

# С В І Т

# ФІЗИКИ

№2  
2009

науково-популярний журнал



*Якщо людина прагне до пошуку,  
експерименту, намагається щось  
досліджувати, розкрити, внести своє, –  
вона може стати науковцем.*

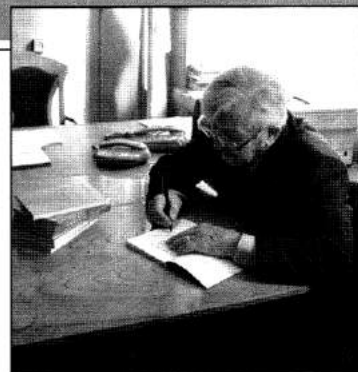
*Дмитро Зербіно*



**ОЛЕКСА МИРОН БІЛАНЮК**  
**1926–2009**



**ЗБЕРЕЖЕМО ПАМ'ЯТЬ  
ПРО ВИДАТНОГО  
УКРАЇНЦЯ**



*Олекса-Мирон Біланюк  
під час презентації книжки  
«Тахіони»  
(Львів, 2002 р.)*



*У редакції журналу «Світ фізики».*

*Зліва направо: д-р фіз.-мат. наук  
Роман Плячко, проф. Ярослав Довгий,  
зав. редакцією журналу Галина Шопя,  
проф. Олекса-Мирон Біланюк,  
проф. Богдан Лукіянець*



*Зустріч на батьківщині О.Смакули  
(с. Добриводи. 22 травня 2002 р.)*

# СВІТ ФІЗИКИ

науково-популярний журнал

2(46)'2009

Журнал "СВІТ ФІЗИКИ",  
заснований 1996 року,  
реєстраційне свідоцтво № КВ 3180  
від 06.11.1997 р.

Виходить 4 рази на рік

#### Засновники:

Львівський національний університет  
імені Івана Франка,  
Львівський фіз.-мат. ліцей,  
СП "Євросвіт"

Головний редактор

**Іван Вакарчук**

заступники гол. редактора:

**Олександр Гальчинський**

**Галина Шопа**

Редакційна колегія:

**Ігор Анісімов**

**Олекса Біланюк**

**Михайло Бродин**

**Петро Голод**

**Семен Гончаренко**

**Ярослав Довгий**

**Іван Климишин**

**Юрій Ключковський**

**Богдан Лукіянець**

**Олег Орлянський**

**Максим Стріха**

**Юрій Ранюк**

**Ярослав Яцків**

Художник **Володимир Гавло**

Літературний редактор

**Мирослава Прихода**

Комп'ютерне макетування та друк

СП "Євросвіт", наклад 1000 прим.

#### Адреса редакції:

редакція журналу "Світ фізики"

вул. Саксаганського, 1,

м. Львів 79005, Україна

тел. у Львові 380 (0322) 39 46 73

у Києві 380 (044) 416 60 68

phworld@franko.lviv.ua; sf@ktf.franko.lviv.ua

www.franko.lviv.ua/publish/phworld

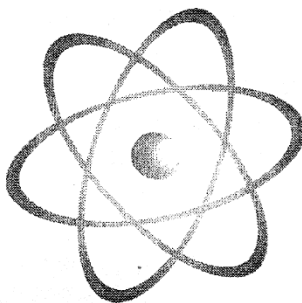
"... Як найдалі кинути камінь? Як покласти на плечі річки, в якій безперервно тече вода, обов'язок обертати кам'яні жорна млина? Як вивести на поверхню землі воду з глибини шахти? Та чи варто перелічувати всі подібні проблеми, якщо розвиток механіки триває й досі. Людина створює швидкісний транспорт, освоює космос, будує унікальні за конструкцією будівлі... І ці проблеми вирішує насамперед механіка. І їй байдуже, які зміни відбуваються в самих тілах. головне – як вони рухаються, як взаємодіють, до чого приводить їхня взаємодія.

Найдавнішим розділом фізики є механіка. Розглядаючи найпростіші (механічні) явища природи, вона є одним із найскладніших розділів фізики. Неможливо назвати навіть приблизно той період розвитку людства, коли започатковувалася механіка. Одне можна сказати найпевніше: як частина науки про природу, механіка виникла через потребу розв'язання загальних потреб людства – опанувати сили природи, щоб використувати їх для своїх потреб.

У своєму розвитку механіка досягла таких висот, що її вважають одним із найдосконаліших розділів фізики. Свідченням цього є те, що майже вся вона покладена на мову математики. А це дало змогу успішно розв'язувати основну задачу механіки – визначення положення тіла у будь-який момент часу.

До того ж, механіка має і свою, суто фізичну мову. І лише добре розуміючи її, можна зрозуміти рух і його причини..."

***Віталій Савченко,**  
професор Чернігівського  
педагогічного університету*



***Не забудьте  
передплатити журнал  
"Світ фізики"***

**Передплатний індекс  
22577**

Передрук матеріалів дозволяється лише з письмової згоди редакції та з обов'язковим посиланням на журнал "Світ фізики"

© СП "Євросвіт"

# ЗМІСТ

## **1. Нові та маловідомі явища фізики**

*Біланюк О., Сударшан Е.* Частинки за світловим бар'єром 3

## **2. Актуальні процеси**

Болонський процес: 10 років потому 14

## **3. Олімпіади, турніри...**

*Орлянський Олег.* Закон додавання швидкостей і кінематичні обмеження руху твердого тіла 18

Умови задач XLVI Всеукраїнської олімпіади з фізики (Севастополь, 2009) 24

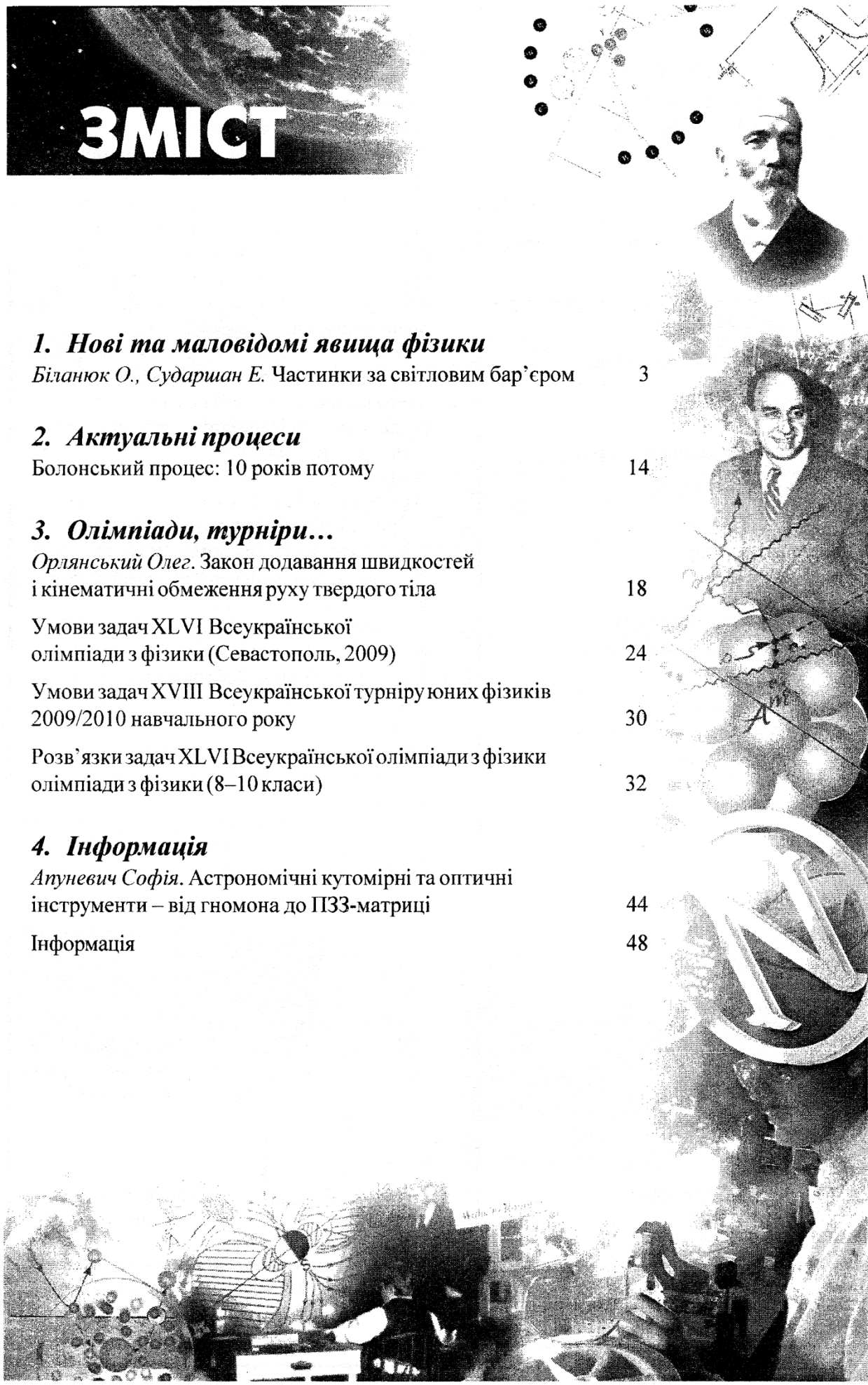
Умови задач XVIII Всеукраїнської турніру юних фізиків 2009/2010 навчального року 30

Розв'язки задач XLVI Всеукраїнської олімпіади з фізики олімпіади з фізики (8–10 класи) 32

## **4. Інформація**

*Апуневич Софія.* Астрономічні кутомірні та оптичні інструменти – від гномона до ПЗЗ-матриці 44

Інформація 48





На пошану пам'яті  
професора Олекси Біланюка

## ЧАСТИНКИ ЗА СВІТЛОВИМ БАР'ЄРОМ\*

О. Біланюк, Е. Сударшан

Упродовж багатьох десятиріч переважала думка, що жодна частинка не може рухатися зі швидкістю, більшою від швидкості світла у вакуумі  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с. Принято вважати, що це обмеження є прямим наслідком спеціальної теорії відносності. Сам Альберт Айнштайн вказав на це в своїй статті з теорії відносності.

За деякий час ми переглянули цей погляд [1] і дійшли висновку, що теорія Айнштайна ніяк не виключає існування надсвітлових частинок. Навпаки, саме його теорія й наводить на роздуми про можливість існування подібних частинок. Згодом до такого ж висновку дійшли й інші фізики, зокрема Я. П. Терлецкий [2] і Дж. Фейнберг [3].

На рубежі сторіч, незадовго до того як А. Айнштайн опублікував свою революційну статтю із спеціальної теорії відносності, А. Зоммерфельд [4] вивчав проблему пришвидшення частинок до швидкостей, більших від  $c$ . Він дійшов висновку, що за таких швидкостей частинки мали б поводитися явно абсурдно: із втратою енергії вони мали б пришвидшуватися! Теорія Айнштайна виправила це, очевидно неприпустимий стан речей. Вона передбачила, що маса частинки необмежено ростиме з наближенням до швидкості  $c$ . Отже, жодна частинка не здатна з пришвидшенням подолати "світлової бар'єр".

\*Уперше статтю опубліковано в журналі "Physics Today" (1969. – Vol. 22. – No 5. – P. 43–51), передруковано в журналі "Эйнштейновский сборник" (АН СССР. Отделение ядерной физики, 1973. – С. 112–133). Згодом ця публікація увійшла до книжки Олекси Біланюка "Тахіони" (Львів: Євровіт, 2002. – С. 53–81).

Ці твердження й нині зберігають силу, і було б даремно намагатися їх спростувати. Проте можна їх обійти, поставивши таке запитання: чи є процес пришвидшення єдиним способом отримання швидких частинок? Очевидно, ні! Візьміть фотони або нейтрино. Не будучи коли-небудь пришвидшеними, вони проте рухаються зі швидкістю, що дорівнює  $c$ . Насправді, не існує повільних фотонів або нейтрино. У момент виникнення в атомних або ядерних процесах вони починають рухатися відразу зі швидкістю світла. З іншого боку, єдиний спосіб їх загальмувати – це примусити їх зникнути.

Із вказаних причин фотони і нейтрино треба розглядати як клас об'єктів, які відрізняються від "нормальних" частинок, подібних до електронів чи нуклонів. Домовимось надалі нормальні частинки відносити до класу I, а фотони і нейтрино – до класу II. Теорія Айнштайна описує обидва класи, проте  $c$  є недосяжною межею швидкості тільки для частинок I класу. Продовжуючи міркувати так далі, ми задали собі запитання: чи здатна теорія Айнштайна включити ще й III клас об'єктів, а саме надсвітлові частинки?

Чи справді існування таких частинок суперечить фундаментальним принципам фізики, таких як закон збереження енергії або причинності? Якщо це так, то було б безглуздо міркувати далі з цього приводу. Але, якщо можливість їхнього існування не веде до такого роду суперечностей, треба спробувати їх знайти.

У сучасній фізиці існує неписане правило, яке часто жартівливо називають, загальним принципом Гелл-Манна, яке твердить, що у фізиці "те, що не заборонено, обов'язково є". Такі аргументи



привели до низки чудових відкриттів – від нейтрино до радіогалактик.

Дослідження в цьому напрямі продовжуються й досі. Фізики наполегливо продовжують пошуки магнетного монополя [5], оскільки теорія не виключає можливості існування магнетного заряду, аналогічного до електричного. Робляться спроби знайти “кварк” – фундаментальну частинку із зарядом, який дорівнює 1/2 заряду електрона, на думку про існування якого наводить наявність незвичайної симетрії елементарних частинок.

У кожному з перелічених прикладів нові гіпотетичні частинки виникають унаслідок логічного узагальнення закономірностей або властивостей симетрії, властивих світові відомих фізичних явищ. Спеціальна теорія відносності теж допускає такі узагальнення. Ми назвали його “метарелятивізм”.

### Геометричне подання

Розгляньмо частинку з енергією  $E$  і проекціями імпульса  $p_x$ ,  $p_y$  і  $p_z$ . За спеціальною теорією відносності має виконуватися співвідношення:

$$E^2 - p_x^2 c^2 - p_y^2 c^2 - p_z^2 c^2 = m_0^2 c^4.$$

Якщо частинку розглядають в іншій системі відліку, то величина її енергії і складових імпульса змінюється, написана рівність як і раніше задовільнятиметься. Цю властивість називають інваріантністю 4-векторів енергії-імпульсу щодо перетворення Лоренца. Не втрачаючи спільності міркувань, можемо припустити, що частинка рухається уздовж осі  $x$ , так, що  $p_y = p_z = 0$  дає змогу зобразити ситуацію графічно. Рівняння

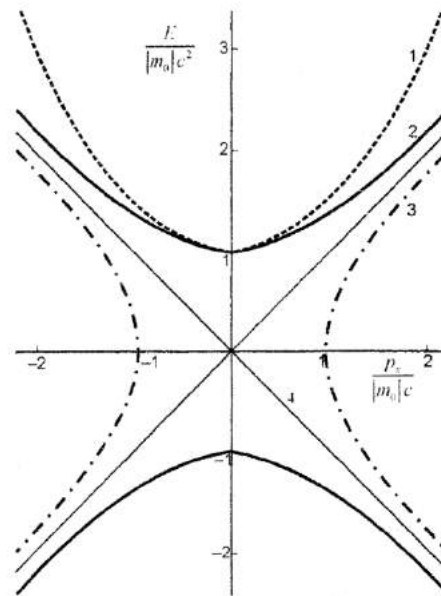
$$E^2 - p_x^2 c^2 = m_0^2 c^4$$

описується гіперболою в системі координат з вісями  $p_x$  і  $E$  (крива 2 на рис. 1)<sup>1</sup>. Кожна точка верхньої гілки кривої 2 дає значення енергії  $E$  та імпульса  $p_x$ , яке частинка матиме у цій системі відліку. Можна показати, що нахил гіперболи у цій точці дає швидкість частинки у відповідній системі відліку:

$$v_x = \frac{dE}{dp_x}.$$

<sup>1</sup>На рис. 1, 3 і 4 крива 1 відповідає нерелятивістській залежності; 2 – звичайним частинкам (тардіонам); 3 – тахіонам; 4 – люксонам (фотонам і нейтрино).

