

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Фізичний факультет
Кафедра теоретичної фізики імені професора Івана Вакарчука

Затверджено

На засіданні кафедри теоретичної фізики імені
професора Івана Вакарчука
фізичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 30.08.2021 р.)

Завідувач кафедри  професор В. М. Ткачук

Силабус
з навчальної дисципліни «Методи математичної фізики»,
що викладається в межах
ОПП «Середня освіта (Фізика)»
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
для здобувачів з спеціальності 014 Середня освіта
предметної спеціальності 014.08 Середня освіта. Фізика

Дисципліна вивчатиметься у 2022–23 н.р.

Львів 2021

Назва дисципліни	Методи математичної фізики
Адреса викладання дисципліни	вул. Драгоманова, 12, 79005, м. Львів
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	фізичний факультет, кафедра теоретичної фізики імені професора Івана Вакарчука
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	01 Освіта/Педагогіка, 014.08 «Середня освіта. Фізика»
Викладач дисципліни	доцент кафедри теоретичної фізики імені професора Івана Вакарчука, к.ф.-м.н, Самар Микола Іванович
Контактна інформація викладача	mykola.samar@lnu.edu.ua; mykolasamar@gmail.com
Консультації з дисципліни відбуваються	Консультації в день проведення лекцій та практичних занять (за попередньою домовленістю). Також можливі он-лайн консультації через електронну пошту або он-лайн засобами Zoom, Microsoft Teams.
Сторінка курсу	https://physics.lnu.edu.ua/course/metody-matematychnoji-fizyky-serednya-osvita-fizyka
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Методи математичної фізики» є нормативною дисципліною з спеціальності 014 Середня освіта для освітньої програми бакалавра, яка викладається в IV семестрі обсягом 4 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Методи математичної фізики — це завершальний математичний курс, що складає основу математичного апарату наступних курсів теоретичної фізики. Програма навчальної дисципліни складається з двох змістових модулів: 1. Теорія функції комплексної змінної. Інтегральні перетворення. 2. Узагальнені функції. Рівняння математичної фізики. Варіаційне числення.
Мета та цілі дисципліни	Метою і завданням дисципліни є засвоєння студентами тих розділів математики, що виникли в результаті дослідження різних фізичних явищ: теорії диференціальних рівнянь в частинних похідних, варіаційного числення та розділів, дотичних до них, таких як теорія функцій комплексної змінної, теорія узагальнених функцій, теорія спеціальних функцій, елементи функціонального аналізу.

**Література для
вивчення дисципліни**

Методичне забезпечення:

1. *С. С. Піх, О. М. Попель, А. А. Ровенчак, І. І. Тальянський.* Методи математичної фізики.– Л., ЛНУ імені Івана Франка.— 2011.
2. *С. С. Піх, А. А. Ровенчак, Ю. С. Криницький.* 1001 задача з математичної фізики.– Л., ЛНУ імені Івана Франка.— 2006.
3. *Піх С. С.* Методичні рекомендації до проведення практичних занять із курсу “Методи математичної фізики”. Ч. 1, Ч. 2. Теорія функції комплексної змінної.– Львів: Львівський національний університет ім. І. Франка.
4. *Тальянський І. І.* Методи математичної фізики. Тексти лекцій. Львів. Національний ун-т ім. Івана Франка.— Львів.– 1996.

Базова

1. *Свейшиков А.Г., Тихонов А.Н.* Теория функций комплексной переменной.– М., 1979.
2. *Лаврентьев М.А, Шабат Б.В.* Методы теории функций комплексной переменной.– М.– 1973.
3. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики.— М.– 1976.
4. *Колмогоров А.Н., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа.– М.– 1981.
5. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики.– М.– 1977.
6. *Арсенин В.Я.* Методы математической физики и специальные функции.– М.– 1974.
7. *Никифоров А.Ф., Уваров В.Б.* Теория специальных функций.– М.– 1974.
8. *В. М. Адамян, М. Я. Сушко.* Варіаційне числення.– Одеса: Астропринт.– 2005.
9. *А. П. Карташов, Б. Л. Рождественский.* Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления.– М.– 1980.

