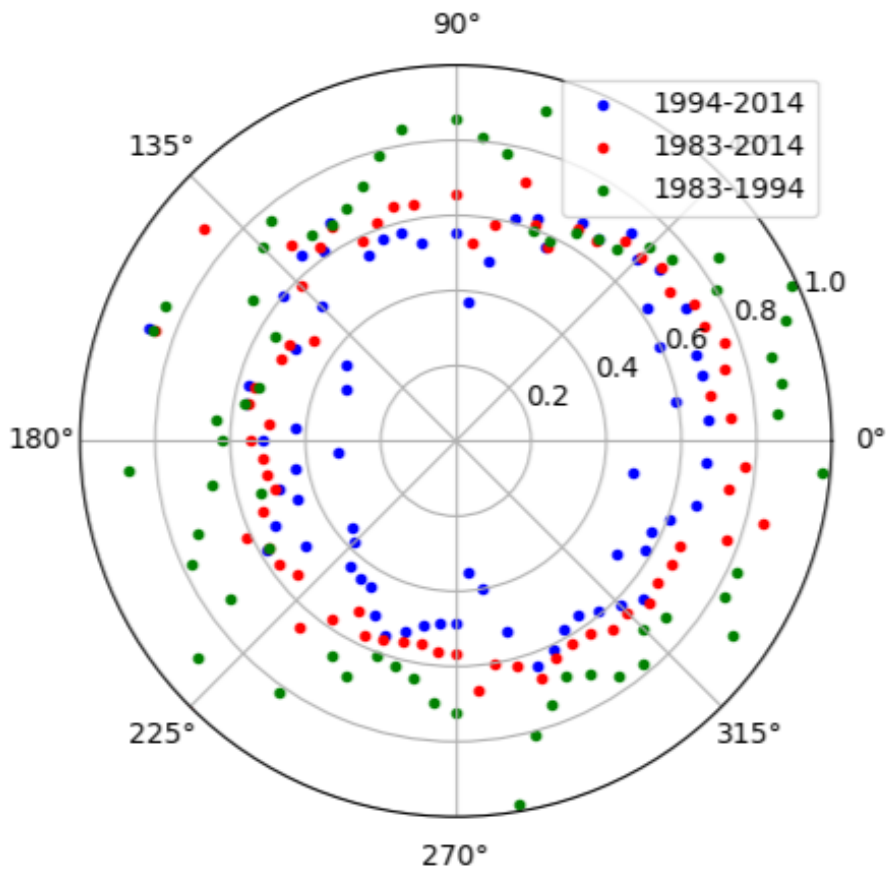
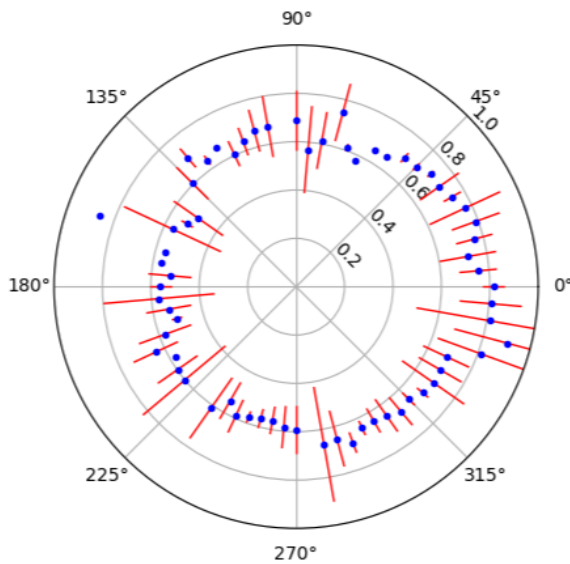
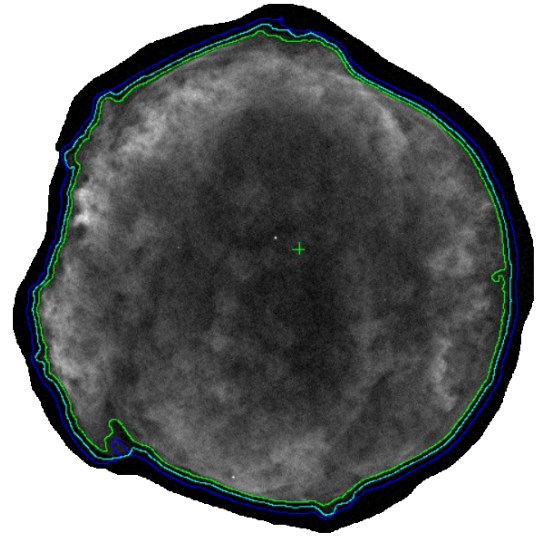


Рис. 2.6: Значення параметру розширення залишка надної  $m$  для трьох періодів вимірювання.



(а) Середнє значення



(б) Залишок наднової SN1572

Рис. 2.7: Середнє значення параметра розширення  $m$  порівняно з радіозображенням залишка.

В попередніх параграфах я вже отримав радіус та швидкість ударної хвилі для різних напрямків. За їх значеннями мною був визначений параметр розширення для трьох періодів вимірювання (рис. 2.6). Варто зазначити, що у виведенні формули для  $m$  (рівняння 2.5 та 2.6) явно не фігурувала відстань до спостережуваного об'єкта. Вона захована у значенні радіуса, а у відношенні (2.6) він присутній як в чисельнику (у значенні швидкості), так і в знаменнику. Саме тому від вибору відстані до залишка значення параметра розширення не зміниться.

Наступним кроком є проведення усереднення. На рис. 2.7 я зобразив залежність параметра  $m$  від напрямку розширення зі стандартним відхиленням, розрахованим за формулою, аналогічною до (2.3). Для наочності я розмістив зображення залишка поруч.

Відомо, що для рівномірного розширення  $m = 1$  (тоді  $R \propto t$ ), такі властивості має ударна хвиля в перші роки після вибуху наднової, коли ударна хвиля настільки сильна, що не “відчуває” опір середовища. Натомість коли залишок суттєво проеволюював, після кількох тисяч років його радіус описується розв'язком Седова [41], в якому радіус визначається за формулою  $R \propto t^{2/5}$ . Отримані мною значення  $m$  для різних напрямків знаходяться в інтервалі 0.5 – 0.9, що говорить про те, що ударна хвиля сповільнюється всюди, але по різному “реагує” на міжзоряне середовище в різних напрямках. Причиною цього є різна концентрація міжзоряного середовища довкола залишка.

Тому було вирішено визначити зміни концентрації плазми по периметру залишка.

## 2.3 Концентрація середовища довкола залишка

Зацікавившись можливими значеннями концентрації плазми довкола залишка Тихо Браге, я шукав роботи з можливими оцінками на її величину. Наприклад, Кацуда та ін. [42] на основі порівняння параметрів розширення різних моделей залишків наднових типу Ia отримали, що середня концентрація середовища довкола залишка Тихо Браге  $< 0.2 \text{ см}^{-3}$ .

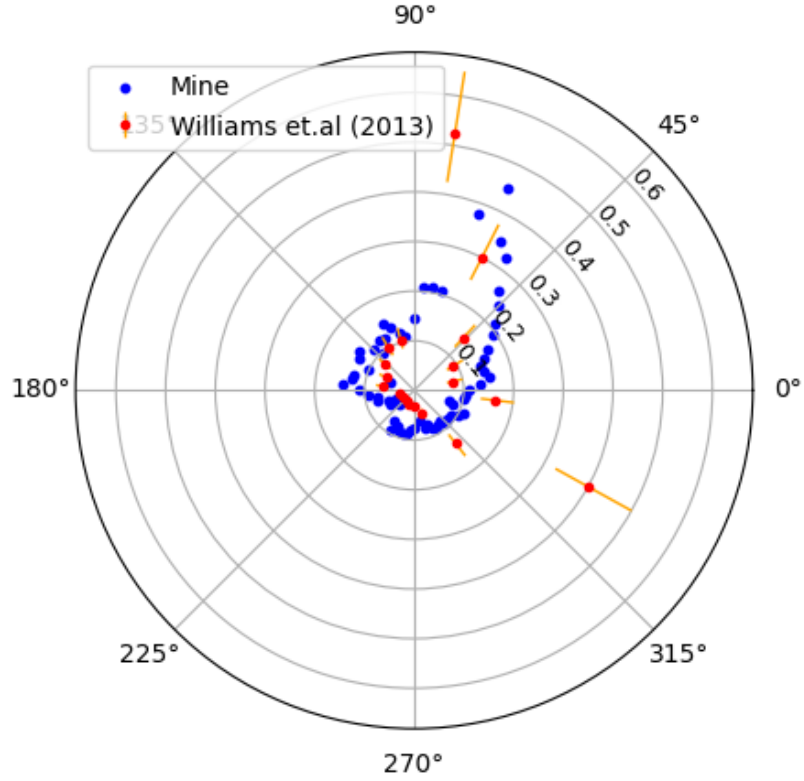


Рис. 2.8: Концентрація речовини,  $\text{см}^{-3}$ , довкола залишка наднової SN 1572, визначене мною та з роботи [30].