Оскільки величина нахилу всюди менша від  $c$ , бачимо, що навіть у системі, в якій енергія неймовірно велика, швидкість частинки не перевищить швидкості світла. Іншими словами, це означає, що, якби ми навіть змогли передати частинці довільно велику кількість енергії, її швидкість відносно нас була б обмежена величиною  $c$ . Значно також, що ніяким вибором системи координат ми не зможемо потрапити на нижню гілку гіперболи. Це дуже добре, оскільки частинки з від’ємною енергією не спостерігаються.



Мал. 1. Залежність релятивістської енергії ( $E$ ) від імпульса ( $p_x$ ). Крива для трьох класів частинок. Нахил кривої в кожній певній точці дає величину швидкості частинки з енергією та імпульсом,  $c$  координатами цієї точки. Оскільки нахил кривої 3 за абсолютною величиною скрізь більша від  $c$ , ця крива описує все ще не знайдені тахіони. Крива 1 відображає нерелятивістську залежність, коли енергія дорівнює  $E = p^2 / 2m_0$ . Вона зсунута догори, щоб показати, що співпадає з кривою 2 за малих швидкостей.

Особливе зацікавлення становить точка, в якій  $p_x = 0$  і у відповідній системі частинка знаходиться у стані спокою. Попри те, що у частинки відсутній імпульс, її енергія має конкретну величину  $E = m_0 c^2$ , яку називають енергією спокою. Величину  $m_0$  називають масою спокою.



В особливому випадку, коли маси спокою дорівнюють нулеві, обидві гілки гіперболи перетворюються у дві прямі, що перетинаються,

$$(E + p_x c)(E - p_x c) = 0,$$

які позначено на рис. 1 цифрою 4. Візьмемо точку на прямій 4 у правому верхньому квадранті. Координати цієї точки дають нам енергію  $E$  та імпульс  $p_x$  фотона в деякій системі відліку. З переходом до іншої системи енергія та імпульс фотона одержать нові значення, як і у випадку звичайних частинок. Проте швидкість залишається попередньою. Нахил кривої всюди дорівнює  $c$ . З геометричного зображення виразно видно, що не існує такої виділеної системи, в якій фотон міг би перебувати в стані спокою.

Перш ніж приступити до узагальнень, розглянемо релятивістську залежність енергії від швидкості. Оскільки в теорії відносності енергію частинки можна записати формулою

$$E = mc^2, \quad (1)$$

де  $c$  – універсальна стала, залежність від швидкості знаходиться у виразі для релятивістської маси

$$m = m_0 \left[ 1 - \left( \frac{v}{c} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (2)$$

Тут  $m_0$  – маса спокою частинки, а  $v$  – швидкість у вибраній системі координат. Оскільки енергія є величиною, яку можна виміряти, маса частинки має бути дійсним числом, щоб забезпечити дійсне значення енергії в (1). Швидкість частинок, рух яких відповідає гіперболі 2, як вже було зазначено, завжди менша від  $c$ , звідси впливає позитивність величини під знаком кореня в (2). Доки  $m_0$  – дійсне число, релятивістська маса  $m$  а, отже, енергія  $E$  також дійсні. (Зауважимо, що квадратний корінь веде і до позитивного, і до негативного значення для енергії, що відповідає верхній і нижній гілкам гіперболи. Досі ми розглядали тільки верхню криву, що має фізичний сенс.)

Рівняння (1) має універсальну застосовність а, відповідно, залишається справедливою і для фотонів. Якщо відома енергія фотона  $E$ , можемо обчислити його релятивістську масу за формулою

$E = mc^2$ . З іншого боку, ми тільки що бачили, що

релятивістську масу подано виразом (2). Швидкість фотонів дорівнює  $c$ , і виникає складність через ділення на нуль. Єдиний вихід – домагатися, щоб частинки, що рухаються зі швидкістю  $c$ , мали нульову масу спокою. Як відомо, цей висновок повністю співпадає з експериментом.

Знову бачимо, що частинки, які мають досвітлову швидкість і швидкість світла, відносяться до абсолютно різних типів об'єктів. Перші ніколи не можуть досягти швидкості  $c$ , останні – не можуть мати ніякої іншої швидкості, крім  $c$ . Та все ж, попри такі великі відмінності, обидва типи частинок підпорядковуються одним і тим же релятивістським законам.

### Гіпотетична ситуація

Уявімо собі гіпотетичну (і зовсім неправдоподібну, але уявлену) ситуацію, в якій весь формалізм спеціальної теорії відносності ґрунтується виключно на спостереженні нормальних (клас I) частинок, що рухаються зі швидкостями, меншими від  $c$ , і мають ненульову масу спокою.

За таких обставин можна уявити, що який-небудь неортодоксальний фізик почне міркувати так: хоча теорія відносності виключає змогу пришвидшення частинок до швидкості  $c$ , чи забороняє вона також випромінювання частинок нового типу (клас II), що мають швидкість  $c$ , в результаті якогось ще невідомого процесу? Він подивиться пильніше на релятивістські закони і знайде, що такі частинки цілком допустимі, якщо вони не матимуть маси спокою. Деяким з його колег подібний висновок може здатися занадто сміливим.

Чи можна уявити собі лабораторію, що рухається з тією ж самою швидкістю  $c$ , що й самі ці частинки? У такій лабораторії частинки перебували б у стані спокою. Але тоді вони мали б зникнути, оскільки їхня маса спокою мала б дорівнювати нулеві.

Як це може бути? Наш уявний фізик відповів би так: ситуація проста – ніяка лабораторія не може рухатися щодо нас зі швидкістю  $c$ . Всі спостерігачі відносяться до I класу об'єктів, а, відтак, їхні швидкості мають бути менші від  $c$ . Умови, за яких виникають зазначені труднощі, ніколи не можуть здійснитися.



Після такого вступу читач, мабуть, вже догадується, яке запитання ми збираємося поставити. Попри те, що теорія відносності не допускає пришвидшення частинок до швидкостей, більших від швидкості світла, чи не може існувати новий тип (клас III) частинок, які мають швидкість, більшу від  $c$ , що випромінюються в результаті якогось, ще невідомого процесу?

### Уявна маса спокою

Щоб відповісти на це запитання, треба насамперед подивитися на рівняння (1) і (2). Щоб енергія була дійсним числом, маса  $m$  має як і раніше залишатися дійсною величиною. Проте як це може бути, коли під знаком кореня стоїть від'ємне число? Єдиний спосіб зробити масу  $m$  дійсною, це домогтися, щоб маса спокою була уявною; тоді величину  $m$  можна виразити як деяку дійсну величину  $m_*$ , помножену на корінь квадратний з мінус одиницею, тобто

$$m_0 = im_*$$

Вираз для релятивістської маси можна тепер переписати у вигляді:

$$m_0 = m_* \left[ \left( \frac{v}{c} \right)^2 - 1 \right]^{-1/2}$$

Доки  $v$  залишається більшим від  $c$ , новий вираз для  $m$  буде дійсним, як це й потрібно. Вимога, яка полягає в тому, щоб  $E$  залишалася дійсною величиною, веде до уявної маси спокою для гіпотетичних надсвітлових частинок. Назвемо її абсолютне значення *мета-масою*.

Оскільки уявній величині не можна приписати фізичного значення, скептики можуть відкинути поняття уявної маси. Не варто так поспішати. Як ми вже бачили, всі спостерігачі мають швидкість, обмежену  $c$ . Відповідно, для спостерігача не існує системи відліку, в якій надсвітлові частинки перебували б у стані спокою. Маса спокою надсвітлових частинок є величиною, яку не можна спостерігати. Це параметр, який позбавлений якого-небудь безпосереднього фізичного значення. Тому маса спокою цілком може бути уявною величиною. Фізика рясніє такого роду величинами. Дійсними мають залишитися енергія і маса частинки, оскільки їх можна спостерігати. Обидві ці ве-

личини будуть дійсні, якщо припустити, що маса спокою є уявним параметром.

Далі мусимо з'ясувати, чи узгоджується наше узагальнення з потрібною інваріантністю вектора енергії-імпульса, про що аналізувалось раніше. У нашому спрощеному двовимірному випадку цю умову можна записати у вигляді:

$$E^2 - p_x^2 c^2 = m_0^2 c^4$$

Ми вже бачили графічне зображення цього співвідношення і для досвітлових частинок, у яких  $m_0^2$  – дійсне додатне число, і для фотонів з нульовою масою  $m_0$  (мал. 1). Як наші гіпотетичні надсвітлові частинки з уявною масою спокою можна зобразити на цьому малюнку?

### Доповнюючи картину

Чудовою рисою нашого узагальнення є те, що введення уявної маси не лише сумісне із співвідношенням для енергії-імпульса та його графічною інтерпретацією, а й фактично потрібне для завершення картини. З аналітичної геометрії відомо, що множина гіпербол описується рівнянням

$$x^2 - y^2 = \text{const},$$

що містить не лише ті криві, для яких константа додатна, і вироджений випадок, коли константа дорівнює нулеві, а також усі криві з від'ємною правою частиною. Припустивши можливість існування частинок з уявною масою спокою, ми додали фізичне значення гіперболі, що зображена на мал. 1 цифрою 3. Ця крива відповідає нашим надсвітловим метачастинкам. Оскільки їхня маса спокою  $m_0$  дорівнює  $im_*$ ,  $m_0^2 = -m_*^2$  є дійсне від'ємне число. Отже, крива 3 дає графічне уявлення співвідношення інваріантності енергії-імпульса для передбачуваних надсвітлових частинок:

$$E^2 - p_x^2 c^2 = -m_*^2 c^4$$

Значимо, що нахил цієї кривої скрізь більший від  $c$ . Це інакше виражено твердження, що якщо частинки з уявною масою існують, то їхня швидкість ніколи не може бути менша від  $c$ . Тому назвемо ці частинки *тахіонами*, використовуючи назву, яку запропонував Фейнберг 1967 року і яка походить від грецького слова *тахіс*, що означає





швидкий. (На протипагу до них назвемо всі до-світлові частинки *тардіонами*, а щоб не залишити безіменними фотони і нейтрино, назвемо їх також *люксонами*.)

Слід очікувати, що наші друзі-скептики так легко від нас не відчепляться. Вони можуть вказати, що величина  $[1 - (v/c)^2]^{1/2}$  зустрічається не лише у виразі для маси, а й у виразі для довжини, інтервалу часу тощо. Оскільки всі ці величини можна виміряти, їх можна описати дійсними числами. Єдиний спосіб зробити їх такими – це знову постулювати, що їхні власні довжини, власні часи життя – уявні параметри, подібно до власної маси. А оскільки ніяка величина, яку можна описати уявним параметром, недоступна вимірюванню, про його уявність не треба турбуватись.

### Принцип реінтерпретації

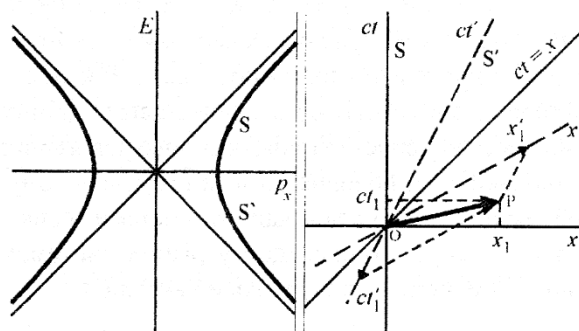
Набагато важливіше заперечення проти можливості існування тахіонів у тому, що для деякого спостерігача ці частинки мусять мати від'ємну енергію. Це впливає з того, що гілка гіперболи 3 на мал. 1 проходить через ділянку, де  $E < 0$ . Оскільки відповідь на поставлене запитання дає підставу для ще серйозніших заперечень, розгляньмо цю проблему докладніше.

Припустимо, що ми перебуваємо у стані спокою відносно системи  $S$ . Ми спостерігаємо тахіон, який випромінювало джерело і за деякий час був поглинений в іншому місці. У проміжку між цими подіями тахіон мав відносно нас швидкість  $v$ . В іншій системі відліку  $S'$ , що має швидкість  $\omega$  відносно  $S$ , ця ж частинка рухається з іншою швидкістю.

Можна показати, що точка, яка відповідає за стан тахіона в системі  $S'$ , лежатиме в ділянці від'ємних енергій, якщо величина  $v\omega$  буде більшою від  $c^2$ . Але за тієї ж умови є інша вельми чудова обставина. Для спостерігача в системі  $S'$  частинка з "від'ємною енергією" здаватиметься спершу такою, що поглинена, а тоді, що випромінена. У цьому можна переконатися, дивлячись на праву частину мал. 2.

На малюнку зображено обидві системи координат: нештриховані осі відносяться до системи  $S$ , заштриховані – до системи  $S'$ . Кожна із заштри-

хованих осей становить за теорією відносності кут  $\varphi = \text{arctg}(\omega/c)$  із нештрихованою віссю. Точки  $O$  і  $P$  виражають події (положення і момент часу) випромінювання і поглинання тахіона. У системі  $S$  подія  $P$  настає після події  $O$ . У системі  $S'$  порядок подій зворотний.



Мал. 2. Реінтерпретація від'ємної енергії. У запереченні проти існування тахіонів вказується, що надсвітлова частинка, що характеризується точкою  $S$  в одній системі, буде характеризуватися точкою  $S'$  в іншій, в якій вона здаватиметься володіти "від'ємною енергією", як зображено ліворуч на  $E - p_x$ -діаграмі. З просторово-часової діаграми (праворуч), проте, видно, що в такій системі послідовність подій буде також здаватися "від'ємною" ( $ct'_1 < 0$ ). Отже, подія, що відповідає точці  $P$ , відбувається раніше від події, за яку відповідає точка  $O$ , коли події спостерігаються в системі з вісями  $x', ct'$ . Можна вважати частинки з "від'ємною енергією", які "спочатку поглинаються, а тоді випромінюються", просто частинками з додатною енергією, що спочатку випромінені, а згодом поглинені. Це цілком нормальна ситуація.

Така зворотна послідовність подій спостерігається завжди, коли точка  $P$  лежить нижче від вісі  $x$ . Вражає, що це відбувається точно за таких самих умов, за яких енергія стає від'ємною, тобто коли добуток  $v\omega$  більший від величини  $c^2$ . Як побачимо далі, інтерпретація цього збігу зміни знаків є ключем до послідовної теорії надсвітлових частинок.

Зіткнення незвичних понять про частинки з "від'ємною енергією", що рухаються "назад у часі", дало розв'язання проблеми. Ми назвали це "принципом реінтерпретації". Частинки з "від'ємною енергією", спершу поглинені, а тоді випромі-



нені, є не що інше, як частинки з додатньою енергією, випромінені і поглинені в зворотному порядку. Це абсолютно нормальна ситуація. (До речі, такий спосіб міркування є “антипаралельним” до інтерпретації Штюккельберга–Фейнмана позитронів як електронів з від’ємною енергією, що рухаються назад у часі<sup>2</sup> [6].)