Допоміжна

1. *Бицадзе А.В.* Основы теории аналитических функций комплексного переменного.– М.– 1972.
2. *Перстюк М.О., Маринець М.М.* Теорія рівнянь матфізики.– К.– 1993.
3. *В. М. Адамян, М. Я. Сушко.* Вступ до математичної фізики. Introduction to mathematical physics.– Одеса: Астропринт.– 2003.
4. *А. Свідзінський.* Математичні методи теоретичної фізики. – Луцьк: Ред.-вид. відділ “Вежа”.– 2001.
5. *Фарлоу С.* Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров. М.: Мир.– 1985.
6. *В. М. Адамян, М. Я. Сушко.* Вступ до математичної фізики. Introduction to mathematical physics.– Одеса: Астропринт.– 2014.

Інформаційні ресурси

1. MathWorld: the web most extensive mathematics resource. – <http://mathworld.wolfram.com>
2. Wikipedia. – <http://www.wikipedia.org>

Обсяг курсу	120 годин, з яких 64 годин аудиторних занять, з них 32 годин лекцій, 32 годин практичних занять, та 56 години самостійної роботи. Тижневе навантаження складає 4 годин аудиторних занять та 3.5 години самостійної роботи.
Очікувані результати навчання	Курс формує такі загальні (ЗК) та спеціальні компетентності (СК): <i>Загальні компетентності:</i> ЗК3. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями. ЗК9. Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій. <i>Спеціальні компетентності:</i> СК2. Володіння математичним апаратом фізики у межах, достатніх для вивчення загального курсу фізики та її теоретичних курсів. <i>Програмні результати навчання (ПРН), на досягнення яких спрямоване вивчення курсу:</i> ПРН13. Знати та розуміти основні поняття, закони, теорії, загальну ПРН14. Аналізувати фізичні явища і процеси на основі фізичних законів, теорій, принципів, із застосуванням відповідних математичних методів. ПРН18. Користуватися математичним апаратом фізики, застосовувати математичні та чисельні методи, що використовуються в курсі фізики базової середньої школи.
Ключові слова	Комплексні числа, теорія лишків, інтегральні перетворення, узагальнені функції, диференціальні рівняння в часткових похідних, спеціальні функції, варіаційний принцип.
Формат курсу	Очний
	проведення лекцій, практичних занять та консультації для кращого розуміння тем
Теми	Л1. Комплексна змінна. Модуль та аргумент. Означення функції комплексної змінної. Похідна функції комплексної змінної. Л2. Диференційовність і аналітичність. Умови Даламбера–Ейлера–Коші–Рімана. Однозначні та багатозначні функції. Точки розгалуження багатозначних функцій. Л3. Інтегрування однозначних функцій. Теореми Коші. Теорема Морери. Інтегральна формула Коші та її наслідки, інтеграл типу Коші. Інтегрування багатозначних функцій. Л4. Функціональні ряди. Теорема про рівномірну збіжність функціональних рядів. Л5. Степеневі ряди. Ряди Тейлора. Теореми про степеневі ряди. Ряди Лорана. Область збіжності. Л6. Означення ізольованої особливої точки функції комплексної змінної та їх класифікація. Теореми про зв'язок характеру особливої точки зі структурою ряду Лорана. Л7. Означення лишку в особливій точці. Застосування теорії лишків. Обчислення означених інтегралів. Лема Жордана. Л8. Пряме і обернене інтегральне перетворення Лапласа. Межі застосовності. Властивості перетворення Лапласа. Застосовування перетворення Лапласа до розв'язування звичайних лінійних

диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами, поліноміальними коефіцієнтами.

Л9. Інші інтегральні перетворення. Пряме і обернене перетворення Фур'є. Межі застосовності. Властивості перетворення Фур'є. Зв'язок з перетворенням Лапласа.

Л10. Узагальнені функції. δ -функція Дірака. δ -функційні послідовності. Функціональні простори. Основні та узагальнені функції. Носій узагальненої функції.

Л11. Дії над узагальненими функціями. Диференціювання узагальнених функцій. Функція Гевісайда. Формули Сохоцького.