Вільямс та ін. [30] в своїй роботі визначали концентрацію довкола цього залишка на основі інфрачервоних спостережень. Вони вказали на залежність між відношенням потоку випромінювання з довжиною хвилі 70 мкм до потоку з довжиною хвилі 24 мкм та концентрацією речовини за ударним фронтом, і для певних кутів вони розраховували концентрацію. Оскільки відомо, що концентрація за ударним фронтом в чотири рази більша за концентрацію перед фронтом [17], то з результатів Вільямса та ін. можна розрахувати середнє значення концентрації довкола залишка  $\rho_W = 0.13 \text{ см}^{-3}$ . Серед науковців переважно використовується власне це значення середньої концентрації (див. наприклад, роботу А. Чіотелліса та ін. [43]).

Ударна хвиля в залишку наднової Тихо браге є адиабатичною, тобто не втрачає енергію на випромінювання. Апроксимаційна формула для розрахунку швидкості поширення такої хвилі в неоднорідному середовищі була виведена в роботах Климишина та Гнатика [44, 45].

$$\frac{dR}{dt} = C (\rho(R)R^3)^{-k}, \quad (2.7)$$

де  $R$  – радіус ударної хвилі,  $\rho(R)$  – розподіл концентрації зовнішнього середовища,  $C$  – константа, значення якої залежить від енергії вибуху, адиабатичного індексу та симетрії задачі,  $k$  – параметр. Для хвилі, що сповільнюється  $m(R) \leq 3$ , параметр  $k = 1/2$ , а для хвилі, що прискорюється  $m(R) > 3$ ,  $k = 1/5$ . З попередніх розрахунків параметра сповільнення я отримав значення  $m$  менші від 0.9, що є меншим від 3, тому для усіх напрямків у нас  $k = 1/2$ .

Рівняння (2.7) можна переписати, виразивши звідти  $\rho(R)$  та підставивши відомі величини.

Воно набуде наступного вигляду:

$$\rho(R) = \frac{C^2}{R^3 V^2} \quad (2.8)$$

Залишається питання визначення константи  $C$ . Я спершу порахував концентрації  $\rho(R)$  для різних напрямків та визначив середнє значення, поклавши  $C = 1$ . Потім визначив відношення між концентрацією, отриманою в роботі Вільямса [30],  $\rho_W$  та моєю середньою  $\rho(R)_{C=1}$ . Порівнявши їх між собою, я визначив, у скільки раз перше більше за друге. По суті, цим числом є  $C^2$ .

Значення  $R$  та  $V$  є відомі з попередніх параграфів. Підставивши в рівняння 2.8 отримане значення  $C^2$ , я зміг розрахувати значення концентрації міжзоряного середовища по периметру залишка.

На рис. 2.8 я вирішив порівняти на одному графіку свої розрахунки з результатами Вільямса та ін. [30]. Для більшості напрямків наші оцінки є близькими. В моїх розрахунках також виділяється різкий ріст густини в північно-західному напрямі. Розбіжності, які помітно на рисунку, виникли напевно через різні методика оцінок концентрації.

## Розділ 3

# Тривимірне векторне поле швидкості плазми в залишку Тихо

До цього я розглядав залишок лише в площині небесної сфери. На основі параметрів, про які йшла мова в попередньому розділі, мені відома лише двовимірна картина еволюції залишку. Однак, яка поведінка плазми в інших напрямках, не паралельних площині зображення?

Було поставлено завдання знайти просторовий розподіл швидкості плазми в об'ємі залишка як тривимірного (3D) об'єкта. Ідея полягає в створенні кубу даних з центром в точці вибуху наднової.

Зорієнтуємо декартову систему координат так, щоб осі  $y$  та  $z$  були в площині зображення залишка ( $z$  вгору), а вісь  $x$  направлена на спостерігача. В усіх комірках кубу розраховуватимуться проекції швидкості на кожну з декартових осей. Після цього результати використовуватимуться для побудови векторного поля. Спочатку вирішив проробити цю процедуру для найпростішої моделі, а згодом, по чергово, ускладнювати її. Всю роботу з 3D залишком можна умовно поділити на 3 етапи, які я і опишу в цьому розділі.

Результати, представлені тут, розраховані для відстані до залишка в 2.4 кпк.

### 3.1 Сферично симетрична модель

На першому етапі я вирішив побудувати сферично симетричну модель залишка наднової. За радіус цієї сфери  $R$  я обрав середнє значення радіуса залишка Тихо Браге  $\langle R \rangle = 2.842$  пк. Спершу, за кутами порахував середнє значення радіусу за трьома спостереженнями, а потім визначив  $\langle R \rangle$  як загальне середнє значення радіусу.

Швидкість, з якою рухається плазма одразу після проходження ударної хвилі, становить  $v_s = 3V_{fs}/4$  [17]. Для сферично-симетричної моделі я обрав  $V_{fs}$  як загальне середнє значення за всіма напрямками в усіх трьох періодах вимірювання. Залишок Тихо є молодим, плазма в ньому розширюється однорідно, а тому розподіл швидкості плазми  $v$  вздовж радіуса  $r$  наближено лінійний:

$$v(r) = v_s \frac{r}{R}. \quad (3.1)$$

Для отримання формул проекції швидкості опиратимусь на рис. 3.1. Швидкість плазми  $v(r)$  пов'язана з проекцією на будь-яку з осей через косинус кута між  $v(r)$  та цією віссю,

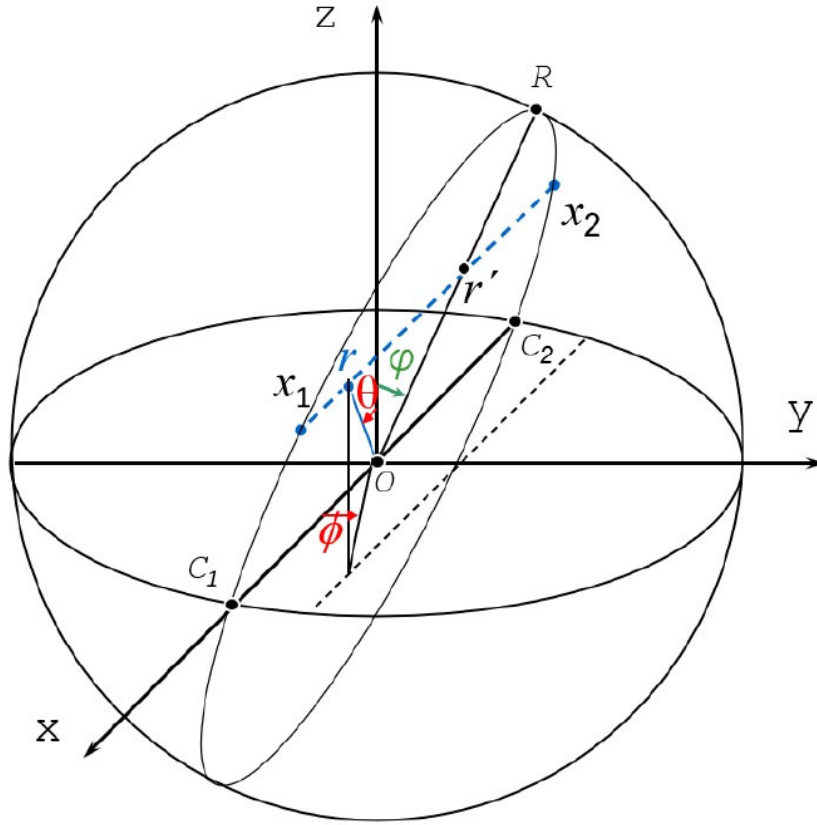


Рис. 3.1: Схематичне зображення залишка наднової

наприклад,  $v_z = v(r) \cos \theta$ , де  $\cos \theta = z/r$ . Аналогічно для випадку інших осей. Таким чином я отримую формули для проекції швидкостей на осі  $Ox, Oy, Oz$ :

$$\begin{aligned}
 v_x &= \frac{x}{r} v_s \frac{r}{R} = x \frac{3V_{fs}}{4R} \\
 v_y &= \frac{y}{r} v_s \frac{r}{R} = y \frac{3V_{fs}}{4R} \\
 v_z &= \frac{z}{r} v_s \frac{r}{R} = z \frac{3V_{fs}}{4R}
 \end{aligned}
 \tag{3.2}$$

Для цієї задачі я створив куб даних розміром  $20 \times 20 \times 20$  комірок, координати яких змінювались від  $-1.1R$  до  $1.1R$ . Для кожної комірки куба визначався її радіус-вектор. Далі виконувалась перевірка, чи є значення радіус-вектора цієї комірки меншим за радіус-вектор сфери  $R$ . Якщо менший або рівний, то для тієї комірки рахуються проекції швидкості плазми залишка. Якщо ж радіус-вектор більший, то проекції рівні нулю.