Два спостерігачі розійдуться у поглядах щодо напрямку, в якому рухаються частинки, проте нічого страшного в цій розбіжності нема. В класичній теорії відносності є багато прикладів подібних розбіжностей у спостерігачів, особливо пов’язаних з одночасністю. Головна вимога полягає в тому, щоб закони фізики не залежали від системи відліку. Проте не існує вимоги, щоб у різних системах відліку самі події мали однаковий вигляд.

### То ви бачите частинку чи ні?

Запам’ятаймо, що події не зобов’язані виглядати однаково у різних системах, особливо, коли розглядаються зіткнення тахіонів з нормальними частинками (тардіонами). Залежно від системи координат, в якій спостерігається зіткнення, процес може виглядати абсолютно по-різному, попри те, що зіткнення підкоряється одним і тим же фундаментальним законам збереження енергії та імпульсу.

Для одного спостерігача тахіон може виглядати як такий, що налітає на частинку-мішень, стикається з нею і відлітає в іншому напрямку. Для іншого спостерігача той же процес може виглядати так: два тахіони наближаються до мішені, одночасно співударяються з нею і зникають внаслідок передачі їх енергії та імпульсу частинці-мішені.

Така відмінність у результатах спостереження однієї й тієї ж події з’являтиметься щоразу, коли під час зіткненні виникає тахіон із “від’ємною енергією”. Оскільки такий тахіон рухається “у зворотному напрямку часу”, зіткнення більше схоже на одночасне злиття двох тахіонів з частинкою-мішенню, ніж на зіткнення “білярдних куль”, коли до і після зіткнення є дві частинки. Іншими словами, кількість тахіонів до і після зіткнення не обов’язково має бути стала. Вони можуть виникати і зникати залежно від руху спостерігача.

### Джерело нескінченної енергії?

Висловлене можна використати для того, щоб спростити ще одне заперечення існування тахіонів. Зазвичай вказують на те, що гіпербола, яка відображає властивість інваріантності енергії-імпульсу (крива 3 на мал. 1), потрапляє в ділянку від’ємних енергій, а це мало б приводити до існування необмеженого джерела енергії.

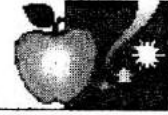
Спосіб міркувань приблизно такий. Два тахіони з нульовою енергією стикаються одночасно з частинкою-мішенню з енергією  $E_0$ . Кожний тахіон у результаті зіткнення отримує від’ємну енергію  $-E_1$ . Щоб зберегти енергію треба, щоб частинка-мішень мала в результаті енергію  $E_0 + 2E_1$ . Отже, тахіони розглядають як передавачі енергії “накачування” звичайним частинкам завдяки втрати від’ємної енергії. А оскільки не існує обмеження для кількості від’ємної енергії, то можна припустити, продовжуючи це міркування, що не може існувати обмеження й на додатню кількість енергії, яку можна отримати від тахіонів.

Це заперечення помилкове, тому що в ньому знехтувано зміною послідовності подій, яка незмінно супроводжує появу від’ємної енергії. В описаному вище зіткненні ми не побачимо двох тахіонів, які наближаються до мішені, а далі двох тахіонів, що віддаляються. Два тахіони, що “віддаляються”, присутні одночасно з тими, що “наближаються”. При цьому кожний з них має енергію  $E_1$ . З урахуванням зміни послідовності подій, які викликають заперечення, джерело необмеженої кількості енергії зникає.

### Ніякого зв’язку з минулим

Найпідступніше заперечення проти надсвітлових частинок йде ще із книжки Річарда Толмена “Теорія відносності руху” [7], що вийшла з друку 1917 року. Це заперечення достатньо ґрунтовне. У спрощеній формі міркування такі. Припустимо, що спостерігач  $A$  в системі  $S$  має джерело необмежено швидких частинок. У момент часу  $t = t_0$  він посилає пучок  $\tau_1$  таких частинок спостерігачеві  $B$  у системі  $S'$ , що віддаляється з постійною швидкістю  $\omega$ . Припустимо, що отримання сигналу в  $S'$  супроводиться запуском аналогічного

<sup>2</sup>Ще раніше цю інтерпретацію запропонував Г. А. Зісман.



сигналу  $\tau_2$ , що рухається тепер з нескінченно великою швидкістю відносно  $S$ . Сигнал  $\tau_2$  прибуде в  $S$  у момент часу  $t_1$ , швидший порівняно з  $t_0$ .

Така послідовність подій суперечлива: наслідок (прийом сигналу  $\tau_2$  спостерігачем  $A$ ) настає раніше від причини (відправлення сигналу  $\tau_1$ ). Можна показати, що аналогічні твердження відносяться не лише до нескінченно великих швидкостей, а й до будь-яких швидкостей, більших ніж  $c^2/\omega$ , де  $\omega$  – відносна швидкість двох спостерігачів.

Напевно саме такі міркування надихнули Реджінальда Баллера, що склав жартівливі вірші:

*Сьогодні отвідні запущено ракету,  
Вона летить куди швидше від світла,  
І долетить до мети о сьомій ранку,  
Вчора.*

Переклад С. Маршака

Це заперечення, хоча й досить добре обгрунтоване, все ж не позбавлено тих же недоліків, що й попередні. Під час розгляду не береться до уваги відносна зміна послідовності подій, яка супроводжує поширення надсвітлових сигналів із швидкістю, що більша від  $c^2/\omega$ . Коли цей ефект враховується, то зачароване коло розривається. Більше не існує обміну сигналами. У кожному випадку спостерігач упевнений, що він посилає обидва сигнали. Аналогічна реінтерпретація усуває труднощі, з якими зіткнувся Х. Шмідт [8], аналізуючи заперечення, що ґрунтувалися на порушенні причинності, проти розповсюдження хвиль із надсвітловими швидкостями.

Проте існує ще витонченіша аргументація, що пов'язана з причинністю, яку можна подолати лише шляхом ретельного розгляду гіпотетичного процесу випуску і поглинання тахіонів. Подібні міркування ведуть від макропричинності до мікропричинності, коли термодинамічні флуктуації і квантовомеханічні невизначеності відіграють вирішальну роль.

Співвідношення другого закону термодинаміки і питань причинності в плані можливості існування надсвітлових сигналів проаналізував Я. Терлецький [9] 1960 року. Він не використовував можливості реінтерпретувати "антисигнали", які поши-

рюються у зворотному напрямку в часі, як сигнали з додатною енергією, що розповсюджуються звичайним способом. Тому він дійшов висновку, що надсвітлові сигнали можуть виникати лише в ділянці стохастичних флуктуацій ентропії. Подібні недоліки псують його, в іншому вельми цінну, монографію "Парадокси теорії відносності" [2].

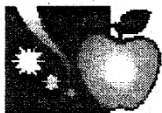
Підсумовуючи вищеперелічене, доходимо висновку, що заперечення щодо логічної суперечності гіпотези тахіонів, які ґрунтуються на міркуваннях причинності, в кращому разі неповні, а також, ймовірно, необгрунтовані, хоча тут і є ще над чим подумати.

### Пришвидшення із втратою енергії

Невдовзі після того, як нами було показано, що аргументи, спрямовані проти можливості існування надсвітлових частинок, є або недостатні, або непереконливі, декілька ініціативних фізиків почали початок пошуку цих частинок [10]. Щоб уявити собі різні шляхи, відкриті перед експериментаторами, і мати нагоду оцінити труднощі, з якими їм доводиться зустрічатися, розглянемо уважніше очікувані властивості тахіонів.

Спочатку відкладемо на графіку енергію та імпульс частинки як функцію її швидкості. Ми так одержимо відносне уявлення про властивості кожного з трьох класів частинок – досвітлових, світлових і надсвітлових. Зазначимо передусім серед енергетичної залежності на мал. 3  $U$ -подібну криву, обмежену з двох боків вертикальними прямими 4, що відповідало  $v = c$ . Крива 2 відноситься до тардіонів (нормальних частинок), енергія яких прямує до нескінченності з наближенням до швидкості світла. Оскільки ці частинки спостерігаються також і в стані спокою, їхня власна маса виражається дійсним числом. Це і є частинками, про яких йде мова.

Дві вертикальні прямі є люксонами (фотони і нейтрино) з нульовою масою і постійною швидкістю  $c$  у вакуумі. Ділянка за прямими 4 належить тахіонам. Зміна енергії залежно від швидкості описується кривою 3. Дивлячись на ці криві, можна прийти до досить незвичайних висновків. Через монотонне зростання кривою 3 із стремлінням швидкості до  $c$ , ми вимушені зробити висновок, що під час сповільнення тахіон має збільшити



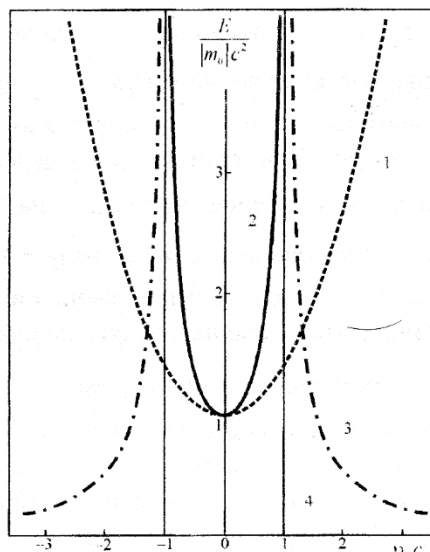
свою енергію, замість того, щоб її втрачати. Щоб загальмувати тахіон до мінімально можливої швидкості – до швидкості світла, йому треба передати нескінченну кількість енергії, і навпаки, під час пришвидшення тахіон віддаватиме енергію. Це підтверджує результати, які одержав Зоммерфельд [4] на межі сторіччя. Як ми побачимо, цей висновок, який з першого погляду абсурдний, є природним наслідком теорії відносності.

### “Трансцендентні” тахіони

Той же Зоммерфельд, використовуючи електромагнетну теорію Максвела, показав, що електрично заряджені частинки ті, що рухаються швидше від швидкості світла, спонтанно випромінюватимуть електромагнетні хвилі. Це означає, що в результаті такого випромінювання тахіони мають за якийсь час віддати всю свою енергію. При цьому вони досягнуть граничного стану з нескінченно великою швидкістю. Оскільки крива 3 спадає до нуля з наближенням  $v$  до нескінченності, ми приходимо до такого дивного результату: нескінченно швидкі тахіони енергії не мають.

Щоб краще зрозуміти характер цього “трансцендентного” стану, порівняймо криві залежності енергії від швидкості на мал. 3 з відповідними кривими для імпульса як функції швидкості на мал. 4. Зі збільшенням швидкості імпульс прямує до кінцевої ненульової величини. Це видно також і з мал. 1, де точка, що відповідає стану з нульовою енергією, потрапляє на вершину гіперболи 3. У певному смислі ми маємо аналог стану, що зображений вершиною гіперболи 2, який відповідає нормальній частинці в стані спокою (нульовий імпульс). У замкнутому просторі ця аналогія йде ще далі. Нескінченно швидкий тахіон присутній усюди на своїй замкнутій траєкторії, що відповідає ситуації у квантовій механіці, коли частинка, що перебуває у стані спокою, має повну невизначеність розміщення.

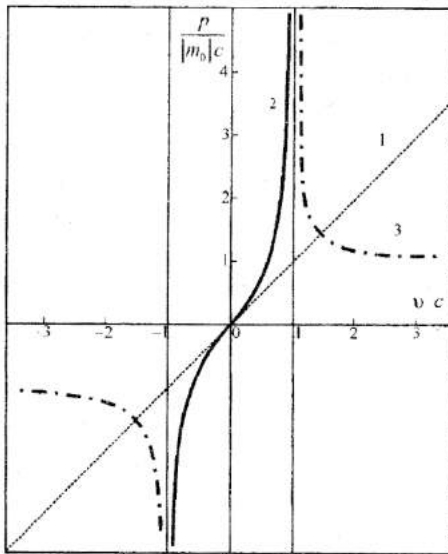
Можна навіть собі уявити, що тахіони пронизують наш світ подібно до того, як його наповнює рій невловимих нейтрино. Чи можливо і як зареєструвати ці метачастинки, сказати не можна. Треба набагато докладніше дослідити можливі тахіонні взаємодії, щоб їхній пошук міг проводитися не на осліп.



Мал. 3. Залежність релятивістської енергії від швидкості. Тардіони володіють енергією навіть у стані спокою. Їхня енергія, як видно, необмежено росте з наближенням до граничної швидкості  $c$ . Вертикальні прямі 4, що відповідають люксонам, вказують, що незалежно від їхньої енергії вони рухаються зі швидкістю  $c$ . Крива 3 ілюструє незвичайну поведінку тахіонів. Із зменшенням енергії вони пришвидшуються, з поглинанням енергії вони сповільнюються. Щоб загальмувати їх до гранично малої швидкості  $c$ , треба передати їм нескінченно велику кількість енергії

Трансцендентні (нескінченно швидкі) тахіони майже неможливо зареєструвати, оскільки у них нема ні енергії, ні імпульса, який вони могли б віддати. Здавалося б, що тахіон може сигналізувати про своє минуле існування, віддаючи увесь свій імпульс частинці, що перебуває у стані спокою, віддачу якого можна буде знайти. Проте такий процес неможливий, оскільки поглинаючій частинці треба передати не лише імпульс, а й енергію.

Вимогу збереження енергії та імпульса можна виконати, дотримуючись обмежувальних кінематичних умов, за яких поглинаюча частинка мусять сама перебувати в стані руху, як зображено на мал. 5. У цьому випадку поглинання одного нейтрального тахіона з нульовою енергією буде дуже подібне до пружного зіткнення поглинаючої частинки з нескінченно масивним об'єктом: енергія частинки залишиться попередньою, а напрямок руху раптово зміниться. У випадку, коли б



Мал. 4. Релятивістський імпульс як функція швидкості. Імпульс тардіона прагне нескінченності з наближенням швидкості до  $c$ . Люксони можуть мати довільний імпульс, але їхня швидкість завжди дорівнює  $c$ . Із необмеженим збільшенням швидкості тардіона його імпульс прямує до граничного значення

тахіон мав заряд, поглинання супроводилося б відповідною зміною заряду поглинаючої частинки.

Зазначимо, що у процесах, описаних вище, передача імпульса відбувається за нескінченної швидкості. У класичній фізиці така миттєва “дальнодія” має просту модель: тверде тіло! Отже, тахіони у певному сенсі знову вводять у релятивістську квантову механіку концепцію твердого тіла.

### Перші експериментальні дослідження

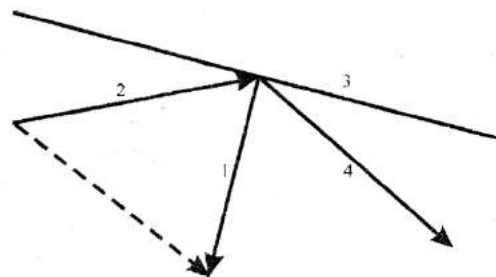
Видається природним спробувати знайти тахіони поблизу можливого джерела цих частинок. Одним з таких джерел є радіоактивний бета-розпад. Хоча й існує задовільна теорія, що дає змогу пояснити безліч деталей цього процесу, все ще залишається правда дуже скромне, місце для припущення, що тахіони можуть випромінюватися разом із бета-променями (ядерними електронами) і нейтрино.

Наслідуючи нашу статтю, що була опублікована 1962 року [1], співпрацівники Нобелівського інституту в Стокгольмі Т. Альвагер і П. Ерман здійснили в 1963–1965 рр. багаточисельні пошуки заряджених метачастинок, використовуючи могутнє джерело бетачастинок тулій-170 [11]. Першим об’єктом їхнього дослідження були частинки

з метамасою, що дорівнює масі звичайних електронів. Щоб відділити такі “металеєктрони” від звичайних, вони направляли заряджений потік за допомогою магнета (бета-спектрометр з подвійним фокусуванням) на напівпровідниковий лічильник. Магнет сортував частинки за імпульсами, а лічильник реєстрував їхню енергію. За рівних імпульсів електрони і металеєктрони, як очікувалося, володіють різною енергією. За цією різницею передбачалося знайти металеєктрони, якщо вони взагалі існують. Експеримент дав негативний результат.

