

Міністерство освіти і науки України  
Львівський національний університет імені Івана Франка  
Львівський інститут економіки і туризму

Рекомендовано до друку  
кафедрою загальної фізики  
Протокол №12 від 05.02.2004

**ЗАВДАННЯ**  
**з фізики для самостійної роботи студентів**  
**нефізичних спеціальностей**  
**та методичні вказівки щодо їхнього виконання**  
(Додаток до робочої навчальної програми)

Укладачі: доц. Караван Юрій Володимирович  
доц. Мельничук Борис Леонтійович

Редактор Лоїк І. М

Технічний редактор Сенік С. З.

Коректор Спринь Р. П.  
Станкевич-Іванова В.І.

**Частина 2**  
**Молекулярна фізика і термодинаміка**

**ЗАВДАННЯ**  
**з фізики для самостійної роботи студентів**  
**нефізичних спеціальностей**  
**і методичні вказівки щодо їхнього виконання**  
(Додаток до робочої навчальної програми)

**Частина 2. Молекулярна фізика і термодинаміка**

Підп. до друку 25.06.2004р. Формат 60x84/16. Папір друк. №1 Друк на різогр.  
Умови, друк. арк. 3.4 Обл.-вид.арк.3.5. Тираж 200. Зам.276.

Львів  
Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка  
2004

Видавничий центр Львівського національного університету імені І. Франка  
79000 м. Львів. вул. Дорошенка, 41

## Пояснювальна записка

У частині 2 подано методичні вказівки для самостійної роботи студентів з теоретичної і практичної частини перелічених тем дисципліни:

1. Основні положення молекулярно-кінетичної теорії.
2. Газові закони.
3. Рідини і тверді тіла.
4. Зміна агрегатного стану речовини (фазові перетворення).
2. 5. Основи термодинаміки.

Кожна тема зазвичай охоплює три частини:

1. Перелік питань теоретичного матеріалу, які розглядалися на лекції і які студенти повинні опрацювати та осмислити.
2. Короткий виклад матеріалу з цих питань з методичними вказівками щодо його вивчення, приклади розв'язування задач.
3. Перелік задач, які студенти повинні розв'язати.

Терміни виконання завдань з кожної теми – до початку розгляду наступних тем на лекції, а завдання п. 3 – до розгляду теоретичного матеріалу наступного розділу.

Контроль за виконанням завдань для самостійної роботи студентів з теоретичної частини дисципліни відбувається у формі контрольного індивідуального чи фронтального опитування студентів на лекційних і практичних заняттях і перевірки робочих конспектів з теоретичних питань.

Крім того з кожного розділу дисципліни студенти виконують комплексні індивідуальні завдання і захищають їх у вигляді письмової контрольної роботи. Мета кожного індивідуального завдання – систематизувати та поглибити знання студентів з матеріалу відповідного розділу.

На підставі оцінок індивідуальних завдань виводиться підсумкова модульна оцінка з кожного розділу, яку враховують при виставленні оцінки підсумкового контролю за семестр.

## Тема 2. 1. Основні положення молекулярно-кінетичної теорії

*Молекулярна фізика* вивчає фізичні властивості макроскопічних тіл (газоподібних, рідких і твердих), а також протікаючі в них процеси, зумовлені тепловим рухом і взаємодією мікрочастинок, які складають ці тіла. Вчення, що пояснює будову і властивості тіл на основі законів руху і взаємодії молекул, з яких ці тіла складаються, називається *молекулярно-кінетичною теорією*, яка ґрунтується на трьох головних положеннях, підтверджених експериментально.

1. *Усі речовини складаються з маленьких частинок* (молекул, атомів, йонів), розділених між собою проміжками (тобто всі тіла мають дискретну будову).

Великі молекули можна побачити за допомогою електронного мікроскопа або йонного проектора.

*Молекули* – це найдрібніші частинки речовини, які мають усі її хімічні властивості, *атоми ж* – найменші частинки хімічних елементів. Найпростіша молекула складається з двох атомів, а складні молекули органічних речовин містять сотні і тисячі атомів. Більшість молекул неорганічних речовин має діаметр близько  $1 \cdot 10^{-10}$  м і масу близько  $1 \cdot 10^{-26}$  кг.

Атоми і молекули – електрично нейтральні частинки. Атом складається з позитивно зарядженого ядра, навколо якого рухаються негативно заряджені частинки – *електрони*. Електричний заряд ядра дорівнює абсолютному значенню сумарного заряду всіх електронів атома. *Йони* – це атоми або молекули, які втратили хоча б один електрон (*позитивні йони*) чи приєднали зайві електрони (*негативні йони*).

2. *Між молекулами речовини одночасно діють сили взаємного притягання і сили взаємного відштовхування*. При цьому сили відштовхування повинні зменшуватись швидше, ніж сили притягання. Лише за цієї умови молекули можуть знаходитись у стійкій рівновазі на деякій певній відстані одна від одної (на якій сили притягання і відштовхування є рівними).

Експериментальними та теоретичними дослідженнями встановлено, що міжмолекулярні сили взаємодії  $f$  обернено пропорційні  $n$ -му степеню відстані  $r$  між молекулами:

$$f \sim \frac{1}{r^n}$$

На рис. 2.1.1 зображено графіки сил взаємного відштовхування (крива 1), притягання (крива 3) і рівнодійної цих сил (крива 2) для двох молекул залежно від відстані  $r$  між цими молекулами.

Для рівноважної відстані  $r_0$ , що приблизно дорівнює сумі радіусів молекул, рівнодійна сила  $F = 0$  (крива 2). Якщо відстань між молекулами зменшується ( $r < r_0$ ), то переважають додатні сили взаємного відштовхування  $F_1$ , залежність яких від  $r$  така:  $F_1 = k_1 r^{-13}$ .

При збільшенні відстані між молекулами ( $r > r_0$ ) переважають від'ємні

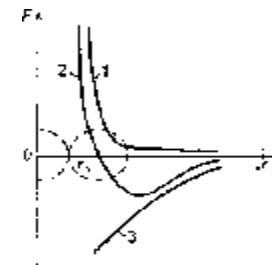


Рис. 2.1.1.

сили взаємного притягання  $F_2 = -k_2 r^{-7}$ .

Коефіцієнти  $k_1$  і  $k_2$  у наведених рівняннях залежать від структури молекул і типу сил взаємодії.

3. *Частинки речовини перебувають у стані неперервного хаотичного руху.* Унаслідок зіткнення одна з одною вони змінюють свою швидкість як за напрямом, так і за величиною.

Швидкість руху молекул в речовині пов'язана з її температурою: чим вища температура речовини, тим більша швидкість молекул. Отже, швидкість руху молекул визначає *тепловий* стан речовини – її *внутрішню енергію*, тому хаотичний рух молекул називають ще *тепловим рухом*. Під внутрішньою енергією речовини розуміють сукупність кінетичної енергії молекул і атомів, з яких складається речовина, і потенціальної енергії взаємодії між ними.

## Тема 2. 2. Газові закони

*Опрацювати такі питання лекційного матеріалу:*

- експериментальні газові закони;
- тиск газу;
- середня кінетична енергія поступального руху молекул;
- внутрішня енергія ідеального газу;
- розподіл числа молекул за швидкостями;
- явища перенесення;
- реальні гази.

**Експериментальні газові закони.** Стан певної маси газу прийнято характеризувати такими фізичними величинами (параметрами стану): тиском  $p$ , об'ємом  $V$  і температурою  $T$ . Зміну стану газу, що супроводжується зміною усіх або деяких з цих величин, називають *газовим процесом*. Процес зміни тиску газу залежно від об'єму, який відбувається при незмінній температурі, називають *ізотермічним*. Процес зміни об'єму газу залежно від температури, який відбувається при незмінному тиску, називають *ізобарним*. Процес зміни тиску газу залежно від температури, який протікає при незмінному об'ємі, називають *ізохорним*.

Співвідношення, які встановлюють зв'язок між параметрами стану газу, називають *рівняннями стану газу*.

**Ідеальний газ.** *Ідеальним*, називають газ, розмірами молекул якого та їхньою взаємодією можна знехтувати. Вважають, що під час зіткнень між собою і зі стінками посудини молекули такого газу поведуться як абсолютно пружні кульки дуже малих розмірів (тобто частинками ідеального газу є одноатомні молекули).

*Закон Бойля-Маріотта:* для певної маси газу при сталій температурі добуток тиску на об'єм є величиною сталою:

$$pV = \text{const.} \quad (2.2.1)$$

*Закон Шарля:* для певної маси газу при сталому об'ємі відношення тиску до абсолютної температури є величиною сталою:

$$\frac{p}{T} = \text{const.} \quad (2.2.2)$$

*Закон Гей-Люссака:* для певної маси газу при сталому тиску відношення об'єму до абсолютної температури є величиною сталою:

$$\frac{V}{T} = \text{const.} \quad (2.2.3)$$

*Рівняння стану ідеального газу (рівняння Клапейрона)* пов'язує всі три основні термодинамічні параметри стану певної маси ідеального газу:

$$\frac{pV}{T} = \text{const.} \quad (2.2.4)$$

*Молярна (універсальна) газова стала  $R$*  – це фізична константа, значення якої обчислюють з рівняння стану ідеального газу, записаного для одного моля цього газу за нормальних умов, тобто:

$$R = \frac{p_0 V_0}{T_0}, \quad (2.2.5)$$

де  $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$  – значення нормального тиску;  $T_0 = 273,16 \text{ К}$  – значення нормальної температури за шкалою Кельвіна;  $V_0 = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$  – об'єм одного моля будь-якого газу за нормальних умов. Отже,  $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \times \text{К})$ , тобто молярна (універсальна) газова стала чисельно дорівнює роботі ізобарного розширення одного моля ідеального газу під час нагрівання на 1 К.

*Рівняння Клапейрона-Менделєєва для довільної кількості молів* ідеального газу має вигляд:

$$pV = \nu RT, \quad (2.2.6)$$

де  $\nu$  – кількість молів ідеального газу.

*Кількість молів ідеального газу* обчислюють за формулою  $\nu = m/\mu = N/N_A$ , де  $m$  – маса газу,  $\mu$  – молярна маса газу;  $N$  – загальна кількість молекул цього газу;  $N_A$  – число (стала) Авогадро.

Масу газу можна обчислити також за формулою  $m = m_0 N$ , де  $m_0$  – маса однієї молекули цього газу.

Молярну масу газу обчислюють, користуючись такою формулою:  $\mu = m_0 N_A$ .

*Отже, рівняння Клапейрона-Менделєєва для повільної маси ідеального газу* можна записати у вигляді:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \quad (2.2.7)$$

*Закон Дальтона* для суміші газів: тиск суміші газів дорівнює сумі парціальних тисків газів, з яких складається суміш, тобто:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_k = \sum_{i=1}^k p_i \quad (2.2.8)$$

де  $k$  – кількість компонентів суміші.

Цей закон справедливий для суміші газів, які не реагують один з одним.

*Парціальним тиском газу*, що належить до газової суміші, називають тиск, який мав би цей газ, якщо б він один займав увесь об'єм, який займає газова суміш.

**Тиск газу.** Тиск газу на стінки посуду спричинений тим, що,

зіштовхуючись зі стінкою, молекули газу передають деякий імпульс сили стінці. Підрахуємо цей імпульс сили, а потім і тиск.

Оберемо деяку плоску площину  $S$  і проведемо вісь  $Ox$  перпендикулярно до цієї площини. Нехай деяка молекула спрямована до стінки. Вважатимемо, що удар абсолютно пружний; унаслідок закону збереження енергії модуль швидкості зберігається, а внаслідок закону збереження імпульсу кут падіння молекули дорівнює куту відбивання, як зазначено на рис. 2.2.1. Проекція швидкості частинки на вісь  $Ox$  до удару дорівнює  $-v_x$ , після удару  $+v_x$ . Якщо молекула має масу  $m_0$ , то імпульс сили, яку передає молекула стінці, становить:

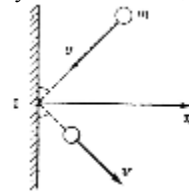


Рис. 2.2.1.

$$\Delta f \times \Delta t \quad (2.2.9)$$

і спрямований вздовж осі  $Ox$ .