Таким чином я отримав три масиви даних проекцій швидкості  $v_x, v_y$  і  $v_z$  та визначив для кожної комірки повну швидкість розширення залишка. Як видно з рис. 3.2, де я зобразив координатні перерізи швидкості, форма залишка відповідає сферичній симетрії, а швидкості зростають при збільшенні радіуса. Векторне поле швидкостей такого сферичного залишка наднової показано на рис. 3.3. Бачимо, що поле також зберігає сферичну симетрію.

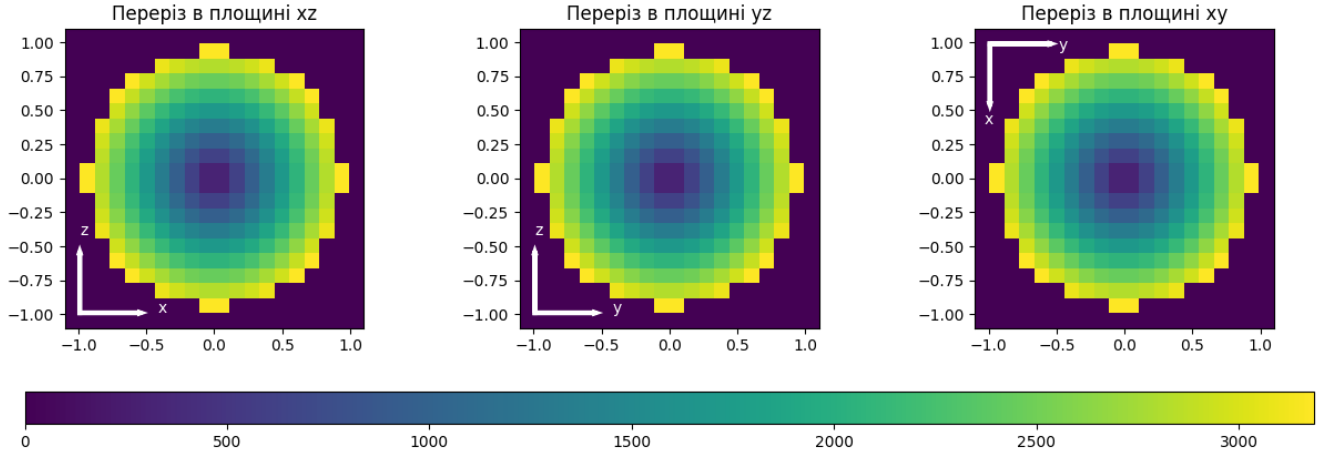


Рис. 3.2: Перерізи куба даних зі швидкостями плазми в координатних площинах для сферично симетричної моделі. Кольорова шкала в одиницях км/с.

## 3.2 Асиметрія в небесній площині

В цьому параграфі я модифікую сферично симетричну задачу. В площині  $zy$  залишок матиме свою реальну форму, таку, яка спостерігається (з різними радіусами в площині проєкції для різних напрямків з центру 3D залишка). А його радіус вздовж осі  $Ox$ , через неможливість визначення, покладемо рівним середньому радіусу  $\langle R \rangle$ . Таким чином на схематичному зображенні (рис. 3.1) будь-який переріз  $C_1RC_2$  буде не півколом, а півеліпсом, рівняння якого записується наступним чином:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1, \quad (3.3)$$

де  $a \equiv \langle R \rangle$ ,  $b$  - радіус залишка в площині проєкції (на рисунку відрізок  $OR$ ), координата  $y'$  при русі по периметру еліпса пробігає значення від 0 до  $b$ . З рівняння (3.3) я виразив  $y' = b\sqrt{1 - x^2/a^2}$  та підставив його в рівняння для радіус-вектора такого еліпса  $\mathcal{R} = \sqrt{x^2 + y'^2}$ . Після елементарних перетворень отримав відстань від центру до точки на еліпсі

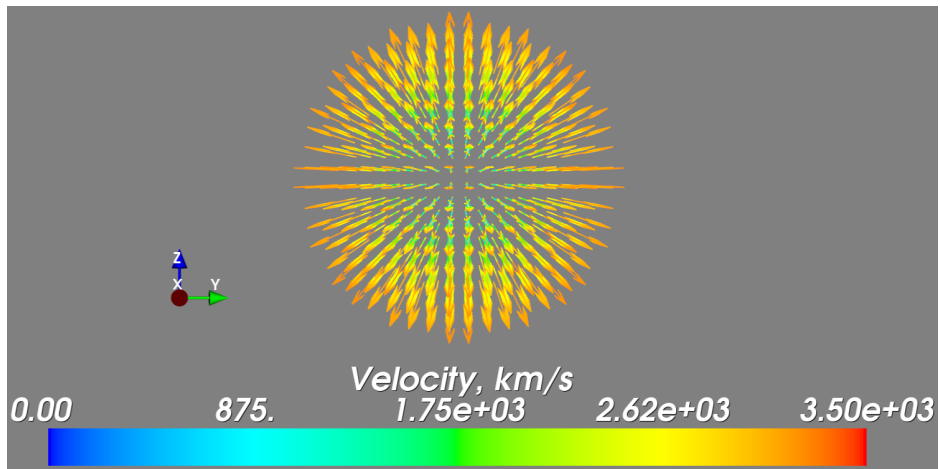
$$\mathcal{R} = \sqrt{x^2 \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) + b^2}. \quad (3.4)$$

Тобто тепер для розрахунку проєкцій швидкості я буду порівнювати радіус-вектор комірки ґриду зі значенням радіуса ударної хвилі в будь-якому 3D напрямі  $\mathcal{R}$ .

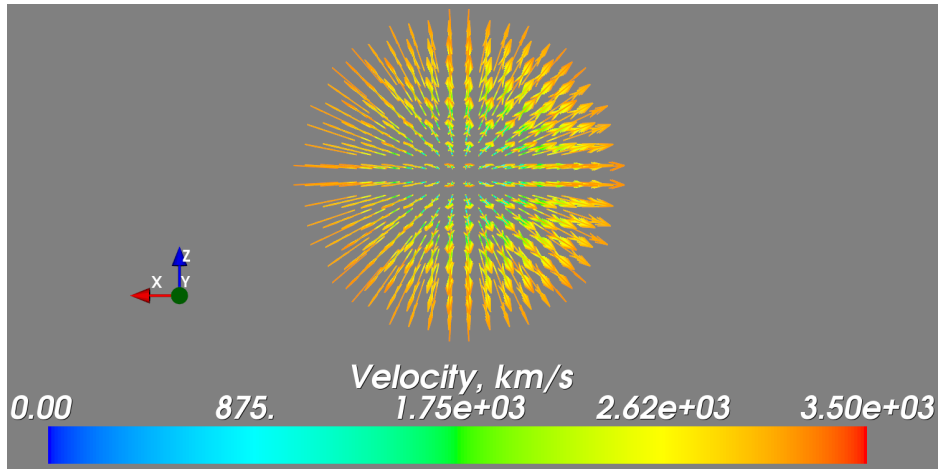
Очевидно, що  $b \equiv R(\varphi)$ , де  $R$  - радіус в небесній площині, а  $\varphi$  - кут в цій же ж площині. Тому формули 3.2 набудуть такого вигляду

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{x}{r} v_s \frac{r}{\mathcal{R}(x, \varphi)} = x \frac{3V_{fs}(\varphi)}{4\mathcal{R}(x, \varphi)} \\ v_y &= \frac{y}{r} v_s \frac{r}{\mathcal{R}(x, \varphi)} = y \frac{3V_{fs}(\varphi)}{4\mathcal{R}(x, \varphi)} \\ v_z &= \frac{z}{r} v_s \frac{r}{\mathcal{R}(x, \varphi)} = z \frac{3V_{fs}(\varphi)}{4\mathcal{R}(x, \varphi)} \end{aligned} \quad (3.5)$$