### Випромінювання Черенкова

Інший експеримент, який знову розпочав Альвагер і виконав спільно з М. Крейслером на принстонському пришвидшувачеві (Пенсильванія), ґрунтувався на підході, який ми запропонували у нашій першій статті із метарелятивізму [1]. Заряджені частинки мали детектуватися за їхнім передбачуваним електромагнетним випромінюванням. Це черенківське випромінювання подібне до хвиль, що йдуть від носа корабля, або ударних хвиль від надзвукових літаків. Напрямок розповсюдження цього випромінювання відносно траєкторії однозначно пов’язаний зі швидкістю. До того ж, у вакуумі лише тахіони здатні рухатися швидше від



Мал. 5. Поглинання тахіона. Для виконання закону збереження енергії та імпульса під час поглинання трансцендентного тахіона довільною частинкою векторний трикутник, який відповідає процесові, має бути рівностороннім (оскільки трансцендентний тахіон може змінити тільки напрямок, а не величину імпульса поглинаючої частинки). Такий характер поглинання дуже нагадує пружне зіткнення між частинкою та об’єктом з нескінченною масою. 1 – імпульси поглиненого тахіона; 2 – початковий імпульс частинки; 3 – нескінченно масивна стіна; 4 – імпульс частинки після поглинання тахіона



світла. Отже, вони випускають черенківське випромінювання, що дає змогу однозначної ідентифікації електрично заряджених надсвітлових частинок.

Значним удосконаленням, порівняно з нашою первинною ідеєю, було введення Альвагером сильного електричного поля, в яке поміщали передбачуване джерело тахіонів. Це поле було направлене так, щоб забезпечувати тахіони енергією і так давати їм змогу випромінювати на великій ділянці траєкторії. Першу серію експериментів, в яких було зроблено спробу отримати тахіони шляхом опромінення свинцю гамма-променями від джерела цезій-134 з інтенсивністю 5 МКі, було недавно завершено [2]. Знову ніяких слідів тахіонів знайдено не було. Подальші експерименти в цьому напрямі з використанням вдосконаленої апаратури продовжуються.

Оскільки частинки, що належать до класу II (фотони і нейтрино), не мають заряду, цілком можливо, що частинки класу III також електрично нейтральні. Нейтральні частинки можуть бути знайдені лише непрямим методом. Труднощі, які виникають перед експериментатором під час спроби зловити нейтральні мета-частинки, – величезні. Проте проєкт, спрямований на пошук нейтральних тахіонів, над яким нині працює Альвагер в Індіанському державному університеті. Схема його установки дуже проста. Вона нагадує установку, яку використали у ранніх роботах Ірен і Фредерік Жоліо-Кюрі із “надпроникними” гамма-променями, згодом виявилися нейтронами. Працюючи під порогом народження нейтронів, Альвагер намагається знайти проникальну компоненту радіації, відмінну від нейтронів.

Інший тип експерименту, в якому детектування тахіонів не засновано безпосередньо на їхній взаємодії з речовиною, може бути здійснений найближчим часом в Арагоні та Брукгевені групою фахівців у галузі фізики високих енергій з використанням їхнього могутнього мас-спектрометра [13]. Високоенергетичні протони, бомбуючи дейтерієву мішень, утворюють (серед інших частинок) ядра  $\text{He}^3$  плюс щось ще. Коли це “щось ще” є тардіон або люксон,  $\text{He}^3$  рухається в обмеженій області кутів. У випадку, якщо ядро  $\text{He}^3$  буде зареєстровано спектрометром за великих кутів, продуктом реакції може бути лише тахіон.

### Квантування

Гіпотеза про частинки, що рухаються швидше від швидкості світла, може бути розроблена і в іншому напрямку. Важливо бути упевненим, що існування метачастинок сумісне не лише з теорією відносності, а й з квантовою теорією. Іншими словами, ми маємо відповісти на таке запитання: чи є в існуючій теорії субатомних частинок місце для тахіонів?

Жодна з таких теорій не вимагає обмеження швидкості частинок як такої. Вони навіть припускають можливість поширення мікроскопічного збурення з довільною швидкістю або містять розв’язок, що містить просторово-подібні кванти. Якщо такі розв’язки відкидаються, то виключно на підставі їхньої несумісності з теорією відносності або принципом причинності. Ми сподіваємося, що нам вдалося показати, що ці аргументи ненайкращі, і тому було б розумніше спробувати побудувати квантову теорію надсвітлових частинок. Видимі парадокси, пов’язані з такими швидкими частинками, зникають з докладнішим розглядом і їх можна задовільно розв’язати. Природно очікувати, що така квантова теорія буде подібна до нашої класичної теорії тахіонів.

Перший, хто зробив спробу розробити релятивістську квантову теорію надсвітлових частинок, був Ш. Танака з університету Кіото [14]. Оскільки він не знав про можливість реінтерпретації частинок з від’ємною енергією як звичайних частинок, він розглядав надсвітлові частинки лише як віртуальні об’єкти. До того ж, енергія та імпульс тахіонного поля в його теорії не перетворюються як компоненти 4-вектора, що робить його цікаву працю неприміною для релятивістської теорії тахіонів.

Використовуючи нашу реінтерпретацію від’ємної енергії, Фейнберг модифікував і розвинув теорію Танака [13]. Все ж таки деякі питання, пов’язані з інваріантністю 4-вектора енергії-імпульса, залишилися нерозв’язані. М. Ароне з Нью-Йоркського університету і один з авторів (Сударшан) запропонували новий підхід, що дав змогу обійти ці труднощі [15, 16]. Цей підхід було використано для побудови квантовопольової теорії невзаємодіючих тахіонів.

Проте ще треба виконати багато теоретичних досліджень, особливо з урахуванням взаємодій,



в які можуть вступати тахіони. Проблема існування частинок, що рухаються швидше від швидкості світла, тісно зв'язана з можливістю нових, ще не відкритих взаємодій, характерних для надсвітлових частинок. Хоча ми вважаємо, що надсвітлові частинки існують, єдиний однозначний спосіб переконатися в цьому – їх зареєструвати. Поки що експериментатори вимушені шукати в темноті, оскільки нічого невідомо щодо взаємодій, в які тахіони можуть вступати. Подальші напрацювання у галузі теорії можуть полегшити завдання експериментаторів.

Нам здається, що проблема існування гіпотетичних надсвітлових частинок стоїть на передньому краї фізичної науки. Незалежно від результатів пошуків тахіонів дослідження в цій галузі незмінно ведуть до глибшого розуміння фізики. Якщо тахіони існують, їх мають виявити. Якщо ж вони не існують, ми зобов'язані зрозуміти, чому.

### Література

1. Bilaniuk O.-M. P., Deshpande V. K., Sudarshan E. C. G. – Am. J. Phys., 1962. – **30**. – P. 718.
2. Терлецкий Я. П. Парадоксы теории относительности. – М.: Наука, 1966.
3. Feinberg G. – Phys. Rev., 1967. – **159**. – P. 1089.
4. Sommerfeld A. – K. Akad. Wet. Amsterdam Proc., 1904. – **8**. – P. 346.
5. Kolm H. H. – Physics Today, 1967. – **20**, No. 10. – P. 69.
6. Stückelberg E. C. G. – Helv. Phys. Acta, 1941. – **14**. – P. 588 and 1942. – **15**. – P. 23. Feynman R. P. – Phys. Rev., 1948. – **74**. – P. 939 and 1949. – **76**. – P. 749.
7. Tolman R. C. The Theory of Relativity of Motion. – Berkeley: Univ. of California Press, 1917. P. 54–55.
8. Schmidt H. – Zeits. Phys., 1958. – **151**. – P. 365 and 1958. – **151**. – P. 408.
9. Терлецкий Я. П. – Докл. АН СССР, 1960. – **133**. – P. 329.
10. Alväger T., Blomqvist J., Ennan P. – Stockholm: 2963 Annual Report of the Nobel Research Institute, (не опубліковано).
11. Alväger T., Erman P. – Stockholm: 2965 Annual Report of the Nobel Research Institute (unpublished).
12. Alväger T., Kreisler M. N. – Phys. Rev., 1968. – **171**. – P. 1357.
13. Maglic B. and Schluter R., частное сообщение.
14. Tanaka S. – Prog. Theo. Phys. (Japan), 1960. – **24**. – P. 177.
15. Arons M. E., Sudarshan E. C. G. – Phys. Rev., 1968. – **173**. – P. 1622.
16. Dhar J., Sudarshan E. C. G. – Phys. Rev., 1968. – **174**. – P. 1808.

### Короткий словник

**Досвітловий** – той, що рухається повільніше від швидкості світла.

**Надсвітловий** – той, що рухається швидше від швидкості світла.

**Ультрасвітловий** – той, що рухається швидше від швидкості  $c^2/v$ , де  $v$  – відносна швидкість двох систем відліку.

**Тахіон або метачастинка** – надсвітлова частинка.

**Тардіон** – звичайна частинка.

**Люксон** – фотон або нейтрино.

**Метарелятивізм** – спеціальна теорія відносності тахіонів.

**Власна маса ( $m_0$ )** – цей термін за аналогією з власною довжиною і власним часом використовується замість терміна маса “спокою”. Термін “власна маса” має сенс для всіх класів частинок, зокрема й люксони з нульовою власною масою і тахіони з уявною власною масою (що не позбавляє значення говорити про масу “спокою” тахіонів).

**Метамаса ( $m_*$ )** – абсолютне значення власної маси тахіона.

**Принцип реінтерпретації** – інтерпретація тахіонів із від'ємною енергією, що рухаються у зворотному напрямку за часом, як частинок з позитивною енергією, що рухаються за часом вперед. Ця реінтерпретація знімає заперечення, засновані на принципі причинності, проти можливості існування надсвітлових сигналів і дає змогу побудувати несуперечливу теорію тахіонів.

**Трансцендентний тахіон** – тахіон з нескінченною швидкістю, кінцевим імпульсом ( $p = m_*c$ ) і нульовою енергією. Такі тахіони присутні всюди на замкнутих траєкторіях. Трансцендентний стан тахіона аналогічний до стану спокою у квантовій механіці, в якій певне значення імпульса приводить до повної невизначеності положення.

# БОЛОНСЬКИЙ ПРОЦЕС

## 10 років потому

Процес об'єднання Європи супроводжується формуванням спільного освітнього і наукового простору та єдиних критеріїв і стандартів у цій сфері в масштабах усього континенту. Цей процес отримав назву Болонського від назви університету<sup>1</sup> в італійському місті Болонья, де були започатковані такі ініціативи.

Головна мета цього процесу – консолідація зусиль наукової та освітньої громадськості й урядів країн Європи для підвищення конкурентоспроможності європейської системи науки і вищої освіти у світі, а також для підвищення ролі цієї системи у суспільних перетвореннях.

Болонський процес започатковано 19 червня 1999 року у м. Болонья та підписано 29-ма міністрами освіти європейських країн “Болонську декларацію”. Серед них були: Австрія, Бельгія, Болгарія, Великобританія, Греція, Данія, Естонія, Фінляндія, Франція, Німеччина, Ісландія, Іспанія, Ірландія, Італія, Латвія, Литва, Люксембург, Мальта, Нідерланди, Норвегія, Польща, Португалія, Румунія, Словацька Республіка, Словенія, Угорщина, Чеська Республіка, Швеція, Швейцарія;

Цим актом країни-учасниці узгодили спільні вимоги, критерії та стандарти національних систем вищої освіти і домовилися про створення єдиного європейського освітнього та наукового простору до 2010 року.

<sup>1</sup>На печатці найстарішого у світі Болонського університету, який засновано 1088 року та який гарантує високий освітній рівень є слова *Alma mater studiorum*. У перекладі вони дослівно означають “навчатися”. Серед випускників університету були відомі астрономи Микола Коперник та Джованні Домініко Кассіні, хто першим побачив 4 супутники Сатурна.

У Болонському університеті навчався, а згодом викладав астрономію (1478–1479 рр. і 1480–1482 рр.) український учений Юрій Дрогобич (Котермак). Він у 1481–1482 рр. обіймав посаду ректора університету медицини і вільних мистецтв у Болоньї.

Хоча Болонська угода не є формальним законодавчим актом (сторони, які підписали угоду не зобов'язані виконувати її), однак Європа повільно, але впевнено робить кроки у напрямку мети, яку поставили 10 років тому.

Наступний етап Болонського процесу відбувся у Празі 19 травня 2001 року, де було підписано Празьке комюніке вже представниками 33-ма європейськими країнами, зокрема до них долучилися Хорватія, Кіпр, Ліхтенштейн та Туреччина.

На саміті було виділено важливі елементи європейського простору вищої освіти, а саме: постійне навчання упродовж усього життя; мотивоване залучення студентів до навчання; сприяння підвищенню привабливості та конкурентоспроможності європейського простору вищої освіти для інших частин світу.

Третій етап Болонського процесу відбувся в м. Берліні 18–19 вересня 2003 року, де було підписано відповідне комюніке. Було ухвалено рішення розширити загальноєвропейські вимоги і стандарти на докторські ступені. Встановлено, що в країнах-учасниках Болонського процесу має бути один докторський ступінь – “доктор філософії” у відповідних сферах знань. Були розроблені додаткові модулі, курси та навчальні плани з європейським змістом, відповідною орієнтацією та організацією. Зазначалося, що європейський простір вищої освіти та європейський простір дослідницької діяльності – дві взаємопов'язані частини суспільства знань. До Болонської співдружності 2003 року прийнято Албанію, Андору, Боснію та Герцеговину, Ватикан, Росію, Сербію, Чорногорію та Македонію.

Після Конференції у м. Бергені (Норвегія), 19–20 травня 2005 року до Болонського процесу долучилися країни, що не входять до Європейського Союзу: Вірменія, Азербайджан, Грузія, Молдова та Україна.



Ідеєю є створення трирівневої системи освіти в університеті, що включатиме кваліфікаційно-освітній рівень бакалавра, магістра і два додаткових роки для здобуття кваліфікаційно-освітнього рівня доктора наук. Щоб впевнитись, що кваліфікаційно-освітні рівні відповідають стандартам, була створена Європейська Кредитна Трансферна Схема (ECTS), за якою передбачається здача 60 кредитів. Академічний рік складається з 1500–1800 годин навчання, що означає, що для отримання кваліфікаційно-освітнього рівня бакалавра потрібно 3 роки, для того, щоб студент зміг набрати від 180 до 240 балів. Здобуваючи кваліфікаційно-освітній рівень магістра, студент, упродовж 2 років, може набрати 90–120 балів. Для кваліфікаційно-освітнього рівня доктора наук не потрібно набирати бали.

Поштовхом для створення спільної європейської системи освіти стала програма ЕРАСМУС (ERASMUS), за якою з 1987 року студенти-випускники мають право навчатись до року їхнього випуску в іншому університеті Європи. До того ж такі обміни програми здійснюються між тими університетами, що мають договір про обмін студентами. Це добре, якщо ти, наприклад, студент фізичного факультету в англійському університеті Лафборо і навчаєшся рік у Віденському технічному університеті чи у восьми інших інституціях, з якими має угоду з Лафборо. Та це не дає змоги вільно подорожувати по всіх країнах.