Л12. Класифікація диференціальних рівнянь з двома незалежними змінними в точці. Характеристичне рівняння. Канонічна форма рівнянь. Крайові задачі та їх класифікація. Типи граничних умов.

Л13. Метод відокремлення змінних для однорідного і неоднорідного рівняння коливань. Задача Штурма–Ліувілля. Властивості власних функцій і власних значень. Крайова задача з неоднорідними граничними умовами.

Л14. Спеціальні функції. Загальне рівняння для спеціальних функцій. Лема про асимптотичну поведінку розв'язків. Задача Штурма–Ліувілля для круга. Рівняння Бесселя. Функції Бесселя. Ортонормованість. Функції Ноймана. Функції Ганкеля. Функції Бесселя і Ганкеля уявного аргумента.

Л.15. Твірна функція для ортогональних многочленів. Розклад твірної функції у степеневий ряд. Формула Родрига. Рівняння для многочленів Лежандра, Ерміта, Лаггера. Рекурентні співвідношення. Ортонормованість.

Л16. Варіаційні принципи в фізиці. Задача про брахістохрону. Варіаційна задача з закріпленими кінцями. Рівняння Ейлера. Функціонали з вищими похідними. Рівняння Ейлера–Пуассона.

П1. Алгебраїчна та тригонометрична форма комплексного числа

П2. Функції комплексної змінної.

П3. Диференціювання функцій комплексної змінної. Перевірка на аналітичність функцій.

П4. Інтегрування функцій комплексної змінної. Інтегральна формула Коші.

П5. Розклад функцій комплексної змінної у степеневі ряди.

П6. Ізольовані особливі точки. Обчислення лишків функцій.

П7. Обчислення інтегралів за теоремою Коші про лишки.

П8. Застосування лишків до обчислення означених інтегралів.

П9. Застосування лишків до обчислення означених інтегралів 2.

П10. Інтегральні перетворення.

П11. Застосування інтегрального перетворення Лапласа для розв'язку звичайних диференціальних рівнянь.

П12. Класифікація і зведення до канонічної форми рівнянь з частинними похідними 2-порядку.

П13. Задача Коші для рівнянь гіперболічного типу. Метод характеристик.

П14. Метод відокремлення змінних.

П15. Метод відокремлення змінних 2.

	П16. Метод відокремлення змінних 3.
Підсумковий контроль, форма	Поточний контроль: усне та письмове опитування, модульні тести, оцінка практичних завдань. Підсумковий контроль: іспит в кінці 4-го семестру. Форма: письмово-усний.
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують ґрунтовних знань із дисциплін вищої математики: математичного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, векторного і тензорного аналізу.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентація, лекції, дискусія, розв'язок задач, підготовка доповідей. Передбачено ілюстрування лекційного матеріалу схемами та графіками.
Необхідне обладнання	персональний комп'ютер, загальноживані комп'ютерні програми і операційні системи, проектор
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за таким співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • практичні/самостійні тощо: 20% семестрової оцінки; максимальна кількість балів — 20; • контрольні заміри: 30% семестрової оцінки; максимальна кількість балів — 30; • іспит: 50% семестрової оцінки. Максимальна кількість балів — 50. <p>Підсумкова максимальна кількість балів — 100.</p> <p>Письмові роботи: Очікується, що студенти виконають декілька видів письмових робіт (контрольні роботи, письмова частина іспиту).</p> <p>Академічна добросесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недобросесності. Виявлення ознак академічної недобросесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків, визначених для виконання усіх видів письмових робіт, передбачених курсом.</p> <p>Література. Усю література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надано викладачем виключно в освітніх цілях без права її передавання третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані на практичних заняттях, самостійній роботі, поточному контрольному замірі та підсумковому іспиті. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного</p>