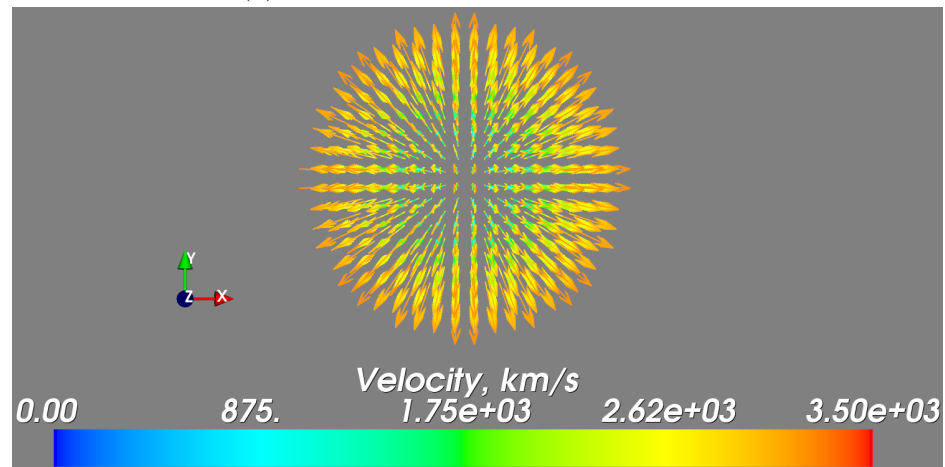




(а) Вид з додатньої сторони осі  $Ox$



(б) Вид з додатньої сторони осі  $Oy$



(в) Вид з додатньої сторони осі  $Oz$

Рис. 3.3: Векторне поле швидкості розширення залишка в сферично симетричній моделі. Кольорова шкала в одиницях км/с.

В цій формулі  $r$  – це радіус-вектор комірки, його значення змінюється від 0 до  $\mathcal{R}$  в певному напрямку. Використовуючи цю формулу, на цьому етапі розрахунків ми вважаємо, що швидкість ударної хвилі для будь-якої точки на півеліпсі  $C_1RC_2$  є однаковою, а саме  $V_{fs}(\varphi)$ .

Тепер переходжу до 3D розрахунків. Для побудови кубу даних я використовував масштаб  $[-0.95R_{max}, 0.95R_{max}]$ , де  $R_{max} = 3.548$  пк – це максимальний радіус залишка Тихо. Розмір ґрідуд залишився таким самим, тобто 20x20x20 комірок.

Для кожної комірки ґрідуд я розрахував кут  $\varphi = \arctan(\frac{z}{y})$ , який їй відповідає в площині залишка. З попереднього розділу у мене є виміри радіуса  $R$  та швидкості  $V$  для дискретного набору кутів  $\varphi$  в небесній площині, а площина  $C_1RC_2$  не завжди проходить через відоме мені значення кута. Тому для визначення проміжних значень  $R(\varphi)$  та  $V(\varphi)$  використовувалася інтерполяція між значеннями, відомими для найближчих полярних кутів  $\varphi$ . А саме, для кута  $\varphi$ , який знаходиться між кутами  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$ , я записав  $R(\varphi)$  та  $V(\varphi)$  як лінійну інтерполяцію між значеннями  $R(\varphi_1)$ ,  $R(\varphi_2)$  для радіуса та  $V(\varphi_1)$ ,  $V(\varphi_2)$  для швидкості:

$$R(\varphi) = R(\varphi_1) + (\varphi - \varphi_1) \frac{R(\varphi_2) - R(\varphi_1)}{\varphi_2 - \varphi_1} \quad (3.6)$$

$$V(\varphi) = V(\varphi_1) + (\varphi - \varphi_1) \frac{V(\varphi_2) - V(\varphi_1)}{\varphi_2 - \varphi_1}. \quad (3.7)$$

Використовуючи вже відоме  $R(\varphi)$ , я визначав  $\mathcal{R}(x, \varphi)$  за формулою (3.4), і з цим значенням порівнював радіус-вектор комірки. Якщо радіус-вектор комірки був меншим або рівним радіусу еліпса, то в ній розраховувались проекції швидкостей за формулою (3.5). Якщо ж був більшим, то проекції швидкостей дорівнювали нулю.

Отже, я отримав масиви даних проекцій швидкості, з яких обчислив повну швидкість розширення залишка. Перерізи в координатних площинах я зобразив на рис. 3.4. На осях відкладено розмір залишка в середніх радіусах  $\langle R \rangle$ . На основі цих результатів я побудував векторне поле швидкостей плазми. Воно зображене на рис. 3.5.

Хочу зауважити, що перерізи реалізовані не безпосередньою площиною, яка проходить через центр координат, а двовимірним відображенням частини об'єму розміром 20x20x1 комірок з куба даних. Для візуалізації я обирав елементи об'єму, дотичні до координатних площин, відносно яких планувався переріз. Оскільки розмір ґрідуд має парну кількість комірок, координатні площини проходить через межу між 10 та 11 шарами комірок. На рисунках подано перерізи, відповідні площинам з номером 10.

На зображенні 3.4 ліворуч та праворуч чітко спостерігається симетрія вздовж осі  $Ox$ . Це наслідок того, що у формулах швидкість  $V_{fs}$  бралася однаковою по поверхні еліпса. Окрім цього, на центральному зображенні видно відповідність розподілу швидкості в площині залишка до розрахованого розподілу швидкості за кутом в попередньому розділі (див. рис. 2.5). Також помітно, що значення швидкості плазми в крайніх комірках перерізу  $yz$  менші за відповідну швидкість ударної хвилі з рис. 2.5, як і має бути згідно рівняння  $v_s = 3V_{fs}/4$ .

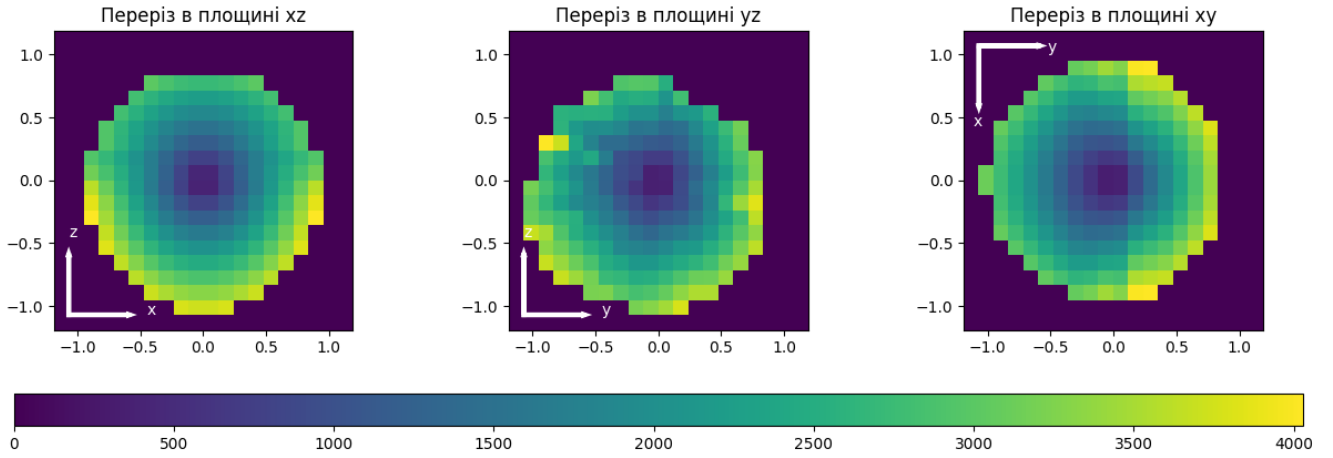


Рис. 3.4: Перерізи швидкості плазми в координатних площинах з врахуванням асиметрії швидкостей та радіусів в небесній площині

### 3.3 Асиметрія вздовж променя зору

Розподіли швидкостей, одержані в попередньому підрозділі, мають асиметрію в небесній площині (оскільки існують відповідні спостереження). Проте вони є симетричними відносно цієї небесної площини вздовж напрямків, паралельних до осі  $Ox$ .

Тепер я спробую додати асиметрію в залишок вздовж осі  $Ox$ . Для цього скористаюсь результатами доплерографії залишка Тихо Браге, отриманими Мар'яною Патрій в її магістерській роботі [46]. На основі аналізу ефекту Доплера в лінії силіцію  $Si$  вона визначила швидкості вздовж променя зору спостерігача для всієї площі залишка (рис. 3.6). Власне з метою використання її результатів я використовував куб розміром  $20 \times 20 \times 20$  комірок.

Оскільки ефект Доплера чутливий лише до швидкості вздовж променя зору (вздовж осі  $Ox$ ), то і модифікувати я буду лише  $x$ -ву компоненту швидкості  $v_x$ . Поеднавши її з компонентами  $v_y$  і  $v_z$ , розрахованими в попередньому підрозділі, я зможу отримати повне поле швидкостей.