Впровадження Болонського процесу допоможе розв'язати ці проблеми. Європейські високопосадовці в сфері освіти усвідомили, що для цього потрібно встановити спільні норми для університетських систем освіти у всіх країнах, які нині дуже відрізняються і спростити їх. Їхньою метою було встановити "стандартну модель" освіти, яка подібна до Англосаксонської системи, що діє у Великій Британії та США, за якою студенти здобувають освіту бакалавра упродовж 3 років, згодом магістра – 2 роки, аспіранта – 3 роки. З першого погляду така система проста, але насправді впровадження Болонського процесу у різних країнах породжує певні труднощі.

Навіть у Великій Британії, де треба впровадити найменше пунктів цієї угоди, зважаючи на англо-саксонську модель Болонських реформ, є

труднощі. У цій державі не лише існує довга традиція кваліфікаційно-освітнього рівня бакалавра, який здобувають упродовж 3 років, а також існує кредитна система, подібна до Європейської Кредитної Трансферної Схеми (ECTS), за якою студент має отримати не менше 180 кредитів, щоб одержати рівень бакалавра. (Хоча у Шотландії кваліфікаційно-освітній рівень бакалавра триває 4 роки, оскільки студенти вступають до університету на рік швидше, у 17 років).

Ще одна проблема у Великій Британії – як магістр фізичних наук, що отримав свій освітньо-кваліфікаційний рівень 4 роки та магістр наук, що здобув цей рівень за рік, існуватимуть за новою системою навчання? Кваліфікаційно-освітній рівень магістра фізичних наук здобувають лише на рік довше, ніж кваліфікаційно-освітній рівень бакалавра (понад 2 роки), тоді як більшість магістрів наук у сфері фізики є фахівцями у певних галузях, наприклад, оптична фізика та ядерні технології. Однак у листопаді 2008 року, Агенція за Контролем Якості Вищої освіти (QAA), яка займається моніторингом стандартів освіти в Британських університетах, повідомила, що вони відповідають Болонському процесу. Іншими словами, з'ясувалось, що загроза продовжити термін здобуття кваліфікаційно-освітнього рівня магістра фізики та магістра наук, яка виникла у Великій Британії, зникла.

"Британський уряд погоджується, що Британія нині підтримує Болонський процес", – зазначає Роберт Лемборн, декан фізичного факультету Відкритого університету і віце-президент освіти в Інституті фізики. Однак термін здобуття кваліфікаційно-освітнього рівня у Великій Британії буде коротшим, аніж в усій Європі. "Здається, що освіта у Великій Британії дещо відрізнятиметься від стандартної моделі", – каже Гарет Джонс, фізик із Королівського коледжу в Лондоні, яка проводить консультацію в коледжах щодо європейської освіти. Багато британських університетів, тим не менше, обдумують питання про здобуття кваліфікаційно-освітнього рівня магістра наук за два роки, щоб це повністю відповідало вимогам Болонського процесу, які діють у решті країнах Європи.

Єдиною сферою, де існують проблеми у Великій Британії щодо запровадження Болонської

системи освіти є кредити. Тоді, коли Європейська кредитна трансферна схема (ECTS) є загально-прийнятою в усіх країнах, які підписали угоду про Болонський процес, у Великій Британії вирішили прийняти свою власну систему, яка передбачає здачу 120 кредитів на рік, замість 60 за ECTS. Хоча Джонс вважає, що Болонський процес має збільшити кількість студентів з Європи, які здобуватимуть кваліфікаційно-освітній рівень магістра наук у Британії, але є побоювання що не буде зворотнього процесу, через різницю у кількості кредитів. “Для британських студентів буде важче навчатись деякий час за кордоном в інших європейських країнах, бо їм доведеться зіштовхнутись із зовсім іншою системою”.

Хоча фізики у Великій Британії не мають значних змін у здобутті їхнього кваліфікаційного рівня, наприклад, Німеччина має повністю змінити свою систему освіти, щоб відповідати вимогам Болонського процесу. Традиційно в Німеччині студенти навчаються 5 років, щоб отримати диплом магістра, який включає в себе пошукову роботу і є початком для написання докторської дисертації. Та немає відповідника до кваліфікаційно-освітнього рівня – бакалавр. Студентів із дипломом фізика дуже цінують у німецькій промисловості, ось чому від самого початку зміни в системі освіти зіштовхнулись з таким опором.

“Ми не звикли до трирічного терміну здобуття освіти, тому фізичним факультетам не сподобались такі зміни”, – зазначає Герд Ульріх Н’єнгауз, біофізик із університету Карлсруе.

Усі місцеві уряди Німеччини нині вписали Болонський процес у закони і більшість державних фізичних факультетів прийняли 3-річний кваліфікаційно-освітній рівень бакалавра та 2-річний – магістра. Проте диплом магістра й надалі має бути за старими стандартами і німецькі фірми однозначно дали зрозуміти, що вони не братимуть на роботу нікого, хто має диплом нижчого рівня. Тобто студенти-бакалаври не зможуть там знайти місця праці. Г. Н’єнгауз побоюється, що вони змушені будуть змагатись за роботу з людьми, які зовсім не навчались в університеті. Треба не менше 10 років, щоб ринок праці пристосувався до студентів-бакалаврів. Ще одне, за що критикують структуру освіти в Німеччині – це те, що вона

є менш гнучкою, аніж в інших країнах, тобто це означає, що студентам залишається менше часу на те, щоб навчатись в інших країнах. “Я думаю, що мобільність у галузі фізики, яка є традиційно висока, може скоротитись через “Болонський процес”, – зауважив Фрідріх Вагнер з Інституту фізики плазми імені Макса Планка у Мюнхені, колишній президент Європейського фізичного товариства, який звітував про те, як фізичні факультети впроваджують Болонську реформу.

Ще один неочікуваний наслідок Болонського процесу, на думку Вагнера є те, що від допоможе німецьким студентам подорожувати Німеччиною. Традиційно, студенти вступали до університетів, які розташовані ближче до їхнього дому, оскільки всі вони були однакових стандартів. Але останнім часом Німецький уряд спробував підняти стандарти, примушуючи університети змагатись за додаткові кошти в певних сферах. “Студенти все ще можуть здобувати кваліфікаційно-освітній рівень бакалавра в своїх місцевих університетах, а тоді здобувати рівень магістра – в іншому, краще фінансованому університеті”, – зауважує Г. Н’єнгауз. “Це може негативно вплинути на конкурентоспроможність менших університетів”.

У Франції Болонський процес впровадили швидко. Студенти там, традиційно, навчались два роки та отримували спеціальний диплом (DEUG), згодом вони навчались ще три роки (LICENCE). Далі вони могли йти працювати чи залишитись в університеті, пишучи пошукову роботу для отримання рівня магістра (maitrise), і ще рік для написання дипломної роботи (DESS), або ж рік пошукової роботи для отримання кваліфікаційно-освітнього рівня (DEA) яка згодом, давала їм змогу отримати кваліфікаційно-освітній рівень доктора наук (PhD) упродовж не менше трьох років.

Упродовж 2004–2006 років, DEUG та LICENCE об’єднали для створення кваліфікаційно-освітнього рівня – бакалавр, а Maitrise, DESS чи DEA об’єднали для створення магістратури терміном на два роки. “Французькі університети швидко адаптувались до мінімальних вимог Болонського процесу”, – каже Наталі Лебран, фізик, що займається проблемами конденсованих речовин в університеті Ліль. Однак вона вважає, що цей успіх лише “фасад”. “Загалом більшість університетів лише

змінили назву своїх дипломів, але сама суть залишилась і немає реальних спроб змінити щось суттєво”, – каже вона. Іншим країнам, наприклад, Італії, залишилось зробити зовсім мало. Вони вже ввели кваліфікаційно-освітній рівень бакалавра – *Laurea Triennale* (3 роки) і магістра – *Laurea Magistrale* (2 роки).

Багато Східноєвропейських країн, однак, мають ще ввести зміни. В Естонії вже ввели потрібні зміни, а в Румунії 2003 року змушені були повністю реорганізувати систему освіти, щоб вона відповідала вимогам Болонського процесу.

Подібні зміни вже впродовж чотирьох років впроваджують в Україні, однак виникають значні труднощі. Наприклад, ректор Національного технічного університету “КПІ” М. Згуровський у своїй статті “Болонський процес – структурна реформа вищої освіти на європейському просторі” зазначає такі проблеми:

– Надлишкова кількість навчальних напрямів і спеціальностей в Україні, відповідно 76 та 584. Країни ж світової системи вищої освіти мають у п’ять разів менше.

– Недостатнє визнання у суспільстві рівня “бакалавр” як кваліфікаційного рівня, його незатребуваність українською економікою. Зазвичай, прийом до вищого навчального закладу в Україні здійснюють не на бакалаврат, а на спеціальність.

– Загрозлива тенденція до погіршення якості вищої освіти, що наростає з часом.

– Збільшення розриву зв’язків між освітянами і працевластцями, між сферою освіти і ринком праці.

– Невиправдана плутанина у розумінні рівнів спеціаліста і магістра. З одного боку, наявна близькість програм підготовки спеціаліста і магістра, їхня еквівалентність за освітньо-кваліфікаційним статусом, а з іншого – вони акредитуються за різними рівнями, відповідно за III і IV.

– Нехтування передовими науковими дослідженнями у закладах освіти, які є основою університетської підготовки. Українська система наукових ступенів складна порівняно з загальноєвропейською, що ускладнює мобільність викладачів і науковців в Європі.

– Неадекватно до потреб суспільства і ринку праці вирішується доля такої розповсюдженної ланки освіти, як технікуми і коледжі, це при тому, що їхня чисельність у державі у чотири рази більша, ніж ВНЗ III та IV рівнів акредитації разом узятих.

– Відійшла в минуле колись добре організована для централізованої економіки система підвищення кваліфікації та перепідготовки. Нової системи, що задовольняла б потреби ринкової економіки, в Україні не створено. Тому дуже важливий загальноєвропейський принцип “освіта через усе життя” поки що в умовах нашої держави не може бути в повній мірі реалізований.

– Університети України не беруть на себе роль методологічних центрів, новаторів, піонерів суспільних перетворень, за якими має йти країна. Рівень автономії ВНЗ у цих питаннях значно нижчий від середньоєвропейського.

– Не виконують роль методологічних керівників заклади освіти, що мають статус національних, у той час, коли їхня кількість досягла майже 40 % від загальної кількості ВНЗ III та IV рівнів акредитації.

Не всім подобаються зміни в системі освіти, зумовлені Болонським процесом, і в інших країнах.

Наприклад, в Іспанії майже 660 студентів окупували приміщення університету в Барселоні, Севільї та Валенсії, також відбулися демонстрації в Мадриді. Україна стоїть ще далі на шляху до впровадження Болонської системи, ніж Іспанія.

Впровадження Болонського процесу супроводжується в різних країнах об’єктивними та суб’єктивними труднощами. Більшість країн уже запровадили реформи, навіть якщо в більшості вони лише “косметичні”. Такі реформи допоможуть студентам подорожувати в інші країни для здобуття кваліфікаційно-освітнього рівня магістра чи доктора наук; полегшити переїзд з однієї країни в іншу з метою подальшого навчання чи працевлаштування там; зробити вищу освіту в Європі привабливою для студентів інших країн; створити європейську зону вищої освіти, яка забезпечила б належні та ґрунтовні знання студентам; зробити європейську систему освіти наближеною до американської.

# Закон додавання швидкостей і кінематичні обмеження руху твердого тіла

Олег Орлянський,

завідувач кафедри теоретичної фізики  
Дніпропетровського національного університету

У попередній статті “Особливості закону додавання швидкостей”<sup>1</sup> ми вчилися уникати помилок і правильно користуватися додаванням швидкостей у різних випадках. Виявляється, що закон додавання швидкостей має величезний вплив на всю фізику і різноманітні наслідки, які не можуть не вражати. Почнемо з деяких кінематичних обмежень на рух твердих тіл.

*Твердим тілом* називають тіло, відстані між будь-якими точками якого під час руху не змінюються, або цією зміною можна знехтувати.

Якщо тверде тіло обертається навколо нерухомої осі, яка проходить через деяку точку  $A$ , всі інші точки, через які вісь обертання не проходить, рухатимуться вздовж кіл більших або менших радіусів. Напрямки швидкостей будуть перпендикулярні до напрямку на  $A$ , а значення – то більші, що далі від осі ці точки розміщені (на рис. 1 точки  $A, B, C$  розміщені в площині, перпендикулярній до осі обертання).

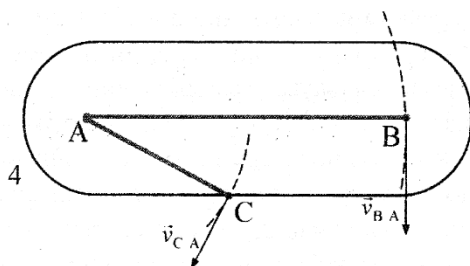


Рис. 1

Припустимо тепер, що точка  $A$  разом з твердим тілом рухається відносно лабораторної системи відліку зі швидкістю  $\vec{v}_A$ . На рис. 2 зобра-

жено випадок плоскопаралельного руху, коли вектор швидкості  $\vec{v}_A$  лежить у площині обертання, і всі точки тіла рухаються у паралельних площинах. З точкою  $A$  можна зв'язати різні системи відліку. Найзручніші з них дві: неінерціальна система відліку, яка жорстко зв'язана з твердим тілом і обертається разом з ним з кутовою швидкістю  $\omega = v_{B/A}/AB$  та система відліку, що рухається поступально зі швидкістю  $\vec{v}_A$ , відносно якої тверде тіло обертається навколо  $A$  з кутовою швидкістю  $\omega$ .

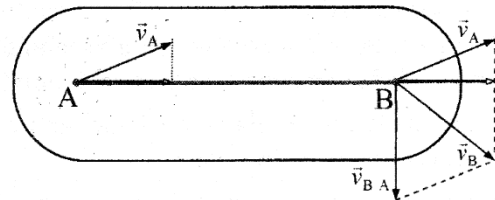


Рис. 2

Для поступальної системи відліку запишемо закон додавання швидкостей:

$$\vec{v}_{абс} = \vec{v}_{від} + \vec{v}_{пер}.$$

Абсолютна швидкість точки  $B$  відносно нерухомої лабораторної системи відліку дорівнюватиме сумі відносної швидкості  $\vec{v}_{B/A}$  точки  $B$  і переносної швидкості  $\vec{v}_A$  (рис. 2):

$$\vec{v}_B = \vec{v}_{B/A} + \vec{v}_A.$$

Оскільки відносна швидкість  $\vec{v}_{B/A}$  перпендикулярна до напрямку  $AB$ , проекції  $\vec{v}_A$  і  $\vec{v}_B$  на цей напрямок збігаються.

<sup>1</sup>Журнал “Світ фізики”. 2008. № 4. С. 34–42.

**Проекції швидкостей двох точок твердого тіла на лінію, що з'єднує ці точки, однакові.**

Інакше кажучи, швидкість, з якою одна точка твердого тіла рухається в напрямку іншої її наздоганяє її, дорівнює швидкості, з якою та віддаляється від неї. Завдяки цьому відстань між точками не збільшується і не зменшується, отже, тіло не деформується і його можна вважати твердим.

Наприклад, натягнутий шнурок можна вважати твердим тілом доти, доки він не почне змінювати свою форму. Людина на водних лижах може мати швидкість значно більшу від швидкості катера, за яким рухається, утримуючи натягнутий трос. Справді, якщо катер рухається прямо, а водний лижник повертає з боку в бік, він пройде шлях більший від шляху катера. В момент часу, коли трос співпадає з лінією руху катера, швидкість лижника матиме дві складові: швидкість уздовж тросу, що дорівнює швидкості катера, і перпендикулярну до неї швидкість, яка залежить від майстерності, сили і бажання лижника. Поки трос натягнутий, його форма прямого відрізка у будь-який момент руху залишається незмінною, утримуючи однаковими проекції швидкостей катера і лижника.