Розглянемо випадок, коли газ перебуває у посуді кубічної форми. Нехай в кубічному посуді з ребром  $a$  міститься ідеальний газ, що складається з  $N$  молекул. Враховуючи цілковиту хаотичність руху молекул, припустимо, що число молекул, які рухаються у кожному із трьох взаємно перпендикулярних (і перпендикулярних щодо стінок) напрямках, дорівнює  $N' = N/3$ .

Молекула діє на стінку з силою  $\Delta f$  короткочасно, лише в момент удару. Тому середня сила  $\langle \Delta f \rangle$  дії молекули на стінку за 1 с значно менша від фактичної сили  $\Delta f$ . Очевидно, що імпульс середньої сили дорівнює сумі імпульсів усіх сил, що діють на стінку протягом 1 с:

$$\langle \Delta f \rangle \cdot 1 = \Delta f \times \Delta t \times k,$$

де  $k$  – число зіткнень молекули зі стінкою за 1 с. Число  $k$  дорівнює переміщенню молекули за 1 с, поділеному на переміщення  $2a$ , здійснене нею між двома послідовними зіткненнями зі стінкою. Оскільки переміщення молекули за 1 с чисельно дорівнює швидкості  $v$ , то  $k = v/(2a)$ . Тоді середня сила:

$$\langle \Delta f \rangle = \Delta f \times \Delta t \times v/(2a) = 2m_0 v v/(2a) = m_0 v^2/a \quad (2.2.10)$$

Врахуємо тепер, що стінка посудини отримує удари від  $N'$  молекул. Тоді повна сила  $f$ , з якою газ діє на стінку:

$$f = \sum_i^N \langle \Delta f_i \rangle = \sum_i^N \frac{m_0 u_i^2}{a} = \frac{m_0}{a} \sum_i^N u_i^2.$$

де  $u_i = v_{i1}, v_{i2}, v_{i3}, \dots, v_{iN'}$  – швидкості молекул.

Поділимо і помножимо праву частину рівняння на  $N'$ :

$$f = \frac{m_0 N'}{a} \frac{1}{N'} \sum_i^N u_i^2$$

Вираз  $\frac{1}{N'} \sum_i^N u_i^2$  є квадратом середньої квадратичної швидкості молекул,

яку позначимо  $u$ . Тоді:

$$f = \frac{m_0 N' u^2}{a}.$$

Розділимо обидві частини останньої рівності на  $a^2$  і поміняємо  $N'$  на  $N/3$ :

$f/a^2 = m_0 M u^2 (3a^2)$ . Однак  $a^2 = S$  – площа стінки посуду (куба), а  $a^3 = V$  – об'єм посуду. Тоді  $f/S = m_0 M u^2/(3V)$ . Очевидно, що  $f/S = p$  – тиск газу на стінку, а  $N/V = n_0$  – кількість молекул в одиниці об'єму газу. Тому:

$$p = m_0 n_0 u^2/3.$$

Помноживши і поділивши праву частину цього рівняння на 2, отримуємо:

$$p = \frac{2}{3} n_0 \frac{m_0 u^2}{2}$$

де  $m_0 u^2/2 = \langle W \rangle$  – середня кінетична енергія поступального руху молекули. Отже:

$$p = \frac{2}{3} n_0 \langle W \rangle \quad (2.2.11)$$

Очевидно, що такий вираз (2.2.11) справедливий і для тиску на кожну з інших стінок посуду. Останнє рівняння є різновидністю основного рівняння кінетичної теорії ідеального газу (рівняння Клаузіуса). Основне рівняння засвідчує, що тиск газу прямо пропорційний до енергії поступального руху молекул, які містяться в одиниці об'єму газу.

**Середня кінетична енергія поступального руху молекул ідеального газу.** Оскільки зміна температури газу аналогічна зміні середньої кінетичної енергії поступального руху молекул, то можна вважати, що:

$$T = \frac{2}{3} \frac{1}{k} \langle W \rangle \quad (2.2.12)$$

Унаслідок контакту газів обидві ці величини зрештою приймають сталі значення, що відповідає встановленню теплової (енергетичної) рівноваги. З формули (2.2.12) отримуємо вираз середньої кінетичної енергії поступального руху молекул ідеального газу через термодинамічну температуру:

$$\langle W \rangle = \frac{3}{2} kT,$$

де  $k = 1,38 \cdot 10^{23}$  Дж/К – стала Больцмана.

Середня кінетична енергія поступального руху молекул ідеального газу прямопропорційна термодинамічній температурі і залежить лише від неї [рівняння Больцмана (основне рівняння кінетичної теорії ідеального газу для енергії)].

Підставимо тепер у рівняння Клаузіуса (2.2.11) вираз  $\langle W \rangle$  з рівняння Больцмана (2.2.13) і отримаємо співвідношення між тиском і температурою газу:

$$p = n_0 k T. \quad (2.2.14)$$

Зі співвідношення випливає, що за однакових температури і тиску всі гази містять у рівних об'ємах однаково число молекул:

$$n_0 = p/(kT) \quad (2.2.15)$$

Число  $N_L$  молекул в 1 м<sup>3</sup> газу за нормальних умов називають *сталю Лошмідта* ( $N_L = 2,69 \cdot 10^{25}$  м<sup>-3</sup>).

Незважаючи на те, що рівняння Больцмана отримано для ідеального газу, його застосовують і до реальних газів, а також до рідин і твердих тіл.

**Число ступенів вільності. Внутрішня енергія ідеального газу.** З погляду механічної моделі врахування структури молекули полягає в тому, що молекули вважають системою матеріальних точок. Матеріальні точки, що належать до

складу цієї системи, є атомами.

Рух молекули з урахуванням її структури зазвичай розглядають так. Опис руху центра молекули здійснюють щодо "нерухомої" системи координат  $X, Y, Z$  (рис. 2.2.2), зв'язаної, наприклад, з посудом, в якому перебуває газ.

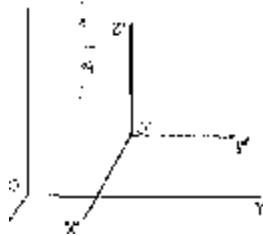


Рис. 2.2.2.

Рух атомів, що належать до складу молекули, розглядають відносно рухомої системи координат  $X', Y', Z'$  початок якої  $O'$  збігається з центром мас молекули, а осі під час руху залишаються паралельними відповідним осям  $X, Y, Z$

Рух системи координат  $X', Y', Z'$  є поступальним і цілком визначається рухом центра мас молекули. Унаслідок цього вважають, що характеристики руху, які відносяться до центра мас, визначають поступальний рух молекули.

Як система матеріальних точок молекула відзначається певним числом ступенів вільності. Числом ступенів вільності називають число незалежних координат, які визначають положення тіла у просторі. З загального числа ступенів вільності три визначають рух центра мас. Їх називають *поступальними*. Решта ступенів вільності визначають рух атомів, що належать до складу молекули, щодо системи координат  $X', Y', Z'$ . Максимальне число ступенів вільності молекули, що складається з  $N$  атомів, дорівнює  $3N$ . Однак взаємодія атомів між собою може накладати обмеження на їхній відносний рух. Ці обмеження спричиняють зменшення числа ступенів вільності. Наприклад, для розрахунків здебільшого приймають, що двоатомна молекула має п'ять ступенів вільності, триатомна і багатоатомна – шість. Для опису таких обмежень вводять різні механічні моделі атомів.

Можливі коливальні рухи дво- та три-атомних молекул представлені на рис. 2.2.3. Число коливань відповідає числу *коливальних ступенів вільності* молекули. Можливі обертальні рухи цих молекул, яким відповідають *обертальні ступені вільності* молекули, представлені на рис. 2.2.4.

Унаслідок цілковитої хаотичності руху молекул усі види їхнього руху (поступальні, коливальні та обертальні) рівноімовірні. Тому на кожен ступінь вільності молекули припадає в середньому однакова енергія (*теорема Больцмана про рівномірний розподіл енергії за ступенями вільності*).

Для розрахунку середньої кінетичної енергії, яка припадає на одну ступінь вільності молекули, використаємо формулу (2.2.13). Оскільки ця енергія отримана для одноатомної молекули (матеріальної точки), що має три ступені вільності, то на одну ступінь вільності молекули припадає енергія:

$$W_0 = \langle W \rangle / 3 = kT/2.$$



Рис. 2.2.3.

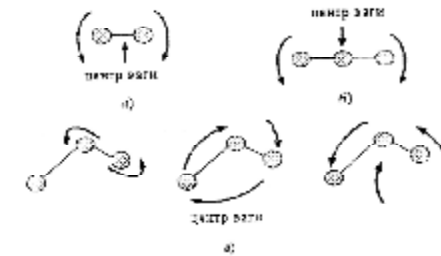


Рис. 2.2.4.

Згідно з теоремою Больцмана *повна кінетична енергія* молекули, що має  $i$  ступенів вільності, дорівнює:

$$W = W_0 i$$

або

$$W = ikT/2. \quad (2.2.16)$$

Формула (2.2.16), зокрема, визначає *фізичний сенс нуля Кельвіна*: за абсолютного нуля температури повна кінетична енергія дорівнює нулю, тобто *при 0 K припиняється рух молекул газу*.

*Внутрішня енергія*  $U$  деякої маси газу дорівнює добутку числа молекул, що складає цю масу, на повну кінетичну енергію однієї молекули:

$$U = NW = NikT/2$$

Оскільки для моля газу  $N = N_A$ , то для внутрішньої енергії моля отримуємо (враховуючи, що  $k = R/N_A$ ):

$$U_M = N_A ikT/2 = N_A iRT/(2N_A),$$

тобто

$$U_M = iRT/2 \quad (2.2.17)$$

Внутрішня енергія довільної маси газу:

$$U = \frac{m}{m_0} \frac{i}{2} RT \quad (2.2.18)$$

**Розподіл числа молекул за швидкостями. Швидкості поступального руху молекул.** Для визначення середньої квадратичної швидкості поступального руху газових молекул запишемо отримані раніше вирази середньої кінетичної енергії поступального руху молекул:

$$\langle W \rangle = mu^2/2 \quad \text{і} \quad \langle W \rangle = 3kT/2.$$

Прирівнявши праві частини цих виразів, отримаємо:

$$mu^2/2 = 3kT/2,$$

звідки

$$u = \sqrt{3kT/m} = \sqrt{3RT/(N_A m)},$$

однак,  $N_A m = \mu$ , тому:

$$u = \sqrt{3RT/\mu} \quad (2.2.19)$$

Середньоквадратична швидкість – лише *статистична* характеристика руху молекул, отримана шляхом усереднення різних значень швидкості множини молекул. Розіб'ємо весь діапазон швидкостей на малі інтервали  $\Delta v$ . На кожен інтервал швидкості припадає деяке число  $\Delta N$  молекул. Тоді відношення  $\Delta N/\Delta v$  вказує на кількість молекул, яка припадає на кожен одиничний інтервал швидкості. Це відношення називають функцією *розподілу числа молекул за швидкостями* і виражають формулою (закон Максвелла):

$$\frac{\Delta N}{\Delta v} = N \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2RT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/(2RT)} v^2 \quad (2.2.20)$$

Із закону Максвелла можна отримати вирази для *найімовірнішої швидкості*:

$$u_i = \sqrt{2RT/m} \quad (2.2.21)$$

і для *середньої арифметичної швидкості*:

$$\langle u \rangle = \sqrt{8RT/(\pi m)} \quad (2.2.22)$$

Швидкості відрізняються лише числовими коефіцієнтами і

$$u > \langle u \rangle > u_i.$$

Під час свого хаотичного руху молекули газу переносять свої фізичні характеристики: масу, імпульс, енергію тощо. Механізм цих явищ однаковий і всі вони об'єднані загальною назвою **явищ перенесення**.

Шлях, який долає молекула між двома послідовними зіткненнями, називають *довжиною вільного пробігу*. Довжина вільного пробігу весь час змінюється. Тому використовують *середню довжину вільного пробігу*  $\langle \lambda \rangle$ , тобто середній шлях, який долає молекула між двома послідовними зіткненнями:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{4\sqrt{2}pr^2 n_0} \quad (2.2.23)$$

де  $r$  – радіус молекули.