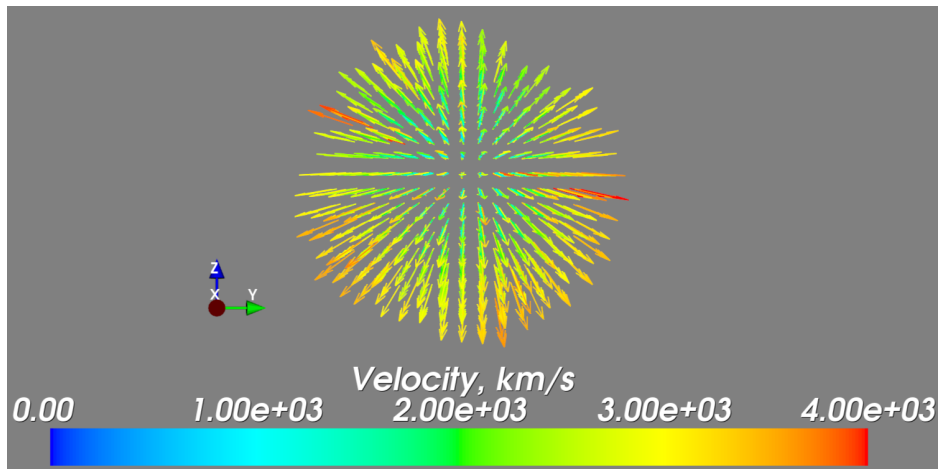
Поки я користувався симетричним розподілом швидкостей по осі  $Ox$ , то сума швидкостей з усіх комірок стовпця вздовж променя зору, який проектується одним квадратиком в проекції на небесну площину, була нульовою. Тобто в стовпці сума швидкостей для комірок з  $x > 0$  (ближній до спостерігача півпростір) рівна сумі для  $x < 0$  (дальній півпростір) зі знаком мінус:

$$S_+ \equiv \sum_{x>0} v_x,$$

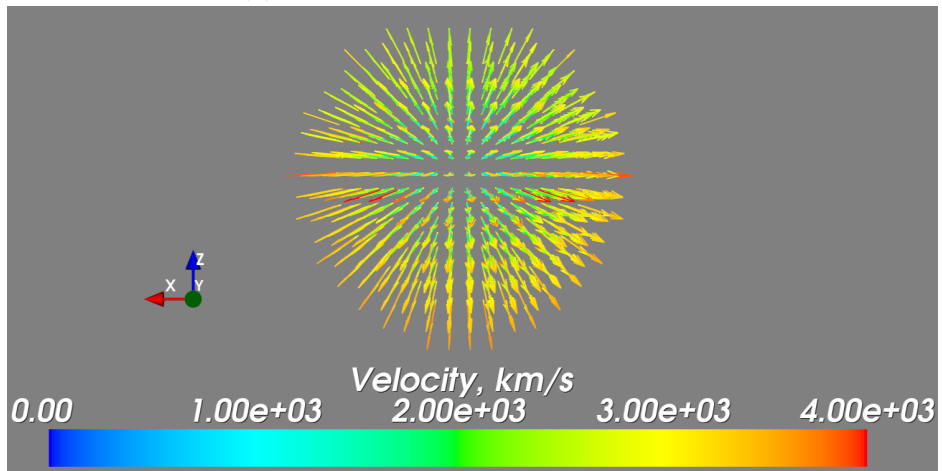
$$S_- \equiv \sum_{x<0} |v_x|$$

$$S_+ = S_- \equiv S$$

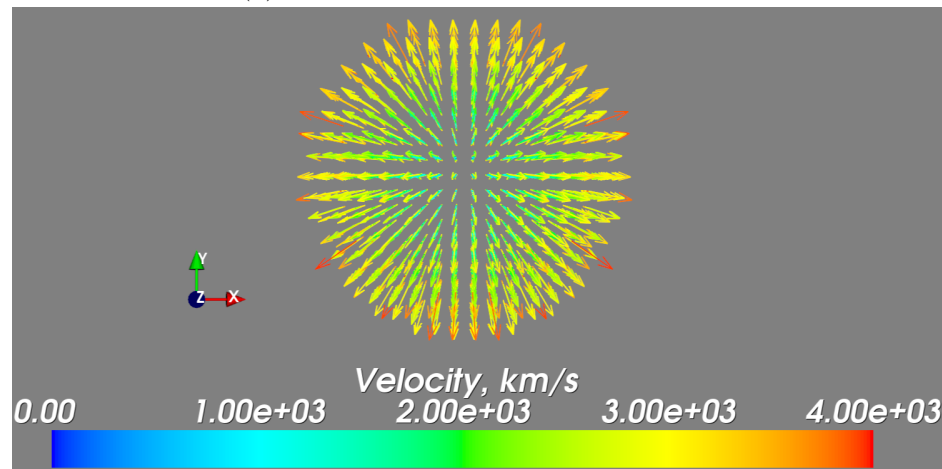
Якщо для певного стовпця доплерівська швидкість  $V_D$  буде нульовою, то в ньому розподіл  $v_x$  залишиться симетричним відносно точки  $x = 0$ . Але як реалізувати асиметрію для комірок, які мають ненульові значення Доплерівської швидкості  $V_D$ ?



(а) Вид з додатньої сторони осі  $Ox$



(б) Вид з додатньої сторони осі  $Oy$



(в) Вид з додатньої сторони осі  $Oz$

Рис. 3.5: Векторне поле швидкості плазми в залишку з врахуванням асиметрії швидкостей та радіусів в небесній площині

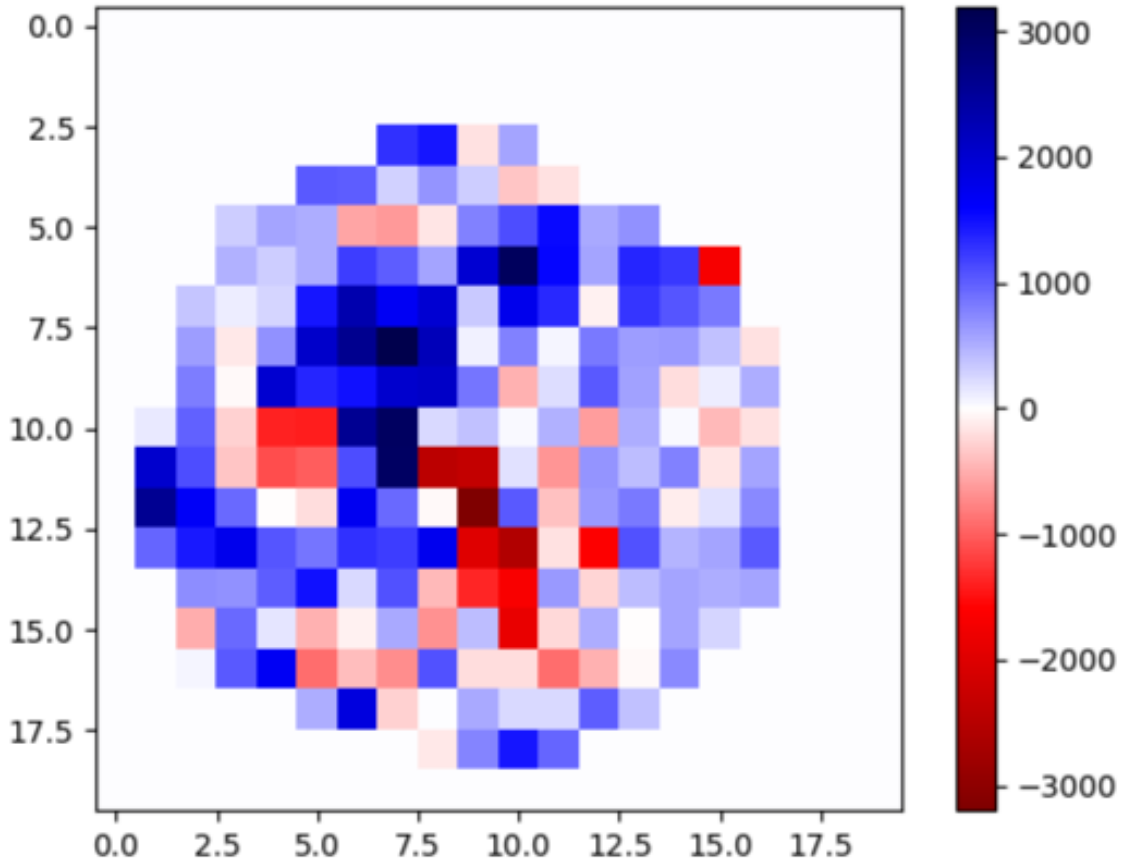


Рис. 3.6: Мапа доплерівських швидкостей в лінії Si з роботи Мар'яни Патрій [46]. Кольорова шкала в одиницях км/с

Ідея полягає в послабленні/посиленні значень проекції швидкості  $v_x$  таким чином, щоб сума  $v_x$  вздовж  $Ox$  в цьому стовбці стала рівна  $V_D$  з мапи на рис. 3.6.

