

## Лабораторна робота № 15

Визначення середньої довжини вільного пробігу та ефективного діаметра молекул газу

Мета роботи: Визначити експериментально середню довжину вільного пробігу та ефективний діаметр молекул повітря шляхом дослідження його протікання через вузький капіляр.

Прилади і матеріали: прилад для визначення середньої довжини вільного пробігу молекул, водяний барометр, секундомір.

### Теоретичні відомості

Довжиною вільного пробігу молекули називається шлях, пройдений молекулою між двома послідовними зіткненнями. Якщо середнє число зіткнень молекули з іншими молекулами за одиницю часу позначити через  $\nu$ , а середню арифметичну швидкість через  $\langle v \rangle$ , то середня довжина вільного пробігу

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\nu}. \quad (1)$$

Молекули ідеального газу є точковими, тобто їх розмірами нехтують. Для обчислення середнього числа зіткнень необхідно враховувати розміри молекул.

Ефективним діаметром  $d$  молекули назвемо мінімальну відстань, на яку можуть наблизитися центри двох молекул. Величина

$$\sigma = \pi d^2 \quad (2)$$

називається ефективним перерізом молекули. Припустимо, що всі молекули газу, крім однієї, не рухаються. Траєкторія молекули, яка рухається і зазнає випадкових зіткнень з іншими молекулами (зіткнення

відбуваються за законами зіткнень пружних куль) має вигляд ламаної лінії, кожен відрізок якої є довжиною вільного пробігу молекули. За одиницю часу молекула опише лінію, довжина якої чисельно дорівнюватиме середній швидкості  $\langle v \rangle$ . Побудуємо тепер навколо цієї ламаної лінії, як осі циліндр з поперечним перерізом  $\sigma$ .

Якщо  $n$  – число молекул в одиниці об'єму, то всередину цього циліндра попаде  $n\langle v \rangle\sigma$  центрів молекул і це число і буде середнім числом зіткнень за одиницю часу. Більш строгий розрахунок, який враховує рух усіх молекул газу, вимагає множення на  $\sqrt{2}$ , отже:

$$\nu = \sqrt{2}n\langle v \rangle\sigma. \quad (3)$$

Таким чином, середня довжина вільного пробігу молекул згідно (6.1), (6.2) і (6.3):

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2}, \quad (4)$$

тобто обернено пропорційна до числа молекул в одиниці об'єму.

Метою даної роботи є визначення середньої довжини вільного пробігу і ефективного діаметра молекул повітря шляхом вимірювання його коефіцієнта внутрішнього тертя.

Для вимірювання коефіцієнта внутрішнього тертя можна використати метод витікання рідини чи газу через вузьку капілярну трубку. Об'єм газу  $V$ , який протікає крізь вузьку трубку з круглим внутрішнім перерізом за час  $\tau$ , визначається формулою Пуазейля:

$$V = \frac{1}{\eta} \frac{\pi r^4 \Delta p \tau}{8l}, \quad (5)$$

де  $r$  – радіус капіляра,  $l$  – довжина капіляра,  $\Delta p$  – різниця тиску на кінцях капіляра, який зумовлює протікання газу.

З рівняння (6.5) коефіцієнт внутрішнього тертя

$$\eta = \frac{\pi r^4 \Delta p \tau}{8lV}. \quad (6)$$

Всі величини правої частини рівняння (6.6) доступні безпосередньому вимірюванню, відповідно, ним можна користуватися для експериментального визначення коефіцієнта внутрішнього тертя газу.

Кінетична теорія газів встановлює зв'язок між коефіцієнтом внутрішнього тертя газів  $\eta$ , середньою довжиною вільного пробігу молекул газу  $\langle \lambda \rangle$  і середньою арифметичною швидкістю  $\langle v \rangle$  їх руху у вигляді

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle \lambda \rangle \langle v \rangle, \quad (7)$$

де  $\rho$  – густина газу. Більш точний вивід співвідношення (6.7), яке враховує розподіл швидкостей молекул по закону Максвелла, дає інше значення коефіцієнта пропорційності. Так, для повітря співвідношення (6.7) приймає вигляд

$$\eta = \frac{1}{2} \rho \langle \lambda \rangle \langle v \rangle. \quad (8)$$

Підставляючи в даний вираз значення

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}; \quad \rho = \frac{p\mu}{RT}$$

і значення  $\eta$  з рівняння (6.6) і проводячи елементарні перетворення, отримуємо наступну формулу для обчислення середньої довжини вільного пробігу:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{2\pi r^4 \Delta p \tau R T}{8lV \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} p \mu}, \quad (9)$$

де  $T$  – абсолютна температура,  $R$  – газова постійна,  $\mu$  – молярна маса газу,  $p$  – атмосферний тиск.