Виведемо загальне для явищ перенесення *рівняння перенесення*. З цією метою передусім визначимо кількість молекул, що переходять за проміжок часу  $\Delta t$  через деяку уявну площадку  $\Delta S$ , розташовану в газі (рис. 2.2.5). За  $\Delta t$  с через цю площадку перейде зліва направо  $1/6$  всіх молекул, що знаходиться в об'ємі прямокутного паралелепіпеда з основою  $\Delta S$  і висотою, що дорівнює середній

швидкості руху молекул  $\langle v \rangle$ , тобто  $1/6 n_0 \Delta S \langle v \rangle$ . У цьому випадку кількість молекул  $N$ , що переходять через площину  $\Delta S$  за час  $\Delta t$  в одному напрямі, дорівнює:

$$N = 1/6 n_0 \langle v \rangle \cdot \Delta S \cdot \Delta t.$$

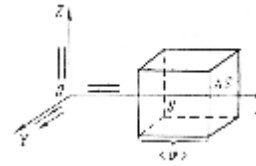


Рис. 2.2.5.

Ці молекули переносять через площину  $\Delta S$  і значення своїх фізичних характеристик –  $\phi$ . Тоді кількість фізичної характеристики, яка переноситься молекулами в одному напрямі через площину  $\Delta S$  за час  $\Delta t$ , становить:

$$N_\phi = 1/6 (n_0 \phi) \langle v \rangle \cdot \Delta S \cdot \Delta t.$$

Очевидно, що таку ж кількість буде перенесено у зворотному напрямі.

Нехай кількість  $n_0 \phi$  спадає у напрямі додатньої осі  $Ox$ , причому зліва від неї вона дорівнює  $(n_0 \phi)_1$ , а справа –  $(n_0 \phi)_2$ . Тоді відбуватиметься переважаюче перенесення  $\Delta(\phi N)$  фізичної величини  $N_\phi$  через площину  $\Delta S$  зліва направо:

$$\Delta(\phi N) = (N_\phi)_1 - (N_\phi)_2 = 1/6 [(n_0 \phi)_1 - (n_0 \phi)_2] \langle v \rangle \cdot \Delta S \cdot \Delta t.$$

Оскільки обмін властивостями між молекулами відбувається лише за їхньої взаємодії, то значення  $n_0 \phi$  залишається незмінним на відстані  $\langle \lambda/2 \rangle$  зліва і справа від  $\Delta S$ . Помноживши і розділивши праву частину останньої формули на  $2\langle \Delta \lambda \rangle = \Delta x$ , отримуємо:

$$\Delta(\phi N) = \frac{1}{3} \frac{(n_0 \phi)_1 - (n_0 \phi)_2}{2\langle I \rangle} \langle I \rangle \langle u \rangle \cdot \Delta S \cdot \Delta t$$

або

$$\Delta(\phi N) = - \frac{1}{3} \langle I \rangle \langle u \rangle \frac{\Delta(n_0 \phi)}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t \quad (2.2.24)$$

Формулу (2.2.24) називають *рівнянням перенесення*. На його основі розглядають конкретні явища перенесення.

**Дифузія.** Позначимо через  $\rho_1$  і  $\rho_2$  густини на відстанях  $\langle \lambda \rangle$  вліво і вправо від  $\Delta S$ . Нехай у деякому об'ємі газу густина  $\rho$  спадає у напрямі осі  $Ox$  (тобто  $\rho_1 > \rho_2$ ). Оскільки  $\rho = n_0 m_0$ , то  $n_{01} > n_{02}$ . Фізичною характеристикою, яка переноситься у цьому випадку, є маса молекули. Тому:

$$n_0 \phi = n_0 m_0 = \rho, \quad \Delta(N\phi) = \Delta(Nm_0) = \Delta m.$$

де  $\Delta m$  – маса газу, що переноситься шляхом дифузії за час  $\Delta t$  через площину  $\Delta S$ , перпендикулярну до напрямку зменшення густини. Підставляючи останні вирази в рівняння перенесення (2.2.24), отримуємо:

$$\Delta m = - \frac{1}{3} \langle I \rangle \langle u \rangle \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t.$$

Увівши *коефіцієнт дифузії*:

$$D = \frac{1}{3} \langle I \rangle \langle u \rangle,$$

отримаємо *рівняння дифузії (закон Фіка)*:

$$\Delta m = -D \frac{\Delta r}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t \quad (2.2.25)$$

**Теплопровідність.** Нехай у деякому об'ємі температура спадає у напрямі ОХ. Позначимо через  $T_1$  і  $T_2$  температури на відстанях  $\langle \lambda \rangle$  від площини  $\Delta S$ , причому вважатимемо, що  $T_1 > T_2$ . Тоді, згідно з (2.2.16),  $W_1 > W_2$  і в напрямі спадання температури переноситься кількість теплоти  $\Delta Q$ . Врахувавши, що у цьому випадку  $\Delta(n_0\Phi) = \Delta(n_0W) = \Delta\left(n_0 \frac{i}{2} kT\right) = n_0 \frac{i}{2} k \cdot \Delta T$  ( $\Delta T = T_1 - T_2$ ), а  $\Delta(N\Phi) = \Delta(NW) = \Delta Q$ , отримаємо рівняння перенесення:

$$\Delta Q = -\frac{1}{3} \langle I \rangle \langle u \rangle n_0 \frac{i}{2} k \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t.$$

Пмноживши і поділивши праву частину рівняння на масу молекули і врахувавши, що  $k = R/N_A$ ,  $n_0 m_0 = \rho$ ,  $N_A m_0 = \mu$ , а також, як буде зазначено нижче,  $iR/2 = C_V$  (молярна теплоємність при сталому об'ємі), отримаємо:

$$\Delta Q = -\frac{1}{3} \langle I \rangle \langle u \rangle r \frac{C_V}{m} \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t.$$

Оскільки  $C_V/\mu = c_V$  – питома теплоємність газу при сталому об'ємі, то:

$$\Delta Q = -\frac{1}{3} \langle I \rangle \langle u \rangle r c_V \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t.$$

Увівши коефіцієнт теплопровідності

$$c = \frac{1}{3} \langle I \rangle \langle u \rangle r c_V$$

отримаємо рівняння теплопровідності (закон Фур'є):

$$\Delta Q = -c \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t. \quad (2.2.26)$$

**Внутрішнє тертя.** Нехай у ламінарному потоці газу швидкість течії спадає в додатньому напрямі осі ОХ. Швидкості газу будуть різні в сусідніх шарах –  $v_1 > v_2$ . У цьому випадку фізичною характеристикою, що переноситься, є імпульс частинки. Оскільки зміна імпульсу молекули дорівнює імпульсу діючої сили, то в цьому випадку рівняння перенесення записують:

$$F \cdot \Delta t = -\frac{1}{3} \langle I \rangle \langle u \rangle n_0 m_0 \frac{\Delta u}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t.$$

Скоротивши це рівняння на  $\Delta t$  і врахувавши, що  $n_0 m_0 = \rho$ , знайдемо:

$$F = -\frac{1}{3} \langle I \rangle \langle u \rangle r \frac{\Delta u}{\Delta x} \cdot \Delta S.$$

Увівши коефіцієнт внутрішнього тертя (в'язкість):

$$\eta = \langle I \rangle \langle u \rangle r / 3,$$

отримаємо рівняння внутрішнього тертя (в'язкості):

$$F = -\eta \frac{\Delta u}{\Delta x} \cdot \Delta S \quad (2.2.27)$$

**Реальні гази.** Реальним називають газ, для якого знехтувати розмірами

молекул і їхньою взаємодією не можна. Порівняно з рівнянням Клапейрона-Менделєєва для довільної маси ідеального газу (2.2.7), рівняння Ван-дер-Ваальса для довільної маси реального газу має вигляд:

$$(p + p^c)(V - V^c) = mRT/\mu,$$

де  $p$  – тиск газу;  $p^c = \frac{m^2}{m^2} \frac{a}{V^2}$  – внутрішній тиск, зумовлений взаємодією молекул

реального газу;  $V$  – об'єм газу (об'єм посудини, в якій міститься газ);  $V^c = \frac{m}{m} b$  –

власний об'єм молекул реального газу (який майже в чотири рази більший від реального об'єму молекул);  $m$  – маса газу;  $R$  – молярна (універсальна) газова стала;  $T$  – абсолютна температура газу;  $a$  і  $b$  – сталі Ван-дер-Ваальса, які залежать від речовини газу. Тоді:

$$\left(p + \frac{m}{m^2} \frac{a}{V^2}\right) \left(V - \frac{m}{m} b\right) = \frac{m}{m} RT. \quad (2.2.28)$$

#### Задачі

**Задача 2.2.1.** Визначити сумарну густину суміші  $m_1 = 4 \cdot 10^{-3}$  кг  $H_2$  і  $m_2 = 32 \cdot 10^{-3}$  кг  $O_2$  при температурі  $T = 280$ К і загальному тиску  $p = 0,93 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>.

**Розв'язок.** Сумарна густина суміші  $r = \frac{1}{RT} (m_1 p_1 + m_2 p_2)$ , де  $\mu_1$  і  $p_1$ , відповідно, молярна маса і парціальний тиск водню  $\mu_2$  і  $p_2$  – молярна маса і парціальний тиск кисню. Оскільки за законом Дальтона  $p_1 + p_2 = p$ , а  $p_1 V = \frac{m_1}{m_1} RT$

і  $p_2 V = \frac{m_2}{m_2} RT$ , де  $V$  – об'єм, який заповнює суміш, то:

$$p_1 = \frac{p}{1 + \frac{m_2}{m_1} \frac{m_1}{m_2}} \quad \text{і} \quad p_2 = \frac{p}{1 + \frac{m_1}{m_2} \frac{m_2}{m_1}}.$$

Отже, загальна густина суміші дорівнює:

$$r = \frac{1}{RT} \left[ \frac{m_1 p}{1 + \frac{m_2}{m_1} \frac{m_1}{m_2}} + \frac{m_2 p}{1 + \frac{m_1}{m_2} \frac{m_2}{m_1}} \right] = \frac{p}{RT} \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2},$$

де  $n_1 = \frac{m_1}{m_1}$  – число молів водню,  $n_2 = \frac{m_2}{m_2}$  – число молів кисню.

Підставляючи у формулу для густини значення величини, визначимо, що  $\rho = 0,48$  кг/м<sup>3</sup>.

**Задача 2.2.2.** Визначити середню квадратичну швидкість молекул газу, густина якого при тиску  $p = 0,5 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup> становить  $\rho = 4,1 \cdot 10^{-2}$  кг/м<sup>3</sup>.

**Розв'язок.** Згідно з основним рівнянням кінетичної теорії газів, маємо:

$p = \frac{1}{3} n m u^2$ . Але добуток маси молекули на кількість молекул в одиниці об'єму, є

густиною газу; тобто  $n m = \rho$ . Тоді  $p = \frac{1}{3} \rho u^2$ , звідки  $u_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} \approx 1920$  м/с.

**Задача 2.2.3.** У балоні є  $m_1 = 16$  г кисню і  $m_2 = 10$  г водню. У скільки разів зміниться тиск у балоні, коли весь кисень сполучиться з необхідною для реакції частиною водню? Температура в балоні стала. Тиском насиченої водяної пари нехтувати.

**Розв'язок.** До початку реакції тиск у балоні дорівнював сумі парціальних тисків кисню і водню:  $p = p_1 + p_2 = \frac{RT}{V} \left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right)$ , де  $\mu_1 = 32$  кг/кмоль і  $\mu_2 = 2$  кг/кмоль – молярні маси, відповідно, кисню і водню.

З рівняння реакції сполучення водню з киснем  $2\text{H}_2 + \text{O}_2 = 2\text{H}_2\text{O}$  випливає, що 1 кмоль кисню (32 кг) сполучається з 2 кмольми водню (4 кг). Тоді 16 г кисню сполучається з 2 г водню і в балоні залишиться  $m_2^1 = 8$  г водню, тиск у балоні

$$p^c = \frac{RT}{V} \cdot \frac{m_2}{M_2}. \text{ Відношення } \frac{p^c}{p} = \frac{m_2 M_1}{m_1 M_2 + m_2 M_1} \approx 0,73.$$

**Задача 2.2.4.** Знайти коефіцієнт внутрішнього тертя  $\eta$  азоту за нормальних умов, якщо коефіцієнт дифузії для нього за цих умов  $D = 1,42 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с.