В цій задачі варто розглянути два окремі випадки:  $V_D > 0$  і  $V_D < 0$ . Для першого випадку доплерівська швидкість додатня, тобто внесок в суму  $v_x$  в додатній половині залишка ( $x > 0$ ) більший за внесок у від'ємній половині ( $x < 0$ ). Тобто для  $x > 0$  симетричний розподіл  $v_x$  посилений певною величиною  $a$ , в той час як для  $x < 0$  послаблений порівняно з симетричним розподілом. Математично це можна записати таким чином:

$$V_D = \sum_{x>0} v'_x - \sum_{x<0} |v'_x| = \sum_{x>0} a v_x - \sum_{x<0} \frac{1}{a} |v_x| = a S_+ - \frac{1}{a} S_- = \left( a - \frac{1}{a} \right) S \quad (3.8)$$

де  $v'_x$  – модифікована швидкість,  $v_x$  – швидкість із симетричного розподілу, який я отримав в розділі 3.2,  $a$  – параметр для модифікації швидкості, який потрібно знайти. Видно, що параметр  $a$  можна визначити, розв'язавши квадратне рівняння:

$$a^2 - \frac{V_D}{S} a - 1 = 0.$$

Мене цікавить лише фізичний розв'язок  $a > 0$  цього рівняння:

$$a = \frac{V_D}{S} + \sqrt{\frac{V_D^2}{S^2} + 4}. \quad (3.9)$$

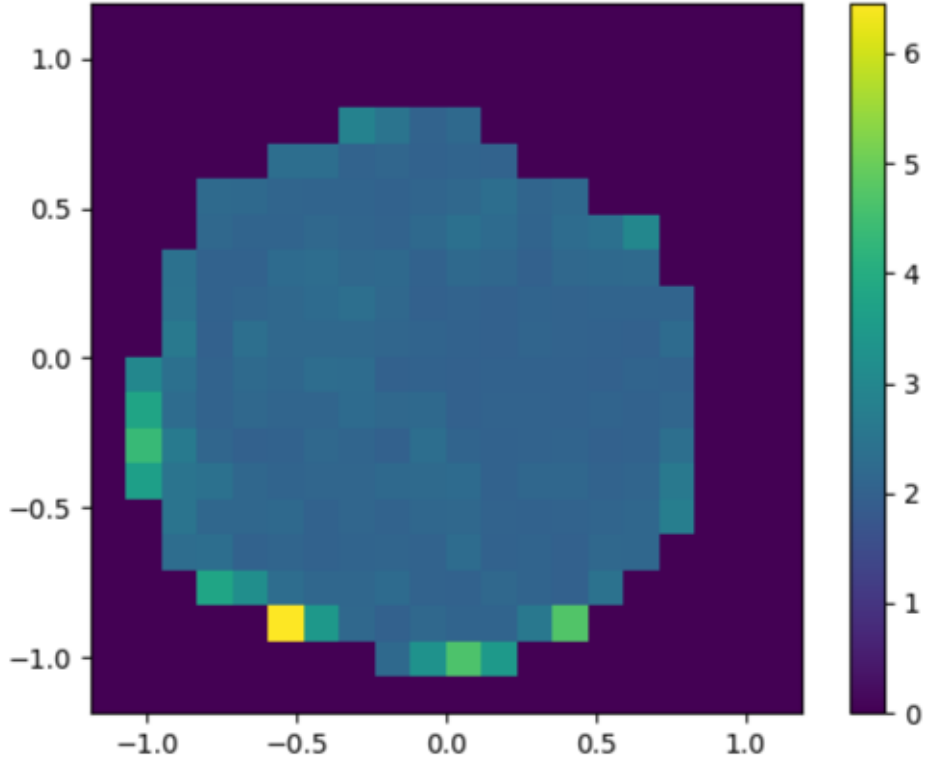


Рис. 3.7: Мапа параметра  $a$  для залишка наднової SN1572

В другому випадку, коли  $V_D < 0$ , параметр  $a$  має посилювати половину для  $x < 0$ , та послаблювати іншу,  $x > 0$ . Тобто

$$V_D = \sum_{x>0} v'_x - \sum_{x<0} |v'_x| = \sum_{x>0} \frac{1}{a} v_x - \sum_{x<0} a |v_x| = \frac{1}{a} S_+ - a S_- = \left( \frac{1}{a} - a \right) S. \quad (3.10)$$

Відповідно квадратне рівняння буде трохи іншим.

$$\begin{aligned} a^2 + \frac{V_D}{S} a - 1 &= 0, \\ a^2 - \frac{|V_D|}{S} a - 1 &= 0, \end{aligned}$$

Тут було вигідно замінити  $V_D$  на  $-|V_D|$ , щоб отримати рівняння, схоже на попереднє. Його фізичним розв'язком є

$$a = \frac{|V_D|}{S} + \sqrt{\frac{|V_D|^2}{S^2} + 4} \quad (3.11)$$

Саме таким чином я визначив параметр  $a$  для кожного стовпчика даних, паралельного осі  $Ox$  (рис. 3.7) та зміг модифікувати значення проекції  $v_x$  в залежності від значення  $V_D$  для відповідного стовпчика.

За проведеними розрахунками я отримав поле швидкостей плазми в залишку. Перерізи наведені на рис. 3.8. Центральне зображення містить розподіл швидкостей, схожий з випадком наявності асиметрії лише в площині  $yz$  (рис. 3.4), оскільки воно побудовано в площині,

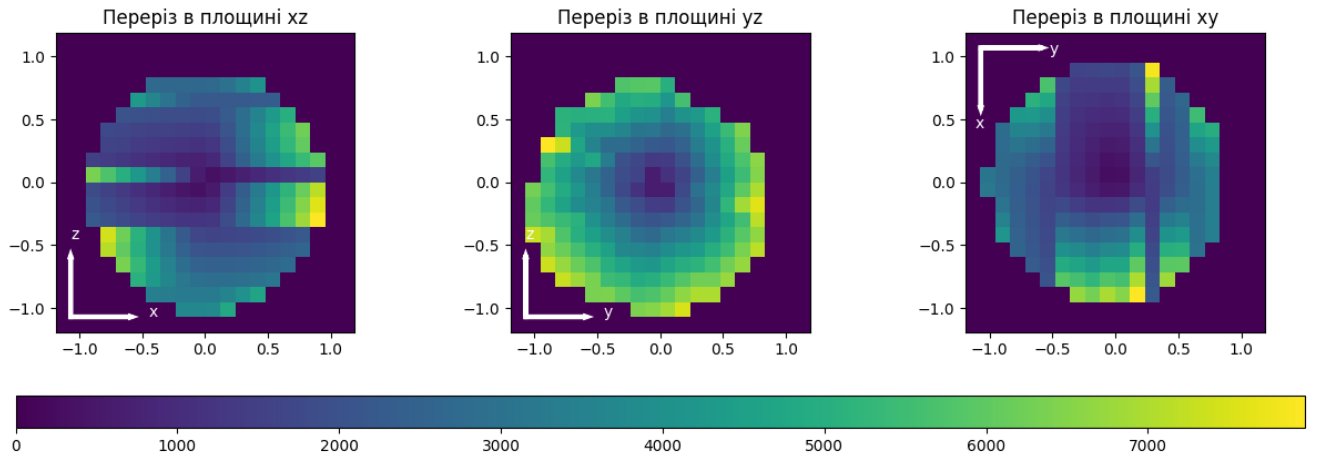


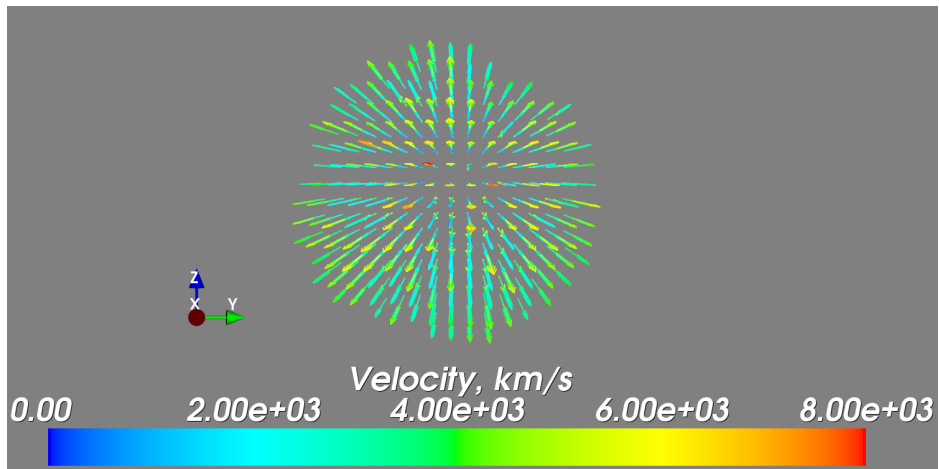
Рис. 3.8: Перерізи швидкості плазми в залишку наднової в координатних площинах з асиметрією в площині залишка та з асиметрією, отриманою на основі використання доплерографічних результатів з роботи М.Патрій [46]

в якій зміни не вносилися (тут ми бачимо лише  $v_y$  і  $v_z$  компоненти швидкості). В деяких комірках цієї проекції помітні невеликі відмінності між рисунками 3.4 і 3.8, оскільки показано площину, яка зміщена на половину сторони комірки порівняно з координатою  $x = 0$ , тобто там вже починає проявлятися асиметрія відносно небесної площини. Наприклад, в комірці під номером 11x11 (рахувати від від'ємних значень) значення дещо зросло, по відношенню до тієї самої комірки в попередньому випадку.