Різницю тисків на кінцях капіляра, який спричиняє протікання газу знаходимо за допомогою водяного барометра (рис. 12):

$$\Delta p = (h_2 - h_1) \rho_{\text{в}} g, \quad (10)$$

де  $h_1$  і  $h_2$  – рівні водяних стовпців,  $\rho_B$  – густина води,  $g$  – прискорення вільного падіння.

Отже, остаточна формула для обчислення довжини вільного пробігу молекул повітря:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\pi r^4 R T (h_2 - h_1) \rho_B g \tau}{4 l V \sqrt{\frac{8 R T}{\pi \mu} p \mu}}. \quad (11)$$

Із співвідношення (6.4) можна визначити ефективний діаметр молекул газу при даній температурі, якщо відомі  $\langle \lambda \rangle$  і  $n$ .

Число молекул в одиниці об'єму визначають з рівняння

$$n = n_0 \frac{P T_0}{P_0 T}, \quad (12)$$

де  $n_0$  – число молекул в одиниці об'єму за нормальних умов ( $P_0, T_0$ ), так зване число Лошмідта.

З рівнянь (6.4) і (6.12)  $\sigma$  виражається формулою

$$\sigma = \sqrt{\frac{P_0 T}{\sqrt{2} \pi \langle \lambda \rangle n_0 P T_0}}. \quad (13)$$

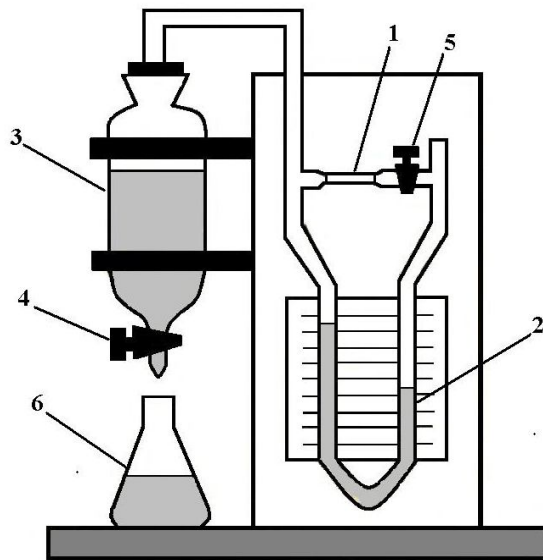


Рис. 12. Установка для вимірювання середньої довжини вільного пробігу молекул газу:

1 – капіляр;

2 – U-подібний водяний манометр;

3 – колба з водою;

4, 5 – краники;

6 – мірний стакан.

#### Хід виконання роботи

1. Відкрити краники 4 і 5.
2. Під дією сили тяжіння вода з колби 3 починає натікати в мірний стакан 6. За об'ємом води в стакані 6 визначити об'єм  $V$  повітря, що проходить через капіляр 1. Коли набирається 50–70 см<sup>3</sup> води, закрити краники 4 і 5.
3. При протіканні повітря через капіляр зняти покази водяного манометра 2, який показує різницю тисків на кінцях капіляра. Для цього зафіксувати рівень стовпців в колінах манометра. При проходженні повітря через капіляр зафіксувати положення стовпця води у лівому коліні  $h_2$  і в правому  $h_1$ .
4. Час проходження повітря через капіляр зафіксувати секундоміром.
5. За допомогою формули (6.11) обрахувати довжину вільного пробігу молекул повітря  $\langle \lambda \rangle$ .

Температуру  $T$  виміряти термометром, атмосферний тиск барометром, які знаходяться в лабораторії. Величини  $\tau$  і  $l$  вказані на установці.

6. Ефективний діаметр молекул повітря обрахувати за допомогою формули (6.13).
7. Дослід повторити декілька разів.

1)

№ $\zeta_i$	$V, \text{ м}^3$	$h_1, \text{ м}$	$h_2, \text{ м}$	$\tau, \text{ с}$	$\lambda, \text{ м}$	$\Delta\lambda, \text{ м}$	$E, \%$
-------------	------------------	------------------	------------------	-------------------	----------------------	----------------------------	---------

2)

№ $\zeta_i$	$\lambda, \text{ м}$	$\sigma, \text{ м}$	$\Delta\sigma, \text{ м}$	$E, \%$
-------------	----------------------	---------------------	---------------------------	---------

### Контрольні запитання

1. Які явища називаються явищами переносу? Чому ці явища носять таку назву?
2. Яку величину називають середньою довжиною вільного пробігу молекул? Як вона залежить від температури газу?
3. Який зв'язок між швидкістю молекул, довжиною вільного пробігу і числом зіткнень за одиницю часу?
4. Який зв'язок між  $\langle \lambda \rangle$  і  $P$  при ізотермічному процесі?