**Розв'язок.** Згідно з формулами для коефіцієнтів дифузії та внутрішнього тертя,

$$\eta = \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho / 3 = D \rho,$$

де  $\langle \lambda \rangle$  – середня довжина вільного пробігу,  $\langle v \rangle$  – середня швидкість молекул азоту,  $\rho$  – густина азоту. Оскільки  $\rho = p \mu / (RT)$ ,  $p$  і  $T$  – тиск і термодинамічна температура газу;  $\mu = 0,028$  кг/кмоль – молярна маса азоту. Тоді за нормальних умов ( $p = 10^5$  Па і  $T = 273$  К) отримуємо

$$h = D \frac{\rho m}{RT} = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ кг/(м} \times \text{с)}.$$

### Тема 2. 3. Рідини та тверді тіла

Опрацювати такі питання лекційного матеріалу:

- поверхневий натяг рідини;
- капілярні явища;
- тверді тіла;
- явища перенесення в твердих тілах і рідинах.

Рідини – це тіла, що мають об'єм, однак не мають власної форми (набувають форму посуду, в якому містяться).

Молекули рідин порівняно з газами розташовані досить близько одна від одної, утворюючи ближній порядок. Потенціальна енергія взаємодії молекул

рідини сумірна з їхньою кінетичною енергією хаотичного руху.

**Поверхневий натяг рідин.** Особливої уваги в рідинах заслуговує поверхневий шар, що межує з паром, густина якої у тисячу разів менша від густини рідини. На рис. 2.3.1 показано положення молекули всередині рідини 1 і молекули у поверхневому шарі 2. Якщо рівнодійна сил притягання кожної молекули всередині рідини дорівнює нулю: сили притягання компенсують одна одну), то рівнодійна сил кожної молекули в поверхневому шарі відмінна від нуля і спрямована всередину рідини (з боку пари діють менші сили притягання, ніж з боку рідини). Отже, молекули поверхневого шару втягуються в рідину, створюючи *поверхневий натяг*.



Рис. 2.3.1.

У поверхневому шарі діють сили, що стягують поверхню рідини, намагаються зробити її площу мінімальною. Ці сили називають *силами поверхневого натягу*.

На кожний елемент довжини  $l$  довільної лінії поверхні діє сила поверхневого натягу  $F$ , що перпендикулярна до лінії цього елемента і спрямована вздовж дотичної до поверхні рідини. Чим більша довжина довільно вибраного елемента лінії, тим більша сила поверхневого натягу, однак відношення  $F/l$  залишається сталим для певної рідини за певних умов і називається *коефіцієнтом поверхневого натягу рідини*  $\sigma$ , тобто:

$$\sigma = F/l$$

звідки

$$F = \sigma l \quad (2.3.1)$$

Крім силового, коефіцієнт поверхневого натягу рідини має ще *енергетичне трактування*, що полягає у наступному: щоб перемістити молекулу з глибини в її поверхневий шар, потрібно виконати роботу на подолання рівнодійної сили (див. рис. 2.3.1). Ця робота збільшує потенціальну енергію поверхневого шару, її називають *поверхневою енергією*  $W_{\text{п}}$ . Ту частину потенціальної енергії рідини, яка може перейти в роботу при ізотермічному скороченні поверхні рідини, називають *вільною енергією*.

Коефіцієнт поверхневого натягу рідин – це також відношення вільної енергії будь-якої частини поверхні рідини до площі цієї частини поверхні, або коефіцієнт поверхневого натягу дорівнює відношенню роботи, яку потрібно виконати для збільшення площі поверхні рідини, до цієї площі. Тому коефіцієнт поверхневого натягу можна виражати як в Н/м так і в Дж/м<sup>2</sup>.

Коефіцієнт поверхневого натягу залежить від речовини рідини, пари (чи газу), що межує з нею, і температури середовища. З підвищенням температури його значення зменшується і при критичній температурі дорівнює нулю. Домішки до рідини переважно зменшують її поверхневий натяг.

**Змочування. Капілярні явища.** Позначимо модуль сили притягання між молекулами рідини  $F_{11}$ ; модуль сили притягання між молекулами рідини і



твердого тіла  $F_{12}$ ; кут між твердим тілом і дотичною до меніска при стисканні рідини з твердим тілом (відлік кута ведуть від твердого тіла до дотичної через рідину (див. рис. 2.3.2), який називають *крайовим кутом*,  $\theta$ .

*Меніск* – це викривлена поверхня рідини на межі стикання з твердим тілом.

*Поверхня твердого тіла змочується рідиною* тоді, коли  $F_{11} < F_{12}$ . Ознакою змочування є увігнутий меніск (див. рис. 2.3.2. а) і гострий крайовий кут  $\theta$ , тобто  $\pi/2 > \theta \geq 0$ . За умови цілковитого змочування  $\theta = 0$  і рідина, розлита на горизонтальну поверхню твердого тіла, розпливається.

*Тверде тіло не змочується рідиною, якщо  $F_{11} > F_{12}$* . Меніск рідини, яка не змочує поверхню твердого тіла, є опуклим (див. рис. 2.3.2. б), і крайовий кут тупий, тобто  $\pi \geq \theta > \pi/2$ . За умови цілковитого незмочування  $\theta = \pi$ , і краплина рідини, розлита на горизонтальну поверхню твердого тіла, не розпливається.

*Капіляри* – це вузькі трубки діаметром 1 мм і менше. Капілярні явища пояснюють змочуванням або незмочуванням рідиною поверхні капілярів. При змочуванні рідина в капілярі піднімається на деяку висоту щодо рівня рідини в посудині (див. рис. 2.3.2, а), а при незмочуванні – опускається щодо рівня рідини в посудині (див. рис. 2.3.2, б).

Висота підняття (опускання) рідини в капілярі:

$$h = \pm 2 \sigma \cos \theta / \rho g r \quad (2.3.2)$$

де  $\sigma$  – коефіцієнт поверхневого натягу рідини;  $\theta$  – крайовий кут;  $\rho$  – густина рідини;  $g$  – прискорення сили тяжіння;  $r$  – радіус капіляра.

Під викривленою поверхнею крім внутрішнього тиску створюється ще *додатковий тиск*  $\Delta p$ . Оскільки поверхневий шар рідини є напруженою плівкою, випукла поверхня, намагаючись скоротитись і прийняти плоску форму, буде, очевидно, створювати на рідину додатковий тиск, спрямований так само, як і внутрішній тиск (тобто всередину рідини). Відповідно під увігнутою поверхнею виникає додатковий тиск, спрямований протилежно до внутрішнього тиску. Додатковий тиск обчислюють за формулою:

$$\Delta p = \pm 2\sigma/R, \quad (2.3.3)$$

де  $R$  – радіус сферичної поверхні меніска.

Знак плюс відповідає випуклій поверхні, знак мінус – увігнутий поверхні.

**Твердими** називають тіла, які мають певну форму та об'єм. Їх поділяють на *кристалічні* та *аморфні*, що відрізняються внутрішньою будовою, властивостями і зовнішнім виглядом.

Якщо розташування атомів не хаотичне, а підпорядковане деякому закону, то говорять про порядок розташування атомів.

Впорядковане розташування навколо певного атома його найближчих сусідів називають *ближнім порядком*.

*Дальній порядок* розташування атомів речовини відзначається тим, що

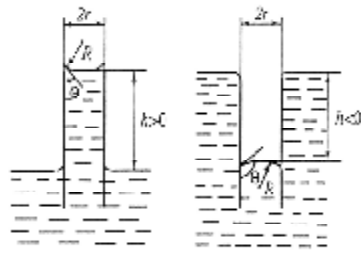


Рис. 2.3.2.

регулярність взаємного розташування атомів у речовині простягається до тисячі атомних відстаней. Дальній порядок притаманний твердим речовинам у кристалічному стані – кристалам.

В аморфних тілах частинки (молекули, атоми, йони) не мають дальнього впорядкованого розташування. Вони *ізотропні* (їхні фізичні властивості в усіх напрямках однакові) з притаманним (як для рідин) ближнім порядком розташування атомів.

І навпаки, кристалічні тіла *анізотропні*, тобто їхні фізичні властивості неоднакові в різних напрямках. Одне з проявлень анізотропії – типова для кожної кристалічної речовини форма багатогранника. У кристалічних тілах частинки утворюють *правильну просторову ґратку*, в якій можна виокремити *елементарну комірку*, що складається з декількох частинок. Шляхом багатократного приєднання таких елементарних комірок у просторі отримують увесь кристал. Для опису будови будь-якого кристала достатньо вивчити будову елементарної комірки просторової ґратки цього кристала.

За структурою розрізняють кристали йонні, атомні, молекулярні та металічні.

*Йонна ґратка* властива йонним кристалам (наприклад, NaCl, LiF, окисли металів тощо). У вузлах такої ґратки (переважно кубічної форми) по чергово розташовані йони протилежних знаків, які втримуються у стійкій рівновазі силами електричної взаємодії, що забезпечують *йонний (гетерополярний) зв'язок*.

*Атомну ґратку* мають атомні (валентні) кристали (наприклад, напівпровідники Те, Ge, алмаз, графіт тощо). У вузлах цієї ґратки є нейтральні атоми, з яких кожен два сусідні взаємодіють між собою через спільні електронні пари, які забезпечують *ковалентний (гомополярний) зв'язок*.

*Молекулярна ґратка* є в молекулярних кристалах (наприклад, J<sub>2</sub>, нафталін, парафін тощо). У вузлах цієї ґратки містяться нейтральні молекули, які втримуються в рівновазі молекулярними силами притягання, що забезпечують *ван-дер-ваальсівський зв'язок*.

*Металічна ґратка* властива металічним кристалам (металам). У вузлах металічної ґратки є позитивні йони, що втратили зовнішні (валентні) електрони. Останні належать кристалу загалом і називаються *електронним газом у металах*. Електронний газ, що має негативний заряд, утримує в рівновазі позитивні йони вузлів ґратки, не дає їм розлетітися. Цей вид зв'язку називають електронним.

У твердих тілах здебільшого одночасно трапляються комбінації різних зв'язків, що зумовлює відповідні їхні властивості.

**Тепловим розширенням тіл** називають збільшення лінійних розмірів і об'ємів тіл під час підвищення їхньої температури. Для твердих тіл розглядають лінійне, двовимірне та об'ємне розширення під час нагрівання, а для рідин і газів – тільки об'ємне.

Усі кількісні співвідношення між розмірами тіл і температурою, наведені нижче, є результатами експериментальних досліджень.

**Теплове лінійне розширення тіл.** Залежність довжини тіла від температури обчислюють за формулою:

$$l = l_0(1 + a\Delta t), \quad (2.3.4)$$

де  $l_0$  – довжина тіла при  $t_0 = 0$  °C;  $l$  – довжина цього ж тіла при  $t$ ;  $\Delta t = t - t_0$  – різниця температур;  $\alpha$  – коефіцієнт теплового лінійного розширення тіла у заданому інтервалі температур. З цієї формули:

$$a = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta t}, \quad (2.3.5)$$

де  $\Delta l = l - l_0$  – абсолютне видовження тіла під час нагрівання на  $\Delta t$ ;  $\Delta l/l_0$  – відносне видовження тіла під час нагрівання на  $\Delta t$ .

Лінійне теплове розширення тіла можна обчислювати, користуючись такою наближеною формулою:

$$l_2 = l_1(1 + \alpha \Delta t) \quad (2.3.6)$$

де  $l_1$  – довжина тіла при  $t_1$ ;  $l_2$  – довжина цього тіла при  $t_2$ .

Для точніших обчислень користуються такою формулою:

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1} \quad (2.3.7)$$

Залежність площі поверхні тіла від температури обчислюють з наближеної формули:

$$S_2 = S_1(1 + 2\alpha \Delta t), \quad (2.3.8)$$

де  $S_1$  – площа поверхні тіла при  $t_1$ ;  $S_2$  – площа поверхні цього тіла при  $t_2$ .