	<p>заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях, не пов'язаних із навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p>Питання до екзамену</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Комплексна змінна. Модуль та аргумент. Означення функції комплексної змінної. Похідна функції комплексної змінної. 2. Диференційовність і аналітичність. Умови Даламбера–Ейлера–Коші–Рімана. Однозначні та багатозначні функції. Точки розгалуження багатозначних функцій. 3. Інтегрування однозначних функцій. Теореми Коші. Теорема Морери. Інтегральна формула Коші та її наслідки, інтеграл типу Коші. Інтегрування багатозначних функцій. 4. Функціональні ряди. Теорема про рівномірну збіжність функціональних рядів. 5. Степеневі ряди. Ряди Тейлора. Теореми про степеневі ряди. Ряди Лорана. Область збіжності. 6. Означення ізольованої особливої точки функції комплексної змінної та їх класифікація. Теореми про зв'язок характеру особливої точки зі структурою ряду Лорана. 7. Означення лишку в особливій точці. Застосування теорії лишків. Обчислення означених інтегралів. Лема Жордана. 8. Пряме і обернене інтегральне перетворення Лапласа. Межі застосовності. Властивості перетворення Лапласа. Застосовування перетворення Лапласа до розв'язування звичайних лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами, поліноміальними коефіцієнтами. 9. Інші інтегральні перетворення. Пряме і обернене перетворення Фур'є. Межі застосовності. Властивості перетворення Фур'є. Зв'язок з перетворенням Лапласа. 10. Узагальнені функції. Дельта-функція Дірака. Дельта-функційні послідовності. Функціональні простори. Основні та узагальнені функції. Носій узагальненої функції. 11. Дії над узагальненими функціями. Диференціювання узагальнених функцій. Функція Гевісайда. Формули Сохоцького. 12. Класифікація диференціальних рівнянь з двома незалежними змінними в точці. Характеристичне рівняння. Канонічна форма рівнянь. Крайові задачі та їх класифікація. Типи граничних умов. 13. Метод відокремлення змінних для однорідного і неоднорідного рівняння коливань. Задача Штурма–Ліувілля. Властивості власних функцій і власних значень. Крайова задача з неоднорідними граничними умовами. 14. Спеціальні функції. Загальне рівняння для спеціальних функцій. Лема про асимптотичну поведінку розв'язків. Задача Штурма–Ліувілля для круга. Рівняння Бесселя. Функції Бесселя. Ортонормованість. Функції Ноймана. Функції Ганкеля. Функції Бесселя і Ганкеля уявного аргумента.

	<p>15. Твірна функція для ортогональних многочленів. Розклад твірної функції у степеневий ряд. Формула Родрига. Рівняння для многочленів Лежандра, Ерміта, Лаггера. Рекурентні співвідношення. Ортонормованість.</p> <p>16. Варіаційні принципи в фізиці. Задача про брахістохрону. Варіаційна задача з закріпленими кінцями. Рівняння Ейлера. Функціонали з вищими похідними. Рівняння Ейлера–Пуассона.</p>
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Таблиця 1

Схема курсу «Методи математичної фізики»

Тижні	Тема занять (перелік питань)*	Форма діяльності та обсяг годин	Термін виконання
1–2	<p>Л1. Комплексна змінна. Модуль та аргумент. Означення функції комплексної змінної. Похідна функції комплексної змінної.</p> <p>Л2. Диференційовність і аналітичність. Умови Даламбера–Ейлера–Коші–Рімана. Однозначні та багатозначні функції. Точки розгалуження багатозначних функцій.</p> <p>П1. Алгебраїчна та тригонометрична форма комплексного числа</p> <p>П2. Функції комплексної змінної.</p>	Лекції — 4 год, практичні — 4 год, самостійна робота — 7 год	2 тижні
3–4	<p>Л3. Інтегрування однозначних функцій. Теорема Коші. Теорема Морери. Інтегральна формула Коші та її наслідки, інтеграл типу Коші. Інтегрування багатозначних функцій.</p> <p>Л4. Функціональні ряди. Теорема про рівномірну збіжність функціональних рядів.</p> <p>П3. Диференціювання функцій комплексної змінної. Перевірка на аналітичність функцій.</p> <p>П4. Інтегрування функцій комплексної змінної. Інтегральна формула Коші.</p>	Лекції — 4 год, практичні — 4 год, самостійна робота — 7 год	2 тижні