Як відомо, для засвоєння теорії треба розв'язати чимало кількість задач. Але ніколи не завадить спочатку уважніше придивитися до нових ідей з різних боків.

Ось, наприклад, складний рух тіла, який зображено на рис. 2, розглядався як композиція двох рухів: обертального руху з кутовою швидкістю  $\omega$  навколо осі, що проходить через точку  $A$  і поступального руху зі швидкістю цієї осі разом з точкою  $A$ . Виникає запитання, чи не можна було замість точки  $A$  розглянути, наприклад, точку  $B$ ? Звісно, можна. І найцікавіше те, що кутова швидкість обертання тіла навколо паралельної осі, що проходить уже через точку  $B$  буде такою ж самою. У цьому легко переконатися, якщо уявити поворот відрізка  $AB$ . Якщо відрізок  $AB$  повернувся на деякий кут відносно попереднього напрямку, то цей кут буде однаковим, хоч вимірюй його у точці  $A$ , хоч у точці  $B$ .

Отже, кутові швидкості обертання твердого тіла навколо паралельних осей, які проходять

через його точки, будуть однаковими. Рух твердого тіла можна розглядати як композицію обертального руху навколо будь-якої точки і поступального руху цієї точки. Тоді чому б не знайти ось точки, поступальний рух якої у даний момент часу відсутній? Вона на мить зупинилась, і все тіло наче обертається навколо нерухомої осі, що проходить через неї. Замість двох рухів, маємо один – суттєве спрощення!

Щоб знайти таку вісь, скористаємось тією обставиною, що під час обертання твердого тіла навколо нерухомої осі швидкості всіх його точок перпендикулярні до проведених у ці точки радіусів обертання. Якщо вісь виявиться за межами тіла, нічого страшного не трапиться – навіть коли вісь проходить через тіло, вона може не перетнути жодного атома. Отже, з точок  $A$  і  $B$  до векторів швидкостей  $\vec{v}_A$  і  $\vec{v}_B$  проведемо перпендикуляри до їхнього перетину в точці  $O$ , через яку має проходити миттєва вісь обертання (рис. 3).

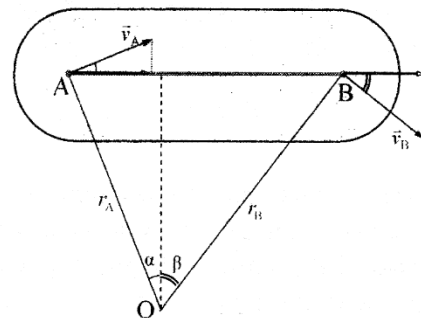


Рис. 3

Перевіримо наше припущення. Висота, яка опущена з вершини  $O$  трикутника  $AOB$  до сторони  $AB$ , ділить трикутник  $AOB$  на два прямокутні трикутники і її можна знайти з них як прилеглий до кута катет:

$$r_A \cos \alpha = r_B \cos \beta. \quad (1)$$

Згідно рівності проекцій на напрям  $AB$  маємо:

$$v_A \cos \alpha = v_B \cos \beta. \quad (2)$$

Якщо поділити (2) на (1), отримаємо кутову швидкість обертання, яка однакова для всіх точок твердого тіла.

$$\frac{v_A}{r_A} = \frac{v_B}{r_B} = \omega.$$

**Миттєва вісь обертання знаходиться на перетині перпендикулярів до швидкостей. Кутові швидкості всіх точок тіла відносно неї однакові.**

Це означає, що прямокутні трикутники, побудовані у певному масштабі на векторах швидкостей і перпендикулярних до них радіусах, подібні, що дає змогу знайти миттєву вісь обертання навіть у тих випадках, коли перпендикуляри збігаються.

Уявіть котушку з-під ниток, яка прокочується між двома паралельними лінійками (рис. 4) і скажіть, куди і з якою швидкістю вона рухається.

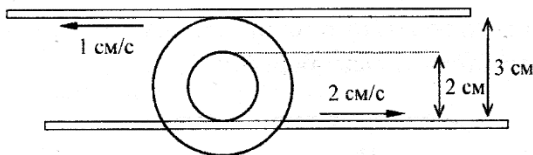


Рис. 4

Для відповіді на запитання знайдемо миттєву вісь обертання. У точках дотику котушки і лінійок їхні швидкості збігаються. На рис. 5 у масштабі зображено вектори швидкостей у цих точках. Перпендикуляри, проведені через ці точки до векторів швидкостей співпадають, і знайти миттєву вісь обертання на їх перетині не можливо. Скористаємось тим, що прямокутні трикутники з однією вершиною на миттєвій осі обертання і протилежними до неї катетами, утвореними векторами швидкостей, є подібними. Для умов задачі, така точка ділить відрізок між точками дотику у співвідношенні 2 : 1 (рис. 5). Кутова швидкість обертання буде:

$$\omega = \frac{2 \text{ см/с}}{2 \text{ см}} = \frac{1 \text{ см/с}}{1 \text{ см}} = 1 \text{ с}^{-1}.$$

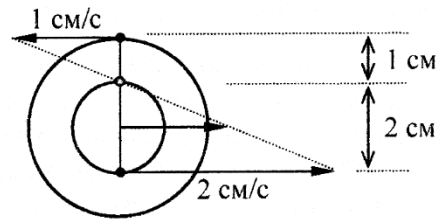


Рис. 5

Як видно з рисунка, центр котушки рухається вправо зі швидкістю

$$v = \omega R = 1 \text{ с}^{-1} \cdot 1 \text{ см} = 1 \text{ см/с}.$$

Щоб закріпити теоретичні відомості, розв'яжімо таку задачу.

**Задача 1.**

Один кінець нитки прив'язаний до іграшкового автомобіля, а інший піднімають вертикально догори зі сталою швидкістю  $v$  (у початковому стані нитка була горизонтальна). Визначіть швидкість автомобіля  $u$  за час  $t$  ( $t < l/v$ ), а також найбільшу і найменшу швидкості ділянок нитки у цей момент часу (рис. 6).

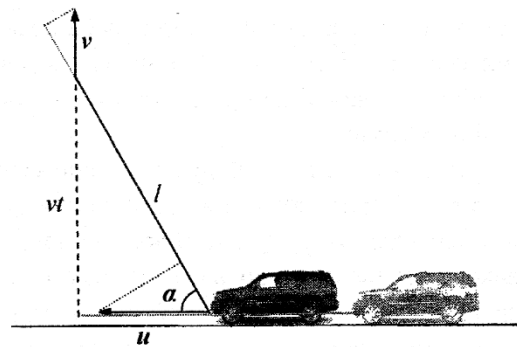


Рис. 6

**Розв'язок.**

Швидкість нижнього кінця нитки така ж, як у автомобіля  $u$ . Проекція цієї швидкості на напрям нитки

$$u_l = u \cos \alpha = u \frac{\sqrt{l^2 - v^2 t^2}}{l}$$

дорівнює проекції швидкості верхнього кінця нитки

$$v_t = v \sin \alpha = v \frac{vt}{l}$$

і, взагалі, проекції швидкості будь-якої точки нитки на цей напрям. Прирівнюючи  $u_t$  і  $v_t$ , знаходимо

$$\text{швидкість автомобіля } u = \frac{v^2 t}{\sqrt{l^2 - v^2 t^2}} \text{ за час } t \text{ після}$$

початку руху.

Оскільки швидкість має ще проекцію на напрям, перпендикулярний до нитки, найбільшою або найменшою буде швидкість у тієї точки нитки, у якій ця перпендикулярна складова виявиться, відповідно, найбільшою або найменшою.

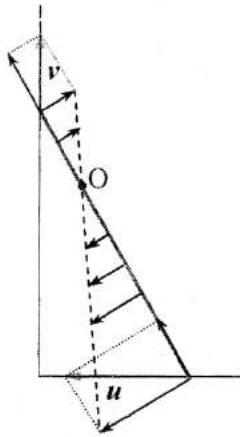


Рис. 7

На рис. 7 зображено перпендикулярні складові швидкостей декількох точок нитки. Найбільшою буде швидкість одного з кінців нитки, а найменшою – точки  $O$ , перпендикулярна складова швидкості якої дорівнює нулеві. Отже, максимальною буде швидкість  $v$  верхнього кінця нитки для моментів часу, коли

$$v > u = \frac{v^2 t}{\sqrt{l^2 - v^2 t^2}},$$

тобто для  $t < \frac{l}{v\sqrt{2}}$ .

Для проміжку часу  $t \in \left( \frac{l}{v\sqrt{2}}, \frac{l}{v} \right)$  максималь-

ною буде швидкість  $u = \frac{v^2 t}{\sqrt{l^2 - v^2 t^2}}$  нижнього

кінця нитки.

У момент часу

$$t = \frac{l}{v\sqrt{2}}$$

нитка утворює кут  $45^\circ$  і швидкості обох кінців однакові.

Щодо найменшої швидкості у точці  $O$ , її значення дорівнює

$$v_t = \frac{v^2 t}{l}$$

і лінійно зростає з часом.

Точка  $O$  мандрує ниткою у процесі руху від кінця, до якого прив'язаний автомобіль, до кінця, який піднімають догори.

Розв'язок цієї задачі за допомогою миттєвої осі обертання має зовсім інший вигляд, хоча обидва підходи й засновані на однакових ідеях.

До швидкостей  $v$  і  $u$  проводимо перпендикуляри, на перетині яких знаходимо миттєву вісь обертання  $O'$  (рис. 8).

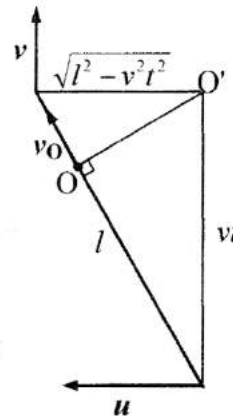


Рис. 8

Кутова швидкість обертання однакова для всіх точок нитки

$$\omega = \frac{v}{\sqrt{l^2 - v^2 t^2}} = \frac{u}{vt} = \frac{v_0}{OO'}$$

З останнього виразу відразу знаходиться швидкість нижнього кінця нитки

$$u = \frac{v^2 l}{\sqrt{l^2 - v^2 t^2}}$$

Швидкість  $v_0$  тієї точки  $O$  нитки, яка з усіх інших найближча до миттєвої осі обертання  $O'$ , відповідно буде найменшою:

$$v_0 = \omega OO' = \frac{v}{\sqrt{l^2 - v^2 t^2}} \cdot \frac{vl\sqrt{l^2 - v^2 t^2}}{l} = \frac{vt^2}{l}$$

### Кінематичні обмеження у точках дотику тіл

Два тіла під час дотику можуть або проковзувати, або ні.

*Якщо тіла не проковзують, їхні швидкості у точці дотику однакові.*

Цією обставиною ми користувалися й раніше, коли вважали, що за відсутності проковзування точка колеса у місці дотику до поверхні на мить набуває її швидкості та зупиняється. Справді, якби це було не так, на вологому ґрунті не залишалися б сліди від автомобільних протекторів. У статті "Особливості закону додавання швидкостей" розглядався рух залізничного колеса. Тепер можна проаналізувати такий рух по-іншому.

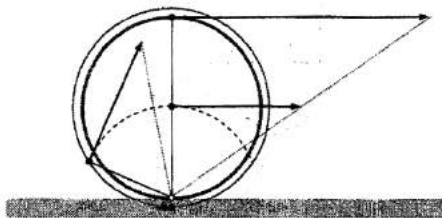


Рис. 9

У точці дотику до нерухомої рейки колесо на мить зупиняється, отже, саме через цю точку має проходити миттєва вісь обертання. На рис. 9 зображено швидкості чотирьох точок колеса, вектори яких утворюють катети подібних прямокутних трикутників з протилежною вершиною на миттєвій осі обертання. Подібність трикутників забезпечується однаковою кутовою швидкістю всіх точок. Знайти швидкість будь-якої точки на колесі тепер дуже легко. Достатньо з'єднати її з миттєвою віссю обертання і побудувати подібний трикутник. Зрозуміло, що рівновіддалені від осі обер-

тання точки мають рівні швидкості. На рис. 9 пунктирна дуга кола відокремлює точки, які мають більшу від модуля швидкості ніж швидкість потяга (вище дуги), від точок, які мають меншу швидкість (нижче від дуги). Точки, які знаходяться нижче від рівня рейки, мають горизонтальну складову швидкості спрямовану в бік, протилежний до швидкості потяга, тобто рухаються у протилежному напрямку.

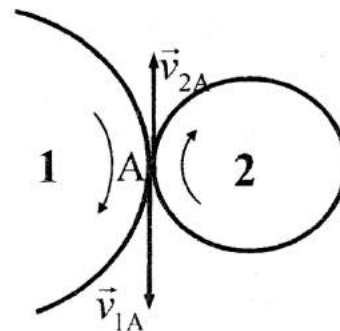


Рис. 10

Розглянемо тепер два тіла, які в точці дотику  $A$  проковзують (рис. 10). Відносно системи відліку, пов'язаною з точкою  $A$ , швидкості першого і другого тіл у цій точці знаходяться в площині дотику (щоб її краще уявити, слід подумки збільшити місце дотику у багато разів) і можуть мати довільні значення  $\vec{v}_{1A}$  і  $\vec{v}_{2A}$ . Припустимо тепер, що точка  $A$  рухається з деякою швидкістю  $\vec{v}_A$  відносно лабораторної системи відліку. Тоді швидкості першого і другого тіл у точці дотику відносно лабораторної системи знаходяться за законом додавання швидкостей (рис. 11)

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{1A} + \vec{v}_A, \quad \vec{v}_2 = \vec{v}_{2A} + \vec{v}_A.$$

*Проекції швидкостей двох тіл у точці дотику на перпендикуляр до площини дотику однакові.*

Додамо, що ці проекції дорівнюють проекції на перпендикуляр швидкості точки  $A$ . Це зумовлено тим, що швидкості  $\vec{v}_A$  і  $\vec{v}_{2A}$  знаходяться у площині дотику і звідси мають нульові проекції на перпендикуляр до неї.



$$\begin{aligned} \text{Pr}_\perp(\vec{v}_1) &= \text{Pr}_\perp(\vec{v}_{1A} + \vec{v}_A) = \\ &= \text{Pr}_\perp(\vec{v}_{1A}) + \text{Pr}_\perp(\vec{v}_A) = \\ &= \text{Pr}_\perp(\vec{v}_A) = \text{Pr}_\perp(\vec{v}_2) \end{aligned}$$

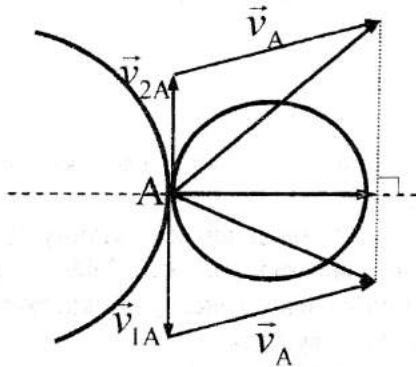


Рис. 11

**Задача 2.**

Верхнє лезо ножиць опускається з кутовою швидкістю  $\omega$ , виштовхуючи олівець (рис. 12). Знайдіть залежність швидкості  $v$  руху олівця вздовж горизонтального леза від кута  $\alpha$  між лезами. Радіус олівця  $R$ , ширина кожного леза  $h$ , шарнір з'єднає леза посередині їхньої ширини.