Залежність об'єму твердого тіла від температури обчислюють за формулою:

$$V = V_0(1 + \beta \Delta t) \quad (2.3.9)$$

де  $V_0$  – об'єм тіла при  $t_0 = 0$  °C;  $V$  – об'єм цього тіла при  $t$ ;  $\Delta t = t - t_0$  – різниця температур;  $\beta$  – коефіцієнт об'ємного розширення твердого тіла в заданому інтервалі  $\Delta t$ . Доведено, що для кожної речовини  $\beta = 3\alpha$ .

Для точніших обчислень використовують формулу:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1 + 3\alpha t_2}{1 + 3\alpha t_1} \quad (2.3.10)$$

де  $V_1$  – об'єм тіла при  $t_1$ ;  $V_2$  – об'єм тіла при  $t_2$ .

Залежність об'єму рідини від температури обчислюють за формулою:

$$V = V_0(1 + \beta \Delta t), \quad (2.3.11)$$

де  $V_0$  – об'єм рідини при  $t_0 = 0$  °C;  $V$  – об'єм цієї рідини при  $t$ ;  $\Delta t = t - t_0$  – різниця температур;  $\beta$  – коефіцієнт теплового об'ємного розширення рідини в заданому інтервалі температури  $\Delta t$ .

Для точніших обчислень є формула:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1 + \beta t_2}{1 + \beta t_1}, \quad (2.3.12)$$

де  $V_1$  – об'єм рідини при  $t_1$ ;  $V_2$  – об'єм рідини при  $t_2$ .

**Явища перенесення в твердих тілах і рідинах.** Дві рідини, що знаходяться в контакті дифундують одна в одну до цілковитого перемішування. Виняток становлять випадки, якщо рідини погано розчиняються одна в одній (наприклад, вода і масло). Тоді дифузія охоплює лише незначний пограничний шар між ними.

Процес дифузії рідин описують законом Фіка (2.2.25), призначеним для опису газів. Однак, коефіцієнт дифузії рідин не можна розраховувати за формулою, отриманою для газів, оскільки характер теплового руху в, рідинах

суттєво відрізняється від теплового руху в газах: частинки рідини не здійснюють вільних пробігів. Тому коефіцієнт дифузії рідин у сотні тисяч разів менший, ніж газів.

Дифузія спостерігається також і в твердих тілах і для неї також справедливий закон Фіка. В твердих кристалічних тілах частинки розташовані дуже близько одна від одної і можуть лише здійснювати коливання поблизу вузлів кристалічної ґратки. Тому для пояснення дифузії у кристалах припускають, що в кристалічній ґратці існують вузли, не зайняті частинками. У цьому випадку частинка, що здійснює коливання, може перескочити в сусідній "вакантний" вузол; на її місце може перескочити інша частинка і т.д.

При розчиненні в рідині твердого речовини її молекули рівномірно розподіляються по всьому об'єму рідини, утворюючи розчин: рідину називають розчинником, тверду речовину – розчиненою речовиною.

Концентрацією розчину називається відношення маси розчиненої речовини до об'єму розчину:

$$C = m/V. \quad (2.3.14)$$

Розчини незначної концентрації називають *слабкими* або *розбавленими*. Розміри молекул розчиненої речовини в слабкому розчині малі порівняно з відстанями між ними, тому взаємодія між цими молекулами практично не буде. Отже, у слабкому розчині розчинена речовина нагадує ідеальний газ. Зокрема, можна припустити, що розчинена речовина володіє парціальним тиском, який, згідно з законом Клапейрона-Менделєєва (2.2.7) визначають формулою:

$$p = \frac{m RT}{m V}. \quad (2.3.15)$$

Якщо відокремити розчин від чистого розчинника напівпроникною перегородкою, то через останню розпочнеться дифузія розчинника – *осмос*. Надлишковий тиск (рівний парціальному тиску розчиненої речовини), який унаслідок цього виникає в розчині, називають *осмотичним тиском*.

Якщо у формулу (2.3.15) ввести концентрацію згідно з (2.3.14) то виявиться, що осмотичний тиск пропорційний концентрації і температурі розчину, обернено пропорційний молярній масі розчиненої речовини і не залежить від властивостей розчинника (*закон Вант-Гоффа*):

$$p = CRT/\mu. \quad (2.3.16)$$

Процес теплопровідності в твердих і рідких тілах описується тим самим законом Фур'є (2.2.26), що й для газів. Однак теплопровідність твердих і рідких тіл значно вища, ніж газів.

Реальна рідина володіє *в'язкістю* (внутрішнім тертям). Завдяки в'язкості рух рідини, як і рух газу, має *ламінальний* характер. В'язкість рідини набагато вища, ніж газів. Вона утруднює протікання рідини по трубі (чи іншому руслу).

Середня швидкість ламинарної течії рідини по трубі пропорційна градієнту тиску рідини, квадрату радіуса труби і обернено пропорційна в'язкості рідини (*закон Пуазейля*):

$$u = - \frac{\Delta p r^2}{\Delta x 8\eta}. \quad (2.3.17)$$

Знак "мінус" засвідчує, що швидкість течії спрямована протилежно до градієнта тиску.

Для тіл кулеподібної форми, що рухаються з незначною швидкістю, сила опору рідини пропорційна в'язкості рідини, радіусу кульки і швидкості руху (закон Стокса):

$$F = 6\pi\eta r u \quad (2.3.18)$$

Закон Стокса справедливий і під час руху тіл кулеподібної форми в газах.

Ламінарний характер течії рідини (чи газу) спостерігається лише при незначних швидкостях. За більших швидкостей у потоці виникають вихрі, які перемішують між собою всі шари рідини. Такий рух називають *турбулентний*. У цьому випадку швидкість течії однакова майже по всьому перерізу труби (або іншого русла) і лише поблизу її стінок виникають значні градієнти швидкості.

### Задачі

**Задача 2.3.1.** Однакові об'єми води й спирту витікають з круглих трубок одного і того ж профіля краплями. При витіканні води утворилось 40 крапель ( $n_1$ ), при витіканні спирту – 96 ( $n_2$ ). Вважаючи коефіцієнт поверхневого натягу води  $a_1 = 7,2 \cdot 10^{-2}$  Н/м, визначити коефіцієнт поверхневого натягу спирту  $a_2$ . Густина спирту  $\rho_2 = 800$  кг/м<sup>3</sup>.

**Розв'язок.** У момент відривання краплі сила тяжіння, що діє на неї, зрівноважується силою поверхневого натягу, яка діє на довжині  $l$  межі шийки краплі. Ця довжина (внутрішній обвід трубки) однакова для води і спирту. Нехай  $m_1$  і  $m_2$  – маси однієї краплі води і спирту. Запишемо умову рівності сил:  $\alpha_1 l = m_1 g$  і  $\alpha_2 l = m_2 g$  або  $\alpha_2 = \alpha_1 \frac{m_2}{m_1}$ . Нехай  $V$  – об'єм усієї води або всього спирту. Маса

всього об'єму дорівнює сумі мас усіх крапель:  $\rho_1 V = m_1 n_1$  і  $\rho_2 V = m_2 n_2$  або  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{\rho_2 n_1}{\rho_1 n_2}$ . Підставивши значення  $\frac{m_2}{m_1}$  у попередню формулу, отримаємо:

$$a_2 = a_1 \frac{\rho_2 n_1}{\rho_1 n_2} = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м.}$$

**Задача 2.3.2.** Визначити швидкість руху жирових кульок у молоці: 1) при природному відстоюванні вершків; 2) при відокремленні за допомогою молочного сепаратора, в якому молоко обертається на відстані  $R = 5$  см від осі сепаратора з частотою  $\nu = 6000$  об/хв. Радіус жирових кульок вважати рівним  $r = 1$  мкм; густина жиру  $\rho_1 = 0,9$  г/см<sup>3</sup>, густина молочних відвіток  $\rho_2 = 1$  г/см, коефіцієнт внутрішнього тертя молочних відвіток  $\eta = 0,0011$  г/(см×с).

**Розв'язок. 1.** На кульку жиру, яка спливає в молоці при природньому відстоюванні вершків, діють три сили: спрямована вгору архімедова сила  $F_2$  і спрямовані вниз сила тяжіння  $F_1$  і сила внутрішнього тертя  $F$ . Кулька рухатиметься рівномірно за умови, що  $F + F_1 = F_2$  або  $F = F_2 - F_1$ .

Тоді, враховуючи закон Стокса, другий закон Ньютона і архімедову силу, можна записати:

$$6\pi\eta r v = 4/3 \pi r^3 (\rho_2 - \rho_1) g.$$

Тому

$$v = \frac{2r^2 (\rho_2 - \rho_1) g}{9\eta} \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ м/с}$$

2. При відокремленні вершків за допомогою сепаратора роль сили тяжіння відіграє відцентрова сила інерції  $F_6$ , і кульки жиру спливатимуть у горизонтальному напрямі до осі сепаратора (а густіші частинки молочних відвіток рухатимуться до периферії сепаратора). У цьому випадку умова рівноваги сил, що діють на кульки жиру, така:

$$F = F_2 - F_6.$$

Тому

$$6\pi\eta r v = 4/3 \pi r^3 (\rho_2 - \rho_1) 4\pi^2 \nu^2 R$$

де  $4\pi^2 \nu^2 R$  – відцентрове прискорення.

Із останнього рівняння отримуємо:

$$v = \frac{8\rho^2 r^2 (\rho_2 - \rho_1) \pi^2 R}{9\eta} \approx 4 \cdot 10^{-4} \text{ м/с.}$$

### Тема 2. 4. Фазові перетворення (зміна агрегатного стану речовини)

*Опрацювати такі питання лекційного матеріалу:*

- діаграма стану речовини;
- взаємні перетворення рідин і газів;
- плавлення і кристалізація тіл.

**Діаграма стану речовини.** Усяка речовина може перебувати у трьох агрегатних станах: твердому, рідкому та газоподібному. Ці стани називають також *фазами* речовини. За високої температури і низького тиску речовина перебуває у газоподібному стані, за низької температури і високого тиску – у твердій фазі, проміжні значення температури і тиску відповідають рідкій фазі речовини. Отже, *фанті перетворення речовини зумовлені змінами температури і тиску*.

Умови існування фаз речовини описують за допомогою графіка з координатними осями  $T$  (температура) і  $p$  (тиск) – *діаграма стану* або *діаграма рівноваги фаз*.

На рис. 2.4.1 зображено типову діаграм стану деякої речовини. Лініями  $AD$ ,  $BD$  і  $CD$  поле діаграми розділено на три області, які відповідають умовам існування твердої I, рідкої II та газоподібної III фаз. Лінії діаграми називають *кривими фазової рівноваги*. Вони відповідають умовам, за яких одночасно існують дві фази: крива  $AD$  – існуванню твердого тіла та рідини, крива  $CD$  – рідини і газу, крива  $BD$  – твердого тіла і газу. Точку  $D$  називають *потрійною*; вона відповідає умовам одночасного існування усіх трьох фаз речовини.

**Взаємні перетворення рідин і газів.** На рис.2.4.2 зображено ізотерми реального газу для декількох значень  $T_1 > T_2 > T_K > T_3 > T_4$ . Останні дві ізотерми є кубічними гіперболами (одній ізобарі  $p_1$  відповідають три значення об'єму  $V_1^c$ ,  $V_1^v$  і  $V_1^g$ ), при температурі  $T_K$  на ізотермі є лише точка перегину  $K$ , при високій

температурі ізотерми Ван-дер-Ваальса подібні на ізотерми ідеального газу.

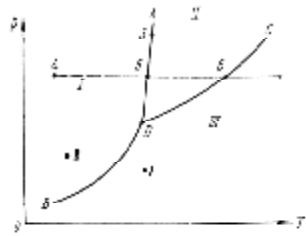


Рис. 2.4.1.