Тижні	Тема занять (перелік питань)*	Форма діяльності та обсяг годин	Термін виконання
5–6	<p>Л15. Степеневі ряди. Ряди Тейлора. Теореми про степеневі ряди. Ряди Лорана. Область збіжності.</p> <p>Л16. Означення ізольованої особливої точки функції комплексної змінної та їх класифікація. Теореми про зв'язок характеру особливої точки зі структурою ряду Лорана.</p> <p>П15. Розклад функцій комплексної змінної у степеневі ряди.</p> <p>П16. Ізольовані особливі точки. Обчислення лишків функцій.</p>	Лекції — 4 год, практичні — 4 год, самостійна робота — 7 год	2 тижні
7-8	<p>Л17. Означення лишку в особливій точці. Застосування теорії лишків. Обчислення означених інтегралів. Лема Жордана.</p> <p>Л18. Пряме і обернене інтегральне перетворення Лапласа. Межі застосовності. Властивості перетворення Лапласа. Застосовування перетворення Лапласа до розв'язування звичайних лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами, поліноміальними коефіцієнтами.</p> <p>П17. Обчислення інтегралів за теоремою Коші про лишки.</p> <p>П18. Застосування лишків до обчислення означених інтегралів.</p>	Лекції — 4 год, практичні — 4 год, самостійна робота — 7 год	2 тижні
9–10	<p>Л19. Інші інтегральні перетворення. Пряме і обернене перетворення Фур'є. Межі застосовності. Властивості перетворення Фур'є. Зв'язок з перетворенням Лапласа.</p> <p>Л110. Узагальнені функції. Дельта-функція Дірака. Дельта-функційні послідовності. Функціональні простори. Основні та узагальнені функції. Носій узагальненої функції.</p> <p>П19. Застосування лишків до обчислення означених інтегралів 2.</p> <p>П110. Інтегральні перетворення.</p>	Лекції — 4 год, практичні — 4 год, самостійна робота — 7 год	2 тижні

Тижні	Тема занять (перелік питань)*	Форма діяльності та обсяг годин	Термін виконання
11–12	<p>Л11. Дії над узагальненими функціями. Диференціювання узагальнених функцій. Функція Гевісайда. Формули Сохоцького.</p> <p>Л12. Класифікація диференціальних рівнянь з двома незалежними змінними в точці. Характеристичне рівняння. Канонічна форма рівнянь. Крайові задачі та їх класифікація. Типи граничних умов.</p> <p>П11. Застосування інтегрального перетворення Лапласа для розв'язку звичайних диференціальних рівнянь.</p> <p>П12. Класифікація і зведення до канонічної форми рівнянь з частинними похідними 2-порядку.</p>	Лекції — 4 год, практичні — 4 год, самостійна робота — 7 год	2 тижні
13–14	<p>Л13. Метод відокремлення змінних для однорідного і неоднорідного рівняння коливань. Задача Штурма–Ліувілля. Властивості власних функцій і власних значень. Крайова задача з неоднорідними граничними умовами.</p> <p>Л14. Спеціальні функції. Загальне рівняння для спеціальних функцій. Лемі про асимптотичну поведінку розв'язків. Задача Штурма–Ліувілля для круга. Рівняння Бесселя. Функції Бесселя. Ортонормованість. Функції Ноймана. Функції Ганкеля. Функції Бесселя і Ганкеля уявного аргумента.</p> <p>П13. Задача Коші для рівнянь гіперболічного типу. Метод характеристик.</p> <p>П14. Метод відокремлення змінних.</p>	Лекції — 4 год, практичні — 4 год, самостійна робота — 7 год	2 тижні
15–16	<p>Л15. Твірна функція для ортогональних многочленів. Розклад твірної функції у степеневий ряд. Формула Родрига. Рівняння для многочленів Лежандра, Ерміта, Лаггера. Рекурентні співвідношення. Ортонормованість.</p> <p>Л16. Варіаційні принципи в фізиці. Задача про брахістохрону. Варіаційна задача з закріпленими кінцями. Рівняння Ейлера. Функціонали з вищими похідними. Рівняння Ейлера–Пуассона.</p> <p>П15. Метод відокремлення змінних 2.</p> <p>П16. Метод відокремлення змінних 3.</p>	Лекції — 4 год, практичні — 4 год, самостійна робота — 7 год	2 тижні

* Л — лекції, П — практичні заняття.