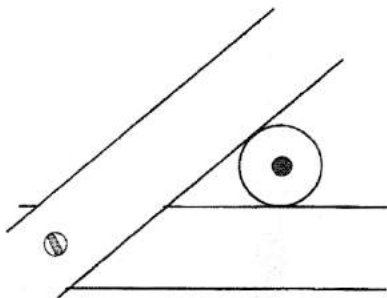


Рис. 12

**Розв'язок.**

Олівець дотикається до лез ножиць у двох точках. Від того рухається олівець під тиском лез поступально, чи ні, швидкість його переміщення

у горизонтальному напрямку вочевидь не залежить. Вважатимемо, що олівець рухається поступально. Тоді швидкість олівця у точці  $A$  дотику до верхнього леза дорівнюватиме  $v$  (рис. 13).

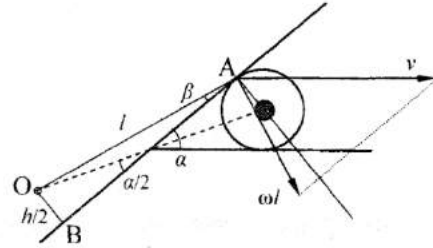


Рис. 13

Швидкість леза у цій точці буде перпендикулярна до  $OA=l$  і дорівнюватиме  $\omega l$  ( $O$  – вісь обертання). Оскільки в точці  $A$  відбувається проковзування, проекції швидкостей леза та олівця на перпендикуляр до площини проковзування (в нашому випадку до лінії леза  $AB$ ) мають бути рівні, тобто  $\omega l \cos \beta = v \sin \alpha$ , де вираз для  $\cos \beta$  знайдімо з трикутника  $OAB$ :

$$\cos \beta = \frac{AB}{l},$$

а відстань  $AB$  – з двох прямокутних трикутників:

$$AB = \frac{h}{2} \text{ctg} \frac{\alpha}{2}.$$

Отже,

$$v = \frac{\omega l \cos \beta}{\sin \alpha} = \frac{\omega AB}{\sin \alpha} = \frac{\omega(R + h/2)}{1 - \cos \alpha}.$$

Звісно, випадок  $\alpha \rightarrow 0$ , коли швидкість прямує до нескінченності, не можна розглядати щонайменше з двох причин: по-перше, ножиці мають певну довжину, тому кут  $\alpha = 0$  з олівцем між лезами не можливий і, по-друге, за певного кута виникне заклинювання, коли зі збільшенням сили тиску лез, збільшиться не тільки виштовхувальна сила, а й сила тертя, при цьому остання перевищуватиме виштовхувальну силу аж до повної зупинки олівця. Але це вже питання динаміки. У наступній статті знайти відповіді на деякі з них нам знову допоможе закон додавання швидкостей.

# Умови задач XLVI Всеукраїнської олімпіади з фізики Севастополь, 2009 р.

8-й клас

### Задача 1.

На світлині – професор кафедри квантової макрофізики Дніпропетровського національного університету В. С. Савчук.



Вважаючи, що світлину була зроблено з досить великої відстані, визначіть:

1. Яка вада зору у вченого – короткозорість чи далекозорість;
2. Визначіть з якомога більшою точністю оптичну силу лінз його окулярів;
3. Як зміниться відповідь, якщо припустити, що світлину було зроблено з близької відстані (поясніть).

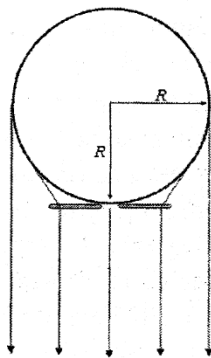
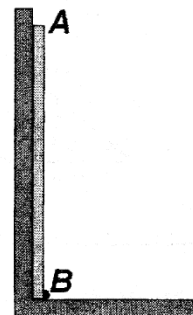


Рис. 1.

Відомо, що під час виготовлення окулярів оптичні центри лінз розташовують навпроти зіниць очей, коли людина дивиться вдалину. Для виконання завдання скористайтеся лінійкою та запропонованою моделлю (рис. 1), на якій схематично зображено голову людини, лінзи окулярів і хід променів (вигляд зверху). Під час розрахунків вважайте, що  $R = (10,0 \pm 1,0)$  см. Оцініть точність розрахунків.

### Задача 2.

Біля вертикальної стінки стоїть паличка  $AB$  завдовжки  $L$  (див. рис.). На її нижньому кінці  $B$  сидить жук. У той момент, коли кінець  $B$  почали рухати праворуч з постійною швидкістю  $v$ , жук поповз по паличці з постійною щодо неї швидкістю  $u$ . На яку максимальну висоту над підлогою підніметься жук за час свого руху паличкою, якщо її верхній кінець не відривається від стінки?

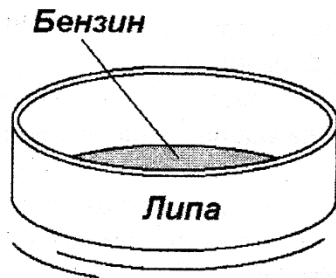


### Задача 3.

Відомо, що бензин не розпливається по поверхні води, а липовий брусок у бензині не тоне. У ванну, заповнену водою, опустили кільце з липи (див. рис.). Площа поперечного перерізу отвору кільця

$S = 300 \text{ см}^2$ , а його висота  $H = 5 \text{ см}$ . Яку масу бензину можна влити всередину кільця так, щоб він не потрапив назовні?

Густина липи  $\rho_{\text{л}} = 500 \text{ кг/м}^3$ .



#### Задача 4.

Колона автомобілів рухається прямолінійно зі швидкістю  $V = 36 \text{ км/год}$ , рівномірно розтягнувшись на віддаль  $L = 3 \text{ км}$ . Два спостерігачі на мотоциклах починають рух з центру колони у протилежних напрямках зі швидкостями  $V_1 = 4V$  (у напрямку голови колони) та  $V_2 = 2V$  (у напрямку хвоста колони). Доїхавши до країв колони, спостерігачі розвертаються та продовжують рух із тими ж швидкостями у зворотному напрямку. Визначте, у якій точці колони (відраховуючи від її голови) відбудеться їхня перша зустріч і який шлях пройде колона за цей час.

#### Задача 5.

На шальку пружинних терезів кладуть тіло масою  $m$ . У момент, коли тіло торкнеться поверхні шальки терезів, його миттєво відпускають. У результаті повного згасання коливань шальки з тілом виділяється кількість теплоти  $Q_m$ . Скільки тепла  $Q_M$  виділиться, якщо за тих же умов тіло масою  $m$  замінити на тіло масою  $M = nm$ ?

Задачі запропонували:  
**О. Ю. Орлянський (1),**  
**С. У. Гончаренко (2-4),**  
**Б. Г. Кремінський (5)**

#### 9-й клас

#### Задача 1.

На світлині – професор кафедри квантової макрופізики Дніпропетровського національного університету В. С. Савчук.



Вважаючи, що світлину була зроблено з досить великої відстані, визначить:

1. Яка вада зору у вченого – короткозорість чи далекозорість;
2. Визначить з якомога більшою точністю оптичну силу лінз його окулярів;
3. Як зміниться відповідь, якщо припустити, що світлину було зроблено з близької відстані (поясніть).

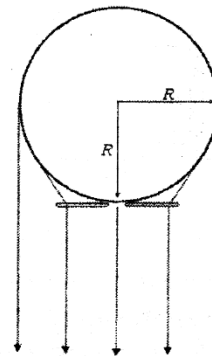


Рис. 1.

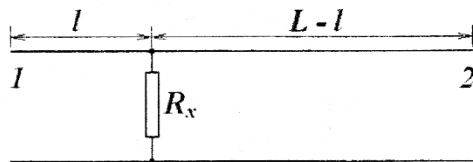
Відомо, що під час виготовлення окулярів оптичні центри лінз розташовують навпроти зіниць очей, коли людина дивиться вдалину. Для виконання завдання скористайтеся лінійкою та запропонованою моделлю (рис. 1), на якій схематично зображено голову людини, лінзи окулярів і хід променів (вигляд зверху). Під час розрахунків вважайте, що  $R = (10,0 \pm 1,0) \text{ см}$ . Оцініть точність розрахунків.

**Задача 2.**

У калориметр з гарячою водою вкинули шматочок льоду, температура якого  $0\text{ }^\circ\text{C}$ . Коли встановилася теплова рівновага, температура води знизилася на  $t_1 = 12\text{ }^\circ\text{C}$ . Коли в калориметр вкинули другий такий самий шматочок льоду, температура води знизилася ще на  $t_2 = 10\text{ }^\circ\text{C}$ . На скільки градусів знизиться температура води, якщо в неї вкинути третій такий самий шматочок, який повністю розтане? Теплоємністю калориметра та теплообміном з довколишнім середовищем знехтуйте.

**Задача 3.**

У деякій точці двопровідної телефонної лінії невідомої довжини  $L$  сталося пошкодження, внаслідок якого між провідниками з'явився опір витoku  $R_x$  (див. рис.). До обох кінців лінії прибули бригади (№ 1 та № 2). Вони заміряли опори лінії при розімкнутих ( $R_1$  і  $R_2$ ) та закорочених ( $r_1$  і  $r_2$ ) протилежних кінцях лінії та отримали значення  $R_1 = 4\text{ Ом}$ ,  $R_2 = 8\text{ Ом}$ ,  $r_1 = 3,5\text{ Ом}$ . Визначіть опір витoku  $R_x$ , відстань  $l$  до місця пошкодження, загальну довжину лінії  $L$ , а також відновіть втрачене значення опору  $r_2$ . Опір одиниці довжини кожного провідника лінії, становить  $\rho = 5,4 \cdot 10^{-4}\text{ Ом/м}$ .

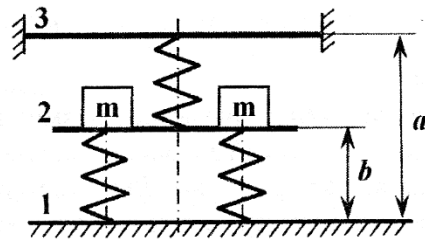


**Задача 4.**

На дерев'яному колесі водяного млина радіусом  $R = 1\text{ м}$  рівномірно розміщені  $N$  комірок для набору води ( $N = 21$ ). Коли чергова комірка проходить верхнє положення, в неї наливається (без початкової швидкості щодо землі) вода масою  $m = 10\text{ кг}$ . Коли комірка проходить нижнє положення, вода виливається з неї зі швидкістю руху крайніх точок колеса (комірки). Знайдіть швидкість обертання колеса, що встановиться, не враховуючи його маси й тертя в осі, вважаючи зіткнення рідини з коміркою колеса: а) абсолютно пружним; б) абсолютно непружним.

**Задача 5.**

Три однакові пружини розміщені між трьома горизонтальними пластинами. Система має вісь симетрії, що збігається з віссю симетрії верхньої пружини. На рисунку система зображена в кінцевому положенні. Спочатку пластина 3 була рухомою, а два однакові тягарі маси  $m$  лежали на ній симетрично. У положенні статичної рівноваги вона була закріплена нерухомо на відстані  $a$  від пластини 1. Після цього обидва тягарі були перекладені на рухому пластину 2, яка, перемістившись, зупинилася на відстані  $b$  від пластини 1. Знаючи значення  $m$ ,  $a$ ,  $b$ , знайдіть жорсткість пружин  $k$  та їх довжину  $l$  у недеформованому стані. Пластили весь час залишалися горизонтальними. Масою та деформацією пластин знехтуйте.



Задачі запропонували:  
**О. Ю. Орлянський (1),**  
**С. У. Гончаренко (2–3)**  
**В. П. Сохацький (4),**  
**Б. Г. Кремінський (5)**

*10-й клас*

**Задача 1.**

Аналіз руху космічних апаратів Піонер-10 і Піонер-11 виявив незвичну аномалію: обидва космічні апарати мали додаткове пришвидшення

$$\Delta a \approx 8 \cdot 10^{-10}\text{ м/с}^2$$

у напрямку Сонця, яке упродовж років залишалося незмінним, попри значне збільшення відстані від Сонця. Одним з можливих пояснень “ефекта Піонерів” є гравітаційна взаємодія з темною матерією, що може скупчуватися довкола зір.

З погляду вчених, темна матерія складається з поки що не відкритих елементарних частинок,

які взаємодіють зі звичною речовиною тільки гравітаційно. На момент, коли відстань між Піонером-10 та Сонцем дорівнювала

$$r_0 = 50 \text{ а. о.}$$

(1 а. о. =  $1,5 \cdot 10^{11}$  м – відстань від Землі до Сонця), швидкість, з якою космічний апарат віддалявся від Сонця, була  $v_0 = 12$  км/с. Знайдіть, на якій відстані від Сонця Піонер-10 зупиниться і почне зворотній рух, якщо вважати, що аномалія буде зберігатися й надалі. Знайдіть залежність густини темної матерії від відстані до Сонця  $\rho(r)$ , що забезпечує стале додаткове пришвидшення

$$\Delta a \approx 8 \cdot 10^{-10} \text{ м/с}^2.$$

Оцініть сукупну масу частинок темної матерії, які зараз пронизують Ваше тіло.

### Задача 2.

Горизонтальна площина, що має форму кола, обертається відносно центральної вертикальної осі зі сталою кутовою швидкістю  $\omega$ . По колу відносно цієї осі проти годинникової стрілки зі сталою швидкістю  $u$  відносно площини рухається автомобіль, яка утримується на площині за рахунок тертя. За  $\omega = 0$  допустима гранична швидкість  $u = u_0$ , а за  $u = 0$  допустима гранична кутова швидкість  $\omega = \omega_0$ . Автомобіль під час прямолінійного руху по нерухомій площині може розвивати максимальну швидкість  $u_{\max} = 4u_0$ , а площина може обертатися в будь-якому напрямку з максимальною кутовою швидкістю  $|\omega_{\max}| = 2\omega_0$ . Визначіть час кутового переміщення  $\Delta\phi$  автомобілі в нерухомій системі відліку ( $0 \leq \Delta\phi \leq 2\pi$ ) за всіх допустимих значеннях  $\omega$  та  $u$ .

### Задача 3.

У двох сполучених скляних капілярах радіусами  $R_1 = 0,5$  мм та  $R_2 = 0,9$  мм знаходиться гас (див. рис.). Верхній меніск стовпчика гасу у вужчому капілярі знаходиться на висоті  $h_1 = 10$  см. Довжина вужчого капіляра  $H_1 = 12$  см, а довжина ширшого –  $H_2 = 17$  см. У ширший капіляр зі шприца вводи-

ться вода. Між стовпчиками гасу та води утворюється стовпчик повітря. У деякий момент верхній меніск стовпчика води знаходиться на висоті  $b = 3$  см над поверхнею гасу. Змочування скла і гасом, і водою вважати повним. Коефіцієнти поверхневого натягу рідин:

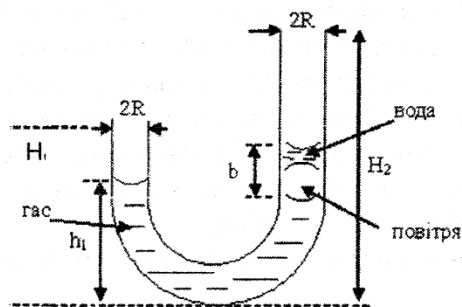
$$\sigma_{\text{гасу}} = 0,03 \text{ Н/м},$$

$$\sigma_{\text{води}} = 0,073 \text{ Н/м},$$

їхні густини дорівнюють відповідно

$$\rho_{\text{гасу}} = 800 \text{ кг/м}^3,$$

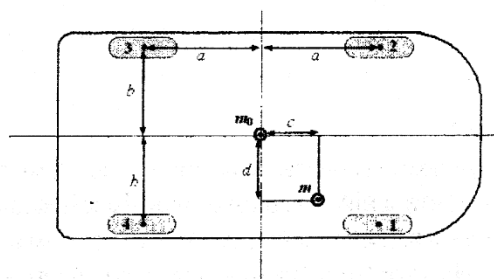
$$\rho_{\text{води}} = 1000 \text{ кг/м}^3.$$



Скільки води ще треба долити у широкий капіляр, щоб з вузького почав витікати гас?