Рівняння стану Ван-дер-Ваальса (2.2.28) є дещо наближеним. Експериментально встановлено, що хвилеподібні ділянки на ізотермах Ван-дер-Ваальса насправді є горизонтальними ділянками (плато), які відповідають стадії зрідження газу за умови сталого тиску. Тобто плато відповідає одночасному існуванню рідкої та газоподібної фаз.

Експериментально встановлено, що газ при температурі, меншій від деякої певної для цього газу температури; за вищої температури газ неможливо перевести в рідкий стан ніяким тиском. Цю температуру називають *критичною*. На рис. 2.4.2. їй відповідає крива  $T_k$ . Газ, який перебуває при температурі, меншій від критичної, називають *парою*.

Критичні параметри речовини обчислюють за такими формулами:

$$\text{критичну температуру } T_k = \frac{8a}{27bR};$$

$$\text{критичний тиск } P_k = \frac{a}{27b^2};$$

$$\text{критичний молярний об'єм } V_{ок} = 3b.$$

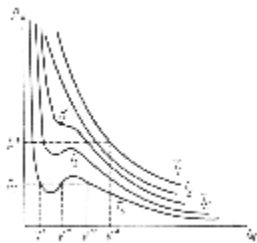


Рис. 2.4.2.

Унаслідок хаотичного теплового руху молекул рідини, навіть за невисокої температури, завжди існують окремі молекули, швидкість яких вища від тієї, що відповідає середній кінетичній енергії при цій температурі. Вони можуть перебороти сили притягання з боку інших молекул і вийти назовні – перейти в пару. Цей процес називають *випаровуванням*. Втрата молекул, які володіють більшою кінетичною енергією, спричинює зменшення внутрішньої енергії рідини – рідина охолоджується. Кількість теплоти, необхідна для перетворення одиниці маси рідини в пару при сталій температурі, називають *питомою теплотою пароутворення*.

Молекули пари, які також здійснюють хаотичний рух, можуть потрапити в сферу дії сил притягання її молекул і перейти в рідину. Цей процес називають *конденсацією*. Якщо кількість молекул, які покидають рідину, дорівнює кількості молекул, які водночас повертаються в неї з пари, то настає *динамічна рівновага*: кількість рідини і газу залишається незмінною. Пару, що перебуває у рівновазі з рідиною, називають *насиченою*.

На діаграмі стану (див. рис. 2.4.1) такий стан позначено кривою CD. Тиск (пружність) насиченої пари зростає з підвищенням температури, оскільки зростає кількість молекул, які вилітають з рідини (на діаграмі стану це відображено нахилом кривої CD).

Якщо пружність насиченої пари дорівнюватиме зовнішньому (атмосферному) тиску, то випаровування відбуватиметься одночасно з вільної поверхні і

всього об'єму рідини. При збільшенні температури зростає інтенсивність випаровування і пароутворення. Всередині рідини утворюються маленькі бульбашки з поглинутого повітря і насиченої пари, які зливаються у більші, коли вся рідина прогрівается, об'єм бульбашки зростає унаслідок збільшення густини насиченої пари, вони піднімаються до поверхні рідини під дією виштовхувальної (архімедової) сили і лопають. Цей інтенсивний процес називають *кипінням*. Температуру, за якої кипить рідина, називають *температурою кипіння*. Отже, температура кипіння рідини залежить від зовнішнього тиску і зростає з його підвищенням.

Наявність у повітрі водяної пари зумовлює *вологість повітря*, яку описують такими основними характеристиками.

*Абсолютна вологість повітря* – це величина, що чисельно дорівнює масі водяної пари, яка міститься в 1 м<sup>3</sup> повітря (тобто густина водяної пари  $\rho$  у повітрі) за певних умов (температури і тиску).

У метрології під абсолютною вологістю повітря розуміють пружність водяної пари при певній температурі, тобто її парціальний тиск  $p$ , пов'язаний з густиною пари  $\rho$  рівнянням Клапейрона-Менделєєва:

$$p = \frac{m RT}{m V} = r \frac{RT}{m} \text{ ----- } \text{-----} \quad (2.4.1)$$

*Відносна вологість повітря*  $\phi$  – це відношення пружності  $p$  водяної пари, що міститься у повітрі при певній температурі, до тиску насиченої пари  $p_n$  при цій же температурі, помножене на 100%:

$$j = \frac{p}{p_n} \cdot 100\% \quad (2.4.2)$$

Під час поступового зниження температури відносна вологість повітря зростає, оскільки водяна пара в ньому наближається до стану насичення. Температуру, за якої водяна пара в повітрі стає насиченою, називають *точкою роси*.

**Плавлення і кристалізація тіл.** *Плавлення* – це перехід речовини з твердого стану в рідкий. Зворотний процес називають *твердінням*.

Тверді кристалічні тіла плавляться при певній температурі, яку називають *температурою (точкою) плавлення*. Аморфні тіла не мають певної температури – плавлення. Процесові плавлення аморфних тіл властива безперервна зміна температури.

Для кристалічних тіл температура плавлення є сталою доти, доки все тіло не розплавиться. Під час плавлення тіло поглинає теплоту, яка йде на збільшення його внутрішньої енергії і витрачається на руйнування кристалічної ґратки без зміни температури.

*Питома теплота плавлення*  $\lambda$  – це така кількість теплоти, яка необхідна для цілкового перетворення 1 кг речовини з твердого кристалічного стану в рідкий при сталій температурі.

Кількість теплоти, необхідна для розплавлення кристалічного тіла масою  $m$  при температурі плавлення  $T_{пл} = \text{const}$ :

$$Q = \lambda m. \quad (2.4.4)$$

Температура плавлення кристалічних тіл з підвищенням зовнішнього тиску переважно зростає, за винятком деяких речовин (лід, чавун, вісмут тощо), для яких вона зменшується.

Температуру, за якої речовина перетворюється з рідкого стану в твердий кристалічний, називають *температурою кристалізації*. За однакових умов для певної речовини температура кристалізації дорівнює температурі плавлення, а питома теплота кристалізації дорівнює питомій теплоті плавлення.

Кількість теплоти, що виділяється рідиною під час кристалізації при сталій температурі, обчислюють за наведеною формулою (2.4.4).

Випаровування відбувається не лише з поверхні рідини, але і з поверхні усіх твердих тіл. Цей процес називають *узгін* або *сублімація*. При сублімації, як і при випаровуванні, речовина охолоджується.

Процесом, протилежним сублімації, є *безпосередня* (без переходу в рідину) кристалізація насиченої пари.

### Задачі

**Задача 2.4.1.** Змішали 1 м<sup>3</sup> повітря вологістю 20% і 2 м<sup>3</sup> повітря вологістю 30%. Обидві порції мають однакову температуру. Суміш займає об'єм 3 м<sup>3</sup>. Визначити її відносну вологість.

**Розв'язок.** За означенням відносна вологість повітря  $f = \frac{r}{r_{нас}}$ , де  $r = \frac{m}{V}$  – густина пари, тоді  $f = \frac{m}{V r_{нас}}$ . Запишемо цю формулу для обох порцій повітря і для суміші:

$$f_1 = \frac{m_1}{V_1 r_{нас}}; f_2 = \frac{m_2}{V_2 r_{нас}}; f_{сум} = \frac{m_1 + m_2}{V_3 r_{нас}}$$

Підставляючи  $m_1 = f_1 \rho_{нас} V_1$  і  $m_2 = f_2 \rho_{нас} V_2$  у вираз для  $f_{сум}$ , отримаємо:

$$f_{сум} = \frac{(f_1 V_1 + f_2 V_2) r_{нас}}{V_3 r_{нас}} = \frac{f_1 V_1 + f_2 V_2}{V_3} \approx 27\%.$$

**Задача 2.4.2.** Яка кількість теплоти необхідна для сушіння 10 000 кг свіжих фруктів, якщо маса готової продукції становить 20% від маси свіжих фруктів? Початкова температура фруктів 20 °С, температура в сушарці 80 °С. Питома теплота випаровування води  $\lambda = 2,3 \cdot 10^6$  Дж/кг при 80 °С. Питома теплоємність води  $c = 4,19 \cdot 10^3$  Дж/(кг×К).

**Розв'язок.** Для висушування фруктів необхідно, по-перше, нагріти їх від 20 до 80°С, витративши на це кількість тепла  $Q_1 = cm(t_2 - t_1)$ , і, по-друге, випарувати воду масою  $(m - 0,2m) = 0,8m$ , яка в них міститься, затративши енергію  $Q_2 = 0,8\lambda m$ . Отже:

$$Q = Q_1 + Q_2 = cm(t_2 - t_1) + 0,8\lambda m = m[c(t_2 - t_1) + 0,8\lambda] = 209 \cdot 10^8 \text{ Дж}.$$

## Тема 2. 5. Основи термодинаміки

- *Опрацювати такі теми лекційного матеріалу:*

- повна і внутрішня енергія тіла;
- теплоємності;
- перший закон термодинаміки;
- другий закон термодинаміки;
- ентропія.

Термодинамічна теорія ґрунтується на трьох законах (принципах), які з'ясовують умови перетворення енергії з одного виду в інший у різних процесах (теплових, механічних, електричних, магнітних тощо) та описують ці перетворення кількісно.

**Повна і внутрішня енергія тіла.** Повна енергія тіла  $E$  складається з кінетичної енергії  $K$  його макроскопічного руху, потенціальної енергії  $\Pi$ , зумовленої зовнішніми силовими полями, і внутрішньої енергії  $U$ , тобто:

$$E = K + \Pi + U. \quad (2.5.1)$$

Внутрішня енергія тіла  $U$  відповідно складається з кінетичної енергії  $E'_K$  теплового руху всіх частинок (молекул, атомів, йонів) тіла, потенціальної енергії  $E'_\Pi$  взаємодії цих частинок між собою, а також з інших видів енергії  $W$ , що їх мають частинки тіла (енергії взаємодії йонів, енергії руху і взаємодії електронів з ядром, внутрішньоядерної енергії тощо), тобто

$$U = E'_K + E'_\Pi + W. \quad (2.5.2)$$

На практиці важливо знати не стільки внутрішню енергію тіла (чи системи тіл), скільки її зміну під час переходу з одного стану в інший. Внутрішня енергія тіла змінюється внаслідок виконання роботи над тілом або тілом на подолання зовнішніх сил, а також під час нагрівання або охолодження тіла.

Процес зміни внутрішньої енергії тіла без виконання роботи називають *теплообміном*. Є три види теплообміну: *конвекція*, *теплопровідність* і *випромінювання*.

*Кількість теплоти*  $Q$  – це скалярна фізична величина, що є кількісною мірою зміни внутрішньої енергії тіла під час теплообміну. Тобто кількість теплоти не є новим видом енергії, а лише формою передавання частини внутрішньої енергії від гарячішого тіла до холоднішого.

Перехід системи з одного стану в інший називають *термодинамічним процесом*. Процес переходу системи зі стану 1 до стану 2 називають оборотним, якщо можливий процес переходу з 2-го у 1-й, при якому система, пройшовши послідовно, проте в оберненому порядку, через усі стани першого процесу, повернеться до початкового стану 1. Оборотний процес є ідеалізованою моделлю реальних процесів, яка необхідна для дослідження останніх.

**Теплоємності.** *Питома теплоємність речовини*  $c$  чисельно дорівнює кількості теплоти, яку треба надати 1 кг речовини, щоб підвищити її температуру на 1 К.

Розрізняють питому теплоємність речовини при сталому тиску  $c_p$  і питому теплоємність речовини при сталому об'ємі  $c_v$ , які пов'язані таким рівнянням:

$$c_p - c_v = R/\mu \quad (2.5.3)$$

*Молярна теплоємність речовин*  $C$  – це скалярна величина, що чисельно

дорівнює кількості теплоти, яку треба надати 1 молю речовини, щоб підвищити її температуру на 1 К. тобто:

$$C = \frac{Q}{(m/m)\Delta T} = m \frac{Q}{m\Delta T} = m\kappa. \quad (2.5.4)$$

Різницею молярної теплоємності речовини при сталому тиску  $C_p$  і молярної теплоємності речовини при сталому об'ємі  $C_v$  є молярна (універсальна) газова стала  $R$  (рівняння Майєра):

$$C_p - C_v = R. \quad (2.5.5)$$

З урахуванням складності будови молекул значення  $C_p$  і  $C_v$  можна обчислити за такими формулами:

$$C_v = \frac{i}{2}R; \quad C_p = \frac{i+2}{2}R = \left(\frac{i}{2} + 1\right)R,$$

де  $i$  – число ступенів вільності молекул газу.