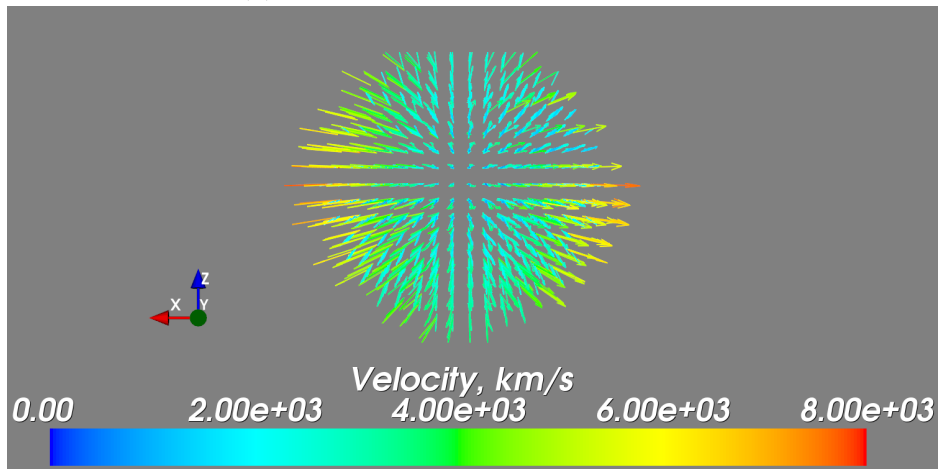
На інших двох проекціях бачимо ефект від методики посилення і послаблення компонент швидкості  $v_x$  в додатню чи від'ємну сторону залежно від значень Допплерівської швидкості. Також можна помітити, що внаслідок врахування ефекту Доплера максимальне значення повної швидкості зросло приблизно вдвічі.

На рис. 3.9 я побудував векторне поле швидкості плазми в залишку Тихо. Порівнюючи його з рис. 3.5, видно, що тенденція збільшення швидкості відповідає переважно компоненті  $v_x$ . Це впливає зі значень параметра  $a$ , більшість яких знаходяться в околі 2.

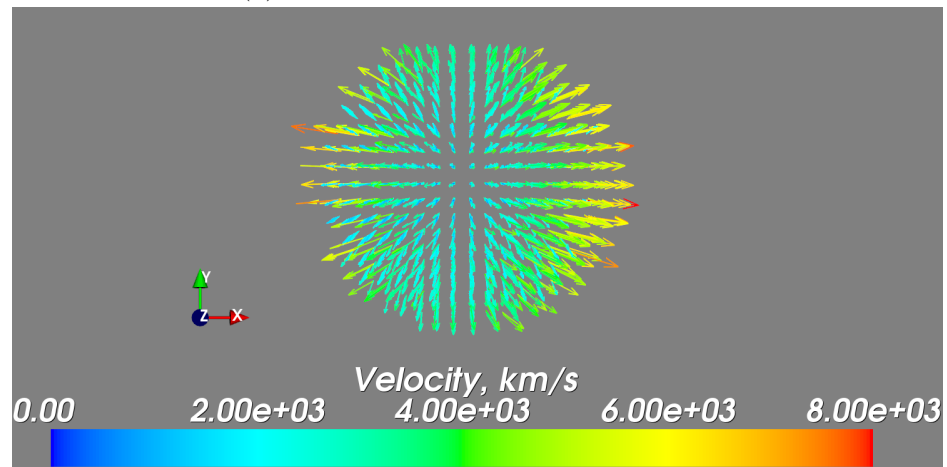
Отож, ми виявили, що існує суттєва асиметрія у швидкостях розлітання сіліціюму Si, зумовлена вочевидь асиметрією його розподілу всередині зорі перед її вибухом як наднова, та/або асиметрією вибуху.



(а) Вид з додатньої сторони осі  $Ox$



(б) Вид з додатньої сторони осі  $Oy$



(в) Вид з додатньої сторони осі  $Oz$

Рис. 3.9: Векторне поле швидкостей плазми в залишку Тихо Браге з асиметрією як в спостережуваній площині так і вздовж променя зору



# Висновки

На основі даних трьох радіоспостережень [22] за тридцять років еволюції залишка наднової Тихо Браге я провів низку розрахунків його кінетичних властивостей. Перша частина моєї роботи присвячена дослідженню характеристик прямої ударної хвилі. З радіоспостережень було визначено координати контурів, які відображають положення ударної хвилі на час відповідних спостережень. Маючи координати точки вибуху [33], я чисельно розрахував відстані від неї до точок контуру (рис.2.3). За їх допомоги я визначив швидкість розширення залишка за три періоди радіоспостережень (рис.2.4) та розрахував її середнє значення (рис.2.5) для різних азимутів. На основі отриманих значень радіусів ударної хвилі та її швидкості мною було розраховано також параметр розширення  $m$  (рис.2.7) та концентрацію речовини перед ударним фронтом  $\rho$  (рис.2.8). З них зрозуміло, що ударна хвиля сповільнюється, і цей процес відбувається по-разному в різних напрямках, і зумовлено це тим, що концентрація середовища перед ударною хвилею є різною в різних ділянках. Наші результати узгоджуються з відомою інформацією про цей залишок наднової [21].

Друга частина роботи присвячена тривимірним розрахункам швидкостей речовини всередині залишка наднової Тихо Браге. Я побудував куб даних розміром  $20 \times 20 \times 20$  комірок, в якому розраховував проєкції швидкостей  $v_x, v_y, v_z$ . Задача була поділена на кілька кроків. Розпочав з наближення сферичної симетрії для спрощених розрахунків. За радіус такого залишка було обрано середнє значення видимих радіусів, яке становить 2.8 пк. Далі я ускладнив модель, додавши асиметрію в небесній площині  $yz$  з використанням вимірних радіусів. Кінцевим етапом стало використання результатів доплерографії [46] для врахування асиметрії вздовж променя зору. Візуалізував розрахунки швидкості у вигляді перерізів в координатних площинах та векторного поля. На отриманих зображеннях спостерігається розподіл швидкості в площині  $yz$ , який відповідає розподілу, отриманому в параграфі 2.1. На інших проєкціях видно асиметрію, враховану за даними доплерографії. Результати вказують на значну тривимірну асиметрію розширення речовини залишка. Причиною цього може бути як неоднорідність розподілу густини зорі перед вибухом так і несферичність самого спалаху наднової.

Результати можуть бути використані для побудови нових моделей ЗН Тихо Браге, що дозволить визначити властивості зорі-попередника, характеристик асиметрії вибуху, ролі цієї асиметрії та неоднорідностей довколазоряного середовища на еволюцію та формування залишка наднової, який тепер спостерігається. Загалом, це покращить розуміння механізму вибуху конкретно цієї наднової, дасть можливість використовувати ці результати для інтерпретації спостережень інших об'єктів в пошуках нової інформації і про їхнє минуле, поглибить розуміння фізики зір на фінальних стадіях їх еволюції.