*Теплоємність тіла*  $C_T$  – це скалярна величина, що чисельно дорівнює кількості теплоти, яку треба надати цілому тілу, щоб підвищити його температуру на 1 К.

**Перший закон термодинаміки.** Припустимо, що деяка система (наприклад, газ, що перебуває в циліндрі під поршнем) з внутрішньою енергією  $U_1$  отримала кількість теплоти  $Q$  і перейшовши в новий стан, який відзначається внутрішньою енергією  $U_2$ , здійснила зовнішню роботу  $A$ . Кількість теплоти вважають *додатньою*, якщо вона підводиться до системи, а роботу – *додатньою*, якщо система здійснює її проти зовнішніх сил. Експериментально доведено, що вся кількість теплоти, що надійшла до системи, йде на зміну внутрішньої енергії системи і роботу, яку здійснює система (*перший закон термодинаміки*):

$$Q = \Delta U + A \quad (2.5.7)$$

Якщо система періодично повертається у вихідний стан, то зміна її внутрішньої енергії  $\Delta U = 0$ . Тоді, відповідно до першого закону термодинаміки,  $A = Q$ . Це означає, що неможливо створити періодично діючий механізм, який здійснюватиме роботу; що перевищує отриману ним енергію – *неможливо створити вічний двигун першого роду*.

**Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів ідеального газу.** Робота, яка здійснюється при розширенні газу на нескінченно малий об'єм  $dV$  (тиск у цьому випадку вважають сталим), дорівнює:

$$dA = p \cdot dV \quad (2.5.8)$$

Інтегруючи останнє рівняння у межах від  $V_1$  до  $V_2$  – отримуємо вираз для повної роботи, яка здійснюється при зміні об'єму газу:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV. \quad (2.5.9)$$

Робота, яка виконується при *ізотермічному* розширенні одного моля ідеального газу, отримується з останнього рівняння, якщо тиск виразити з рівняння Клапейрона-Менделєєва. Тоді:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V} dV = RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = RT(\ln V_2 - \ln V_1)$$

або остаточно:

$$A = RT \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2.5.10)$$

Робота *ізобаричної* зміни об'єму газу:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p(V_2 - V_1) \quad (2.5.11)$$

При *адіабатному* процесі (процес відбувається в системі без теплообміну з довкіллям, тобто  $Q = 0$ ) формула першого закону термодинаміки набуває вигляду:

$$dA = -dU. \quad (2.5.12)$$

Знак "мінус" засвідчує, що при адіабатному розширенні внутрішня енергія зменшується: система здійснює роботу за рахунок своєї внутрішньої енергії. У випадку адіабатного стиснення внутрішня енергія системи збільшується за рахунок роботи, яку здійснюють зовнішні сили.

Розглянемо адіабатний процес у системі, що складається з одного моля ідеального газу, який перебуває в циліндрі, стінки і поршень якого *абсолютно нетеплопровідні*. Внутрішня енергія моля ідеального газу:

$$U = C_v T \quad (2.5.13)$$

Диференціюючи останнє рівняння, отримуємо:

$$dU = C_v \cdot dT \quad (2.5.14)$$

Підставляючи у формулу (2.5.12) вираз  $dA$  із формули (2.5.8),  $dU$  із формули (2.5.14) і  $p$  із закону Клапейрона-Менделєєва, отримуємо:

$$\frac{RT}{V} dV = -C_v \cdot dT, \text{ або } \frac{R}{C_v} \frac{dV}{V} = -\frac{dT}{T}$$

Інтегруючи це рівняння, отримуємо

$$\frac{R}{C_v} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = - \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T},$$

звідси:

$$\frac{R}{C_v} (\ln V_2 - \ln V_1) = \ln T_1 - \ln T_2,$$

або

$$\ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{R/C_v} = \ln \frac{T_1}{T_2}$$

Потенціюючи останнє рівняння і враховуючи, що

$$\frac{R}{C_v} = \frac{C_p - C_v}{C_v} = g - 1$$

отримаємо:

$$\left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{g-1} = \frac{T_1}{T_2} \quad (2.5.15)$$

$$T_1 V_1^{g-1} = T_2 V_2^{g-1} \quad (2.5.16)$$

або остаточно:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const.} \quad (2.5.17)$$

Остання формула виражає *закон Пуассона*: при адіабатному розширенні газу його температура зменшується, а при стисканні – зростає.

Згідно з рівнянням Клапейрона-Менделєєва:

$$T = pV/R,$$

тож підставляючи цей вираз температури у формулу (2.5.16), отримаємо:

$$pV^{\gamma} = \text{const.} \quad (2.5.18)$$

Остання формула виражає *закон Пуассона*, який установлює зв'язок між зміною об'єму і тиску газу при адіабатному процесі. Залежність між тиском і температурою газу при адіабатному процесі така:

$$T_p^{(\gamma-1)/\gamma} = \text{const} \quad (2.5.19)$$

Об'єднавши формули (2.5.12) і (2.5.14), отримаємо для елементарної роботи:

$$dA = -C_V \times dT.$$

Інтегруючи останнє рівняння, визначимо:

$$A = -\int_{T_1}^{T_2} C_V \cdot dT = -C_V (T_2 - T_1).$$

Остаточно отримуємо, що робота, яку здійснює газ при адіабатному процесі, пропорційна зміні температури газу:

$$A = C_V (T_1 - T_2). \quad (2.5.20)$$

**Цикл Карно. Другий закон термодинаміки. Круговим процесом** або *циклом* називають процес, унаслідок якого система, пройшовши через ряд станів, повертається у вихідний стан.

Розглянемо роботу *ідеальної теплової машини*, яка складається з одного моля ідеального газу (робоче тіло), нагрівника і холодильника. Ця система періодично здійснює оборотні цикли (*цикли Карно*), які складаються з двох ізотермічних (1 → 2 і 3 → 4) і двох адіабатних (2 → 3 і 4 → 1) процесів (рис. 2.5.1). На ділянці 1 → 2 газ здійснив роботу  $A_1$  по ізотермічному розширенню, отримавши від нагрівника кількість теплоти  $Q_1 = A_1$ .

На ділянці 2 → 3 газ здійснив роботу  $A'$  по адіабатичному розширенню за рахунок власної внутрішньої енергії. На ділянці 3 → 4 зовнішні сили здійснили роботу  $A_2$  по ізотермічному стисканню газу: при цьому він віддав холодильнику кількість теплоти  $Q_2 = A_2$ . Нарешті, на ділянці 4 → 1 зовнішні сили здійснили роботу  $A''$  по адіабатному стисканню газу, підвищивши його внутрішню енергію.

Оскільки газ повернувся у вихідний стан, то зміна його внутрішньої енергії  $\Delta U = 0$ . Тоді отримана газом унаслідок циклу кількість теплоти  $Q_1 - Q_2$  дорівнює виконаній за цикл роботі:

$$Q_1 - Q_2 = A_1 + A' - A_2 - A'' \quad (2.5.21)$$

Оскільки обидва адіабатні процеси відбуваються в одному і тому ж температурному інтервалі ( $T_1$  @  $T_2$  і  $T_2 \rightarrow T_1$ ), то, згідно (2.5.20), однаковими

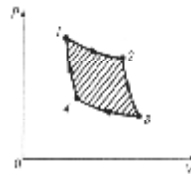


Рис. 2.5.1.

будуть і роботи, які здійснюються під час цих процесів. Тому:

$$Q_1 - Q_2 = A_1 - A_2 = A, \quad (2.5.22)$$

де  $A$  – сумарна робота, здійснена за весь цикл і чисельно рівна заштрихованій площі 1234, обмеженій графіком циклу. У випадку відсутності процесу 3 → 4, на якому газ віддає кількість теплоти  $Q_2$  холодильнику, цикл матиме вигляд 1 → 2 → 3 → 2 → 1. Площа цього циклу і, відповідно, здійснена за цикл робота дорівнюватимуть нулю. Отже, передача частини теплоти холодильнику є необхідною умовою того, що система виконує роботу. Проте тоді неможливий періодично діючий механізм, який би всю отриману від нагрівника кількість теплоти переводив у роботу; частина цієї кількості теплоти повинна бути віддана холодильнику (*другий закон термодинаміки*).

*Коефіцієнт корисної дії ідеальної теплової машини*  $\eta$  дорівнює відношенню корисної роботи до здійсненої, тобто:

$$h = \frac{A}{A_1} = \frac{A_1 - A_2}{A_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \quad (2.5.23)$$

Враховавши формулу (2.5.10) для роботи при ізотермічному процесі, можна записати:

$$h = \frac{RT_1 \ln(V_2/V_1) - RT_2 \ln(V_3/V_4)}{RT_1 \ln(V_2/V_1)} \quad (2.5.24)$$

Однак, згідно з (2.5.15):

$$\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}, \quad \left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}$$

звідки

$$\frac{V_2}{V_3} = \frac{V_1}{V_4}, \quad \text{або} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}.$$

Унаслідок цього всі логарифми у формулі (2.5.24) є однаковими і їх можна скоротити. Тоді формула для коефіцієнта корисної дії матиме вигляд:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (2.5.25)$$

або

$$\eta = 1 - T_2/T_1.$$

Отже, коефіцієнт корисної дії ідеальної теплової машини менший від одиниці.

**Ентропія.** Із формул (2.5.23) і (2.5.25) випливає, що:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad \text{або} \quad \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1},$$

звідки

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0.$$

Враховавши, що кількість теплоти, яку робоче тіло віддає холодильнику, є від'ємною, ліву частину останньої формули можна записати так:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0. \quad (2.5.27)$$

Відношення теплоти, переданої робочим тілом (або робочому тілу), до термодинамічної температури, при якій відбувається ця передача, називають *приведеною теплотою*. Тоді для циклу Карно алгебрична сума приведених теплот дорівнює нулю. Для будь-якого оборотного кругового процесу це записують так:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0,$$

де інтеграл беруть по замкнутому контуру.

З рівності нулю останнього інтеграла випливає, що підінтегральний вираз є повним диференціалом деякої функції  $S$ , яка залежить лише від стану системи і не залежить від шляху, яким система прийшла до цього стану. Тобто:

$$\frac{dQ}{T} = dS. \quad (2.5.28)$$

Функцію  $S$  називають *ентропією* і, поряд з енергією, вона є *важливою характеристикою стану системи*. Основні властивості ентропії отримані Клаузіусом:

- ентропія системи, що складається з декількох тіл, дорівнює сумі ентропій цих тіл;
- якщо в ізольованій системі відбуваються оборотні процеси, то її ентропія залишається незмінною;
- якщо в ізольованій системі відбуваються необоротні процеси, то її ентропія зростає;
- ентропія ізольованої системи не може зменшуватись ні за яких процесів.

Математично ці положення можна записати у вигляді *нерівності Клаузіуса*:

$$\Delta S \geq 0. \quad (2.5.29)$$

Оскільки всі реальні процеси є необоротними, то можна стверджувати, що всі процеси, які відбуваються в ізольованій системі, ведуть до зростання її ентропії (*принцип зростання ентропії*).

Унаслідок хаотичного руху молекул теплота відзначається найхаотичнішим рухом матерії, тобто зростання ентропії відповідає росту хаосу в стані системи. У цьому сенсі ентропію можна розглядати як *міру безпорядку стану системи*.

*Третій закон термодинаміки (теплова теорема Нернста)* стверджує, що ентропія дорівнює нулю при нулю Кельвіна.

### Задачі

**Задача 2.5.1.** Під тиском  $3 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$  і температурі  $10^\circ \text{C}$  перебуває  $10 \text{ г}$  кисню. Після нагрівання при постійному тиску газ зайняв об'єм  $10 \text{ л}$ . Визначити кількість теплоти, яку одержав газ, зміну внутрішньої енергії газу і роботу, виконану газом при розширенні.

**Розв'язок.** З рівняння Клапейрона-Менделєєва визначаємо початковий об'єм газу:  $V_1 = \frac{m}{\rho} R \frac{T_1}{p} \approx 2,45 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ . Робота розширення газу  $A = p(V_2 - V_1) \approx 2,26 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ . Для визначення кількості теплоти, одержаної газом, потрібно

передусім визначити кінцеву температуру. З закону Гей-Люссака  $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

знаходимо:  $T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1} \approx 1115 \text{ К}$ . Тоді кількість одержаної газом теплоти

$Q = cm(T_2 - T_1) = 7,92 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ . Зміну внутрішньої енергії визначимо із закону збереження енергії:  $\Delta U = Q - A = 5,66 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ .

**Задача 2.5.2.** Визначити рівняння процесу, при якому молярна теплоємність  $C = C_p + R$ . Газ вважати ідеальним.

**Розв'язок.** Для цього процесу рівняння першого закону термодинаміки можна подати у вигляді:

$$(C_p + R)dT = C_n dT + pdV, \quad (C_p + R - C_n)dT = pdV.$$

Оскільки  $p = \frac{RT}{V}$ , а  $C_p = C_n + R$ , то це рівняння перетворюється так:

$$2RdT = \frac{RT}{V} dV. \text{ Відокремлюючи змінні та інтегруючи, матимемо: } 2 \ln T = \ln V + \ln \alpha,$$

де  $\ln \alpha$  – стала інтегрування. Отже, шукане рівняння процесу буде:

$$\frac{T^2}{V} = p^2 V = \text{const.}$$

**Задача 2.5.3.** Для нагрівання деякої кількості газу на  $\Delta T_1 = 50 \text{ К}$  при постійному тиску необхідно затратити  $\Delta Q_1 = 160 \text{ Дж}$ . Якщо цю ж кількість газу охолодити на  $\Delta T_2 = 100 \text{ К}$  при постійному об'ємі, то виділиться  $\Delta Q_2 = 250 \text{ Дж}$ . Яке число і ступенем вільності мають молекули цього газу?

**Розв'язок.** Енергія, затрачена на нагрівання газу при постійному тиску,  $\Delta Q_1 = mC_p \Delta T_1 / \mu$ . А енергія, виділена при охолодженні газу при сталому об'ємі,  $-\Delta Q_2 = mC_n \Delta T_2 / \mu$ . Поділивши почленно перше рівняння на друге, отримуємо:

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta Q_2} = \frac{C_p}{C_n} \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}, \text{ або } \frac{\Delta Q_1}{\Delta Q_2} = \frac{i+2}{i} \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}.$$

Тоді:

$$\frac{160}{240} = \frac{i+2}{i} \frac{50}{100}, \text{ звідки } i = 6.$$

### Практичне завдання

**Задача 1.** У балоні об'ємом  $V = 20 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$  міститься  $n = 80 \cdot 10^{-3}$  моль якогось газу. При  $T_1 = 287 \text{ К}$  тиск газу дорівнює  $p = 9,1 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ ; а при  $T_2 = 336 \text{ К}$  –  $p_2 = 11 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$ . Обчислити поправки Ван-дер-Ваальса для цього газу.

Відповідь:  $a \approx 1,4 \cdot 10^5 \text{ м}^3 \times \text{Дж/кмоль}^2$ ,  $b = 0,05 \text{ м}^3/\text{кмоль}$ .

**Задача 2.** Газ стискається ізотермічно від об'єму  $V_1 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$  до об'єму  $V_2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ . Тиск при цьому зростає на  $\Delta p = 4 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^2$ . Яким був початковий тиск газу?

Відповідь:  $12 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^2$ .



**Задача 3.** У посуді міститься розріджений газ, тиск якого  $p = 5 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$  і густина  $r = 4,1 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$ . Визначити середньо квадратичну швидкість хаотичного руху молекул.

Відповідь:  $\approx 1100 \text{ м/с}$ .

**Задача 4.** У балоні міститься  $m_1 = 0,2 \text{ г}$  водню і  $m_2 = 3,2 \text{ г}$  кисню при температурі  $27^\circ\text{C}$ . Водень сполучається з киснем. Після завершення реакції тиск всередині балона збільшується у три рази. Яка буде при цьому температура всередині балона?

Відповідь:  $1200 \text{ К}$ .

**Задача 5.** Тиск повітря всередині щільно закупореної пляшки при температурі  $t_1 = 0^\circ\text{C}$  дорівнює  $p_1 = 10^5 \text{ Па}$ . При нагріванні пляшки корок вилетів. До якої температури нагріли пляшку, якщо корок витримує тиск до  $1,3 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ?

Відповідь:  $91^\circ\text{C}$ .

**Задача 6.** Чому дорівнює енергія  $U$  теплового руху молекул, які містяться в  $m = 20 \text{ г}$  кисню при  $t = 10^\circ\text{C}$ ? Яка частина цієї енергії припадає на частку поступального руху молекул і яка частина – на частку їхнього оберткового руху?

Відповідь:  $3,68 \cdot 10^2 \text{ Дж}$ ;  $2,21 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ ;  $1,47 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ .

**Задача 7.** В момент вибуху водневої бомби розвивається температура  $T = 7 \cdot 10^7 \text{ К}$ . Вважаючи, що при такій температурі молекули повністю дисоційовані, а всі атоми йонізовані, знайти середньо квадратичну швидкість йонів водню.

Відповідь:  $10^6 \text{ м/с}$ .

**Задача 8.** Яка кількість теплоти  $\Delta Q$  втрачається щогодинно через подвійну парникову раму внаслідок теплопровідності повітря, яке перебуває між її поліамідними плівками? Площа кожної плівки  $\Delta S = 4 \text{ м}^2$ , відстань між ними  $\Delta x = 30 \text{ см}$ . Температура в парнику  $t_1 = 18^\circ\text{C}$ , температура навколишнього середовища  $t_2 = -20^\circ\text{C}$ . Температуру повітря між плівками вважати рівною середньому арифметичному значенню температур у парнику і навколишньому середовищі. Радіус молекули повітря  $r = 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ . Молярна маса повітря  $\mu = 0,029 \text{ кг/моль}$ .

Відповідь:  $1,5 \cdot 10^5 \text{ Дж}$ .

**Задача 9.** Молекула азоту, яка летить зі швидкістю  $600 \text{ м/с}$ , вдаряється нормально у стінку посуду і пружно відскакує від неї без втрати швидкості. Знайти імпульс сили, отриманий стінкою посуду за час удару.

Відповідь:  $5,6 \cdot 10^{-23} \text{ Н} \cdot \text{с}$ .

**Задача 10.** Для визначення коефіцієнта об'ємного розширення гліцерину у сполучені посудини налили гліцерину при температурі  $t_1 = 20^\circ\text{C}$ , потім одну з посудин нагріли до температури  $t_2 = 100^\circ\text{C}$ . Визначити значення коефіцієнта об'ємного розширення гліцерину, якщо висоти рівнів у посудинах  $h_1 = 50,5 \text{ см}$  і  $h_2 = 52,6 \text{ см}$ .

Відповідь:  $\approx 5,2 \cdot 10^{-4} \text{ град}^{-1}$ .

**Задача 11.** При лабораторному визначенні коефіцієнта поверхневого натягу крапельним методом за час досліду витекло з капіляра  $n = 20$  крапель води. Загальна маса води  $m = 0,937 \text{ г}$  визначалась з точністю до  $0,001 \text{ г}$ , а діаметр шийки краплі при вимірюванні його шляхом фотографування з точністю до  $0,1 \text{ мм}$  виявився таким, що дорівнює  $d = 1,9 \text{ мм}$ . Обчислити коефіцієнт поверхневого натягу і його відносну похибку.

Відповідь:  $\approx 0,076 \text{ Н/м}$ ;  $\approx 0,054$ .

**Задача 12.** Яка вага водяних парів в  $1 \text{ м}^3$  повітря у літній день при температурі  $30^\circ\text{C}$  і відносній вологості  $75\%$ ?

Відповідь:  $22,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$ .

**Задача 13.** Скляний посуд заповнений до країв ртуттю при температурі  $0^\circ\text{C}$ , важить  $1 \text{ кг}$ . Вага пустого посуду дорівнює  $0,1 \text{ кг}$ . Знайти кількість ртуті, яку може вмістити посуд при температурі  $100^\circ\text{C}$ . Коефіцієнти об'ємного розширення: ртуті –  $1,8 \cdot 10^{-4} \text{ град}^{-1}$ , скла –  $3 \cdot 10^{-5} \text{ град}^{-1}$ .

Відповідь:  $0,887 \text{ кг}$ .

**Задача 14.** У посуд з ртуттю опущено відкритий капіляр, внутрішній діаметр якого  $d = 3 \text{ мм}$ . Різниця рівнів ртуті у посуді і в капілярі  $\Delta h = 3,7 \text{ мм}$ . Чому дорівнює радіус кривизни ртутного меніска в капілярі?

Відповідь:  $2 \text{ мм}$ .

**Задача 15.** При якій максимальній відносній вологості повітря  $f_0$  у кімнаті пляшка молока, витягнута з холодильника, не буде пітніти? Температура в холодильнику  $5^\circ\text{C}$ , кімнаті –  $25^\circ\text{C}$ . Тиск насиченої водяної пари при  $5^\circ\text{C}$  –  $866 \text{ Н/м}^2$ , а при  $25^\circ\text{C}$  –  $3192 \text{ Н/м}^2$ .

Відповідь:  $\approx 30\%$ .

**Задача 16.** Ідеальна теплова машина, яка працює за циклом Карно, здійснює за один цикл роботу  $A = 7,35 \cdot 10^4 \text{ Дж}$ . Температура нагрівника  $T_1 = 373 \text{ К}$ , температура холодильника  $T_2 = 273 \text{ К}$ . Знайти коефіцієнт корисної дії  $\eta$  машини, кількість теплоти  $Q_1$ , яку машина отримує за один цикл від нагрівника, і кількість теплоти  $Q_2$ , яку машина за один цикл віддає холодильнику.

Відповідь:  $26,8\%$ ;  $27,4 \cdot 10^4 \text{ Дж}$ ;  $20,05 \cdot 10^4 \text{ Дж}$ .

**Задача 17.** Визначити рівняння процесу, в якому бере участь один моль ідеального газу, якщо в цьому процесі молярна теплоємність змінюється за законом  $C = \beta T$ , де  $\beta$  – стала величина.

Відповідь:  $pV^\beta e^{\frac{(\beta-1)}{R} \beta T} = \text{const}$

**Задача 18.** Необхідно стиснути  $1 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$  повітря до об'єму  $2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ . Як вигідніше його стискати: адіабатно чи ізотермічно?

Відповідь: ізотермічно.

**Задача 19.** Знайти зміну ентропії під час перетворення  $10 \text{ г}$  льоду при  $-20^\circ\text{C}$  в пару при  $100^\circ\text{C}$ .

Відповідь:  $88 \text{ Дж/град}$ .

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бушок Г. Ф., Венгер Є. Ф. Курс фізики. Т. 1. – К.: Вища школа, 2002.
2. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1985.
3. Грабовский Р. И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1980.
4. Караван Ю. В., Клас Є. С. Малий фізичний довідник. – Львів: Світ, 1997.
5. Кушнір Р. М. Загальна фізика. Механіка. Молекулярна фізика. – Львів: ЛНУ, 2003.
6. Клим М. М., Якібчук П. М. Молекулярна фізика. – Львів, ЛНУ, 2003.
7. Клос Є. С., Болюбаши Я. Я., Караван Ю. В., Пастернак Н. В. Фізика. Практикум. – Львів: Вища школа, 1989.
8. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики. – К.: Техніка, 1999.
9. Савельев И. В. Курс общей физики. Т.1. – М.: Наука, 1999.
10. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика. – М.: Наука, 1979.

## ЗМІСТ

Пояснювальна записка.....	
Тема 2.1. Основні положення молекулярно-кінетичної теорії.....	
Тема 2.2. Газові закони.....	
Тема 2.3. Рідини та тверді тіла.....	
Тема 2.4. Фазові перетворення (зміна агрегатного стану речовини).....	
Тема 2.5. Основи термодинаміки.....	
Практичне завдання.....	
Список літератури.....	