# Список використаних джерел

- [1] Green, D. (2022) Galactic SNRs: Summary Data. <https://www.mrao.cam.ac.uk/surveys/snrs/>
- [2] Highlights of Astronomy, Vol. 12, as presented at the XXIVth General Assembly of the IAU - 2000 [Manchester, UK, 7 - 18 August 2000]. Edited by H. Rickman. San Francisco, CA: Astronomical Society of the Pacific, ISBN 1-58381-086-2, 2002, p. 350 - 353
- [3] Green, D. (2017). Historical Supernovae in the Galaxy from AD 1006. In: Handbook of Supernovae, Springer, 2020 (pp. 37–48).
- [4] Gardner, F. F., & Milne, D. K. (1965). The supernova of A.D. 1006. *The Astronomical Journal*, 70, 754.
- [5] Hubble, E.P. (1928). Novae or Temporary Stars. *Astronomical Society of the Pacific Leaflets*, 1(14), 55.
- [6] Lundmark, K. (1921). Suspected new stars recorded in old chronicles and among recent meridian observations. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 33(195), 225.
- [7] Stephenson, F.R. (1971). Suspected supernova in A.D. 1181. *Quarterly Journal of the Royal Astronomical Society*, 12:10–38.
- [8] Bietenholz, M., Kassim, N. E., & Weiler, K. W. (2001). The Radio Spectral Index and Expansion of 3C 58. *The Astrophysical Journal*, 560(2), 772–778.
- [9] Camilo, F., Stairs, I. H., Lorimer, D. R., Backer, D. C., Ransom, S. M., Klein, B., Wielebinski, R., Kramer, M., McLaughlin, M., Arzoumanian, Z., & Müller, P. E. (2002). Discovery of Radio Pulsations from the X-Ray Pulsar J0205+6449 in Supernova Remnant 3C 58 with the Green Bank Telescope. *The Astrophysical Journal*, 571(1), L41–L44.
- [10] Chandra :: Photo Album :: SN 1006 :: 15 Dec 05. (n.d.). <https://chandra.harvard.edu/photo/2005/sn1006/>
- [11] Wikipedia contributors. (2023). Crab Nebula. Wikipedia. [https://en.wikipedia.org/wiki/Crab\\_Nebula#/media/File:Crab\\_Nebula.jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/Crab_Nebula#/media/File:Crab_Nebula.jpg)
- [12] Ritter, A., Parker, Q. A., Lykou, F., Zijlstra, A. A., Guerrero, M. A., & Dû, P. L. (2021). The Remnant and Origin of the Historical Supernova 1181 AD. *The Astrophysical Journal*, 918(2), L33.
- [13] Protte, P., & Hoffmann, S. (2020). Accuracy of magnitudes in pre-telescopic star catalogs. *Astronomische Nachrichten*, 341(8), 827–840.

- [14] Kronberger, M., Parker, Q. A., Jacoby, G. H., Acker, A., Alves, F., Bojičić, I. S., Eigenthaler, P., Frew, D. J., Harmer, D., Patchick, D., Reid, W. A., & Schedler, J. (2016). New DSH planetary nebulae and candidates from optical and infrared surveys. *Journal of Physics*, 728, 072012.
- [15] Baade, W. (1943). Nova Ophiuchi of 1604 AS a Supernova. *The Astrophysical Journal*, 97, 119.
- [16] Minkowski, R. (1941). *Spectra of Supernovae*. Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 53, 224.
- [17] Vink, J. (2020). *Physics and Evolution of Supernova Remnants*. Springer Nature.
- [18] Li, W., Leaman, J., Chornock, R., Filippenko, A. V., Poznanski, D., Ganeshalingam, M., Wang, X. F., Modjaz, M., Jha, S., Foley, R. J., & Smith, N. (2011). Nearby supernova rates from the Lick Observatory Supernova Search - II. The observed luminosity functions and fractions of supernovae in a complete sample. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 412(3), 1441–1472.
- [19] Richardson, D. W., Branch, D., Casebeer, D., Millard, J., Thomas, R. C., & Baron, E. (2001). A Comparative Study of the Absolute Magnitude Distributions of Supernovae. *The Astronomical Journal*, 123(2), 745–752.
- [20] Reynolds, S. P. (2008). Supernova Remnants at High Energy. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 46(1), 89–126.
- [21] Decourchelle, A. (2017). Supernova of 1572, Tycho’s Supernova. In: *Handbook of Supernovae*, Springer, 2020 (pp. 117–137).
- [22] Williams, B. G., Chomiuk, L., Hewitt, J. K., Blondin, J. M., Borkowski, K. J., Ghavamian, P., Petre, R., & Reynolds, S. P. (2016). An x-ray and radio study of the varying expansion velocities in Tycho’s supernova remnant. *The Astrophysical Journal*, 823(2), L32.
- [23] Chandra :: Photo Album :: Tycho’s Supernova Remnant :: 22 Sep 05. (n.d.). <https://chandra.harvard.edu/photo/2005/tycho/>
- [24] Drury, L. O. (1983). An introduction to the theory of diffusive shock acceleration of energetic particles in tenuous plasma. *Reports on Progress in Physics*, 46(8), 973–1027.
- [25] Fermi, E. (1949). On the Origin of the Cosmic Radiation. *Physical Review*, 75(8), 1169–1174.
- [26] Dickel, J. R., Van Breugel, W., & Strom, R. G. (1991). Radio structure of the remnant of Tycho’s supernova (SN 1572). *The Astronomical Journal*, 101, 2151.
- [27] Very Large Array - National Radio Astronomy Observatory. (2023, March 24). National Radio Astronomy Observatory. <https://public.nrao.edu/telescopes/vla/>
- [28] Reynoso, E. M., Moffett, D., Goss, W. M., Dubner, G. M., Dickel, J. R., Reynolds, S. P., & Giacani, E. B. (1997). A VLA Study of the Expansion of Tycho’s Supernova Remnant. *The Astrophysical Journal*, 491(2), 816–828.
- [29] Ishihara, D., Kaneda, H., Furuzawa, A., Kunieda, H., Suzuki, T., Koo, B. H., Lee, H., Lee, J., & Onaka, T. (2010). Origin of the dust emission from Tycho’s SNR. *Astronomy and Astrophysics*.

- [30] Williams, B. G., Borkowski, K. J., Ghavamian, P., Hewitt, J. K., Mao, S. A., Petre, R., Reynolds, S. P., & Blondin, J. M. (2013). Azimuthal density variations around the rim of Tycho's supernova remnant. *The Astrophysical Journal*, 770(2), 129.
- [31] Chevalier, R. A., Blondin, J. M., & Emmering, R. T. (1992). Hydrodynamic instabilities in supernova remnants - Self-similar driven waves. *The Astrophysical Journal*, 392, 118.
- [32] Troja, E., Segreto, A., La Parola, V., Hartmann, D. H., Baumgartner, W. H., Markwardt, C. B., Barthelmy, S. D., Cusumano, G., & Gehrels, N. (2014). SWIFT /BAT detection of hard x-rays from Tycho's supernova remnant: evidence for titanium-44. *The Astrophysical Journal*, 797(1), L6.
- [33] Xue, Z., & Schaefer, B. E. (2015). Newly determined explosion center of Tycho's supernova and the implications for proposed ex-companion stars of the progenitor. *The Astrophysical Journal*, 809(2), 183.
- [34] SAOImageDS9. (n.d.). <https://sites.google.com/cfa.harvard.edu/saoimageds9>
- [35] NumPy. (n.d.). <https://numpy.org/>
- [36] Astropy. (n.d.). <https://www.astropy.org/>
- [37] Matplotlib — Visualization with Python. (n.d.). <https://matplotlib.org/>
- [38] Mayavi: 3D scientific data visualization and plotting in Python — mayavi 4.8.1 documentation. (n.d.). <https://docs.enthought.com/mayavi/mayavi/>
- [39] Tian, W., & Leahy, D. (2011). TYCHO SN 1572: A naked Ia supernova remnant without an associated ambient molecular cloud. *The Astrophysical Journal*.
- [40] Chevalier, R. A., Kirshner, R. P., & Raymond, J. C. (1980). The optical emission from a fast shock wave with application to supernova remnants. *The Astrophysical Journal*, 235, 186.
- [41] Sedov L. I., 1959, *Similarity and Dimensional Methods in Mechanics*. Academic Press Inc., New York
- [42] Katsuda, S., Petre, R., Hughes, J. P., Hwang, U., Yamaguchi, H., Hayato, A., Mori, K., & Tsunemi, H. (2010). X-ray measured dynamics of Tycho's supernova remnant. *The Astrophysical Journal*, 709(2), 1387–1395.
- [43] Chiotellis, A., Kosenko, D. I., Schure, K. M., Vink, J., & Kaastra, J. (2013). Modelling the interaction of thermonuclear supernova remnants with circumstellar structures: the case of Tycho's supernova remnant. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 435(2), 1659–1670.
- [44] Klimishin, I., Hnatyk, B. (1981). The Law of Motion of Strong Shock Waves in Stellar Envelopes. *Astrofisika*, 17, 547
- [45] Hnatyk, B. (1987). Strong adiabatic shocks in arbitrary non-uniform medium. *Astrofisika*, 26, 113
- [46] Мар'яна Патрій, Доплерографія залишку наднової Тихо Браге. Магістерська робота, виконана у Львівському університеті імені Івана Франка, 2021 р. 38 с.