### Задача 4.

Мікроавтобус стоїть на зупинці так, що його підлога горизонтальна, а всі чотири амортизаційні пружини (точки 1, 2, 3, 4 на рисунку) стиснуті на однакову величину  $x_0 = 8$  см. У мікроавтобус піднімається пасажир масою  $m = 75$  кг і зупиняється в точці, яка віддалена від центру мікроавтобуса на відстані  $c = 60$  см і  $d = 75$  см (див. рис.).



Визначіть, на скільки і як деформується кожна з пружин відносно попереднього положення. На скільки робота, яку виконав пасажир, піднявшись до мікроавтобуса, більша від зміни потенціальної енергії людини? Вважайте всі амортизаційні пружини однаковими, центр мас підвішеної на них верхньої частини мікроавтобуса ( $m_0 = 1500$  кг) розташованим в його центрі,  $a = 1,2$  м,  $b = 1,0$  м.

**Задача 5.**

У герметично закритій посудині об'ємом 100 л міститься деяка кількість ідеального газу, молекули якого складаються з атомів одного й того ж хемічного елемента. Посудину нагрівають, вимірюючи залежність тиску газу від його температури. Опрацювавши отримані експериментальні дані з'ясувалось, що весь графік залежності  $p(T)$  з достатньою точністю апроксимується трьома послідовними лініями: прямою, гілкою параболи й знову прямою. У табл. 1 подано деякі точки, що лежать на цих лініях. Нехтуючи втратами тепла у довколишнє середовище,

1. Поясніть появу ділянки з квадратичною залежністю;
2. Визначте інтервал температур, на якому спостерігається ця залежність;
3. Отримайте залежність внутрішньої енергії газу в посудині від температури.

Таблиця 1.

|          |       |       |        |        |        |        |        |
|----------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $T, K$   | 340   | 530   | 720    | 910    | 1100   | 1290   | 1480   |
| $p, kPa$ | 56,51 | 88,09 | 140,40 | 224,40 | 332,40 | 428,80 | 492,00 |

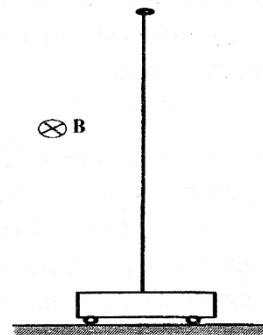
Задачі запропонували:

- О. Ю. Орлянський (1, 4),**  
**А. П. Федоренко (2),**  
**Б. Г. Кремінський, І. Л. Рубцова (3),**  
**М. І. Пашко (5)**

**II клас**

**Задача 1.**

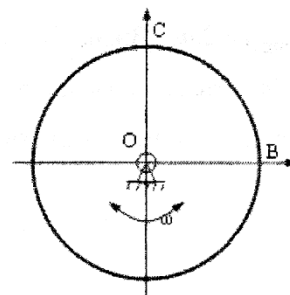
В однорідному горизонтальному магнетному полі на горизонтальній поверхні стоїть візок із вмонтованим довгим вертикальним діелектричним стрижнем. На стрижень зверху одягають заряджене кільце і відпускають (див. рис.).



Опишіть характер руху кільця і візка, знайдіть їхні максимальні швидкості. Тертям і опором повітря, а також зазором між стрижнем і кільцем знехтуйте. Маса візка зі стрижнем  $M$ , довжина стрижня  $l$ , маса кільця  $m$ , заряд кільця  $q$  (у процесі руху не змінюється), магнетна індукція  $B$ .

**Задача 2.**

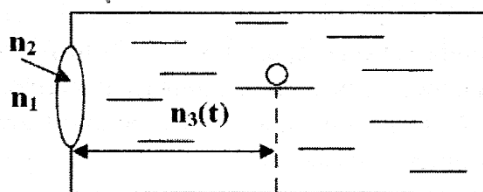
Мавпа сидить у циліндричному “драбинному” барабані, який може без тертя обертатися довкола горизонтальної осі, що співпадає з його центром (див. рис.). Біля верхньої точки  $C$  барабана висить банан. Перебуваючи у нижній точці  $A$  барабана, мавпа спочатку розгойдується, як на гойдалці, поки не досягне точки  $B$  на рівні осі барабана. Тут вона починає бігти по бічній поверхні барабана, перехоплюючи шаблі драбини, утримуючись певний час  $t$  на рівні осі барабана.



Яким має бути цей час, щоб мавпа могла легко добратися до банана? Кругова частота малих власних коливань барабана з мавпою поблизу точки  $A$  дорівнює  $k$ . Врахуйте, що спроба потрапити спочатку в точку  $C$ , не зупиняючись у точці  $B$ , не дала результату.

**Задача 3.**

В одну зі стінок скляної кювети, що заповнена водою, вмонтовано опуклу лінзу з радіусами кривини поверхонь  $r_1$  та  $r_2$  (див. рис.). У кювету накипають сіль, утворюється однорідний за об'ємом розчин. Під час нагрівання показник заломлення розчину зростає лінійно з часом за законом  $n(t) = n_0 + \alpha t$ . Запишіть формулу тонкої лінзи у цьому випадку. Зобразіть графічно залежність оптичної сили лінзи у такій системі від часу нагрівання та прокоментуйте цю залежність. Розрахуйте залежність фокусної відстані лінзи у розчині від часу. Відобразіть зміну положення зображення бульбашки (об'єкта), яке ми бачимо, дивлячись на неї крізь скло з повітря, якщо у початковий момент вона знаходилась на подвійній фокусній відстані у воді й надалі залишалась нерухомою. Як залежить від часу відношення радіуса зображення бульбашки до радіуса самої бульбашки (коефіцієнт збільшення)? Вважайте, що показники заломлення повітря  $n_1 = 1$ , лінзи  $n_2$ , а показник заломлення води за  $t = 0$ ;  $n_0 < n_2$ .



**Задача 4.**

Залежність напруги між клемми схеми (рис. 1) від часу зображено графіком на рис. 2.

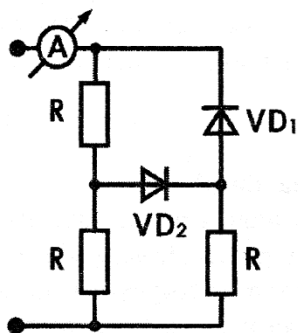


Рис. 1.

Період прикладеної напруги –  $T$ , амплітуда –  $U_0$ . Знайдіть ефективне значення струму, яке покаже амперметр  $A$ , увімкнений у схему рис. 1, якщо опори всіх резисторів однакові й дорівнюють  $R$ . Амперметр і діоди вважайте ідеальними.

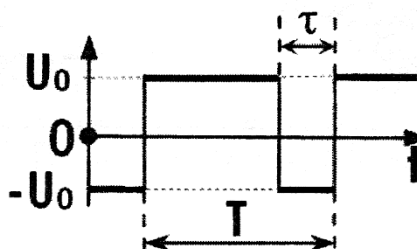


Рис. 2.

Добуток ефективних значень напруги та сили струму дорівнює середній тепловій потужності, яка виділяється на активному опорі.

**Задача 5.**

Механічний годинник з гирею можна наближено розглядати як маятник із згасанням, рівняння коливань якого має вигляд

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

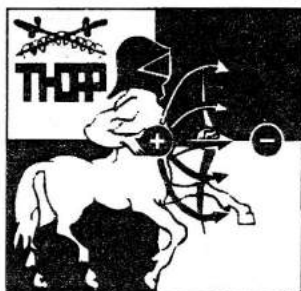
де  $x$  – величина, яка характеризує відхилення від положення рівноваги (точка над символом позначає диференціювання за часом);  $\delta$  – параметр в'язкого тертя;  $\omega_0$  – власна частота.

У моменти часу, коли маятник проходить через положення рівноваги, його швидкість зростає за модулем на сталу величину  $\Delta$  під дією так званого анкерного механізму (завдяки потенціальній енергії гирі). У результаті рух маятника стає строго періодичним. Зобразіть (на якісному рівні) залежність швидкості маятника  $\dot{x}$  від відхилення  $x$  (фазову траєкторію) в режимі усталених коливань.

Знайдіть максимальне відхилення маятника від положення рівноваги в цьому режимі.

*Задачі запропонували:*

- О. Ю. Орлянський (1), А. П. Федоренко (2),  
І. Л. Рубцова (3), Л. М. Заседка (4),  
І. О. Анісімов (5)



# Умови задач

## XVIII Всеукраїнського турніру юних фізиків 2009/2010 навчального року

### 1. “Придумай сам”

Використовуючи лампочку розжарювання, встановіть залежність енергії, що випромінює спіраль, від її температури. Оцініть коефіцієнт сірості матеріалу спіралі (пірометр використовувати не можна).

### 2. “Паперовий анемометр”

Наріжте паперові смужки і помістіть їх у повітряний потік. Ви почуєте шум. Як за шумом визначити швидкість потоку повітря? Як впливає довжина смужок на точність результату?

### 3. “Поки горить свічка, доти багаття палає...”

Яку швидкість мусить мати порив вітру, щоб задути свічку?

### 4. “Принцеса на горошині”

Під центром стосу паперу знаходиться маленька кулька. Як залежить форма поверхні стосу від його товщини і розміру кульки?

### 5. “Дзеркальна каламуть”

Як залежить чіткість зображення у дзеркалі від часу, якщо дзеркало має температуру нижчу, ніж точка роси в приміщенні?

### 6. “І за борт її кидають...”

Над ванною з гарячою водою відпускають кубик льоду, який шойно вийняли з морозильної камери. Яким може бути розмір кубика, щоб лід після занурення у воду вже не сплив?

*Наука витончує розум,  
навчання загострює пам'ять.*

*Кузьма Прутков,  
афоризм № 7*

### 7. “Горох Ван дер Ваальса”

У чашку Петрі в один шар укладені горошини. Чашку помістіть на вібростенд. Проведіть спостереження за характером руху горошин залежно від щільності їхнього укладання і характеристик вібрації. За якої щільності рух горошин набуває “дифузійного” характеру?

### 8. “Мильний сачок”

Зробіть із дроту невелике кільце і змочіть його мильним розчином так, щоб воно вкрилося мильною плівкою. Якщо тепер до плівки піднести заряджене тіло, то вона почне викривлятися. Дослідіть форму плівки залежно від відстані між нею і зарядженим тілом, а також від величини його заряду.

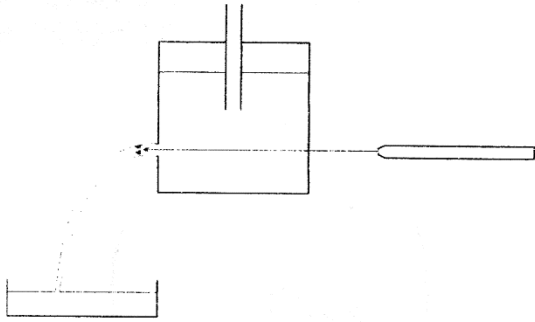
### 9. “Магнетна лінза”

Звичайна лампочка розжарювання є аналогом електронної гармати. До яких мінімальних розмірів і як Ви зможете сфокусувати потік електронів, що випромінює нитка розжарювання? Обґрунтуйте ваші результати теоретично.



**10. “Рідкий світловід”**

Прозора посудина заповнена рідиною (наприклад, водою). Струмінь витікає з посудини. Джерело світла встановлено так, що горизонтальний промінь входить у струмінь рідини (див. рис.). За яких умов струмінь діятиме як світловід?

**11. “Сталеві кулі”**

Якщо розмістити між двома сталевими кулями, що зіштовхуються, лист (наприклад, паперу), то деколи можна спостерігати утворення “пропаленого” отвору в листі. Дослідіть цей ефект для різних матеріалів листа. З якою мінімальною швидкістю мають рухатися кулі, щоб цей ефект спостерігався?

**12. “Пісок”**

Сухий пісок досить м’який під час ходьби порівняно з вологим. Однак пісок, який містить велику кількість води, стає знову м’яким. Дослідіть найважливіші параметри, що впливають на м’якість піску.

**13. “Мокрі рушники”**

Деколи під час тріпання рушника можна почути характерний звук, подібний до звуку ляскання багота. Дослідіть це явище. Чому мокрий рушник ляскає голосніше, ніж сухий?

**14. “Прут, що співає”**

Металевий стрижень (прут) утримують між двох пальців й ударяють. Дослідіть, як звук, що виникає, залежить від позицій, за які утримують стрижень і куди ударяють.

**15. “Діамантові візерунки”**

Крапельку води, що розташована на нижньому кінці вертикальної трубки, освітлюють лазерним вказівником. При цьому на екрані, який розміщено за краплею, можна спостерігати візерунок. Дослідіть та поясніть структуру візерунка.

**16. “Магнетна пружина”**

Два магнети встановлено один над іншим так, що один із них зафіксовано, а другий – може рухатися лише у вертикальному напрямку. Дослідіть коливання магнету.

**17. “Електромагнетна гармата”**

*“Если близко воробей –  
Мы готовим пушку.  
Если муха – муху бей!  
Взять её на мушку!”*

**Ю. Ентін,**  
з мультиплікаційного фільму  
“Бременські музиканти”

Сконструйте електромагнетну гармату, що стріляє металевими кульками, із соленоїда та конденсатора, зарядженого не більше ніж до 50 В. Дослідіть залежність швидкості вильоту кульки з електромагнетної гармати від параметрів установки та максимізуйте її.

*Задачі запропонували та підготували:*

**Орлянський О. Ю.** (Дніпропетровськ),  
**Анісімов М. І., Кельник О. І.,**  
**Соколов Е. О.** (Запоріжжя),  
**Чернецький І. С.** (Кам’янець-Подільський),  
**Креміньський Б. Г., Хоменко О. В.** (Київ),  
**Камін О. Л., Камін О. О.** (Луганськ),  
**Віктор П. А., Колебошин В. Я., Колебошин С. В.,**  
**Кулінський В. Л., Філатова О. Г.** (Одеса),  
**Майтвейчук О. І.** (Ейндховен),  
**Главацький К. С.** (Трондхейм),  
**Гельфгат І. М., Гребенюк Ю. В.,**  
**Зарицький А. Н., Колупасів І. М.,**  
**Ненашев І. Ю.** (Харків),  
та оргкомітет Міжнародного турніру  
юних фізиків

# РОЗВ'ЯЗКИ ЗАДАЧ XLV ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ З ФІЗИКИ (Севастополь, 2009)

8-й клас

### Задача 1.

Для розв'язання задачі потрібно за допомогою лінійки виміряти відстань  $L$  між краями голови, які можна побачити в окулярах та відстань  $l$  між зірницями (рис. 1).

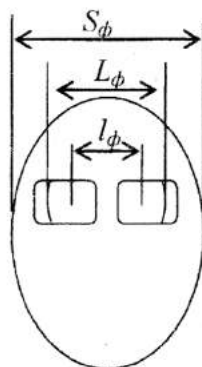


Рис.1.

Після нанесення цих величин на схему, отримаємо рис. 2. Перетин променя ( $I$ ), який іде від зіниці ока та продовження променя  $AB$ , який іде від краю голови, дають положення фокуса  $F$  лінзи окулярів.

Із подібності – трикутників маємо:

$$\frac{h}{f} = \frac{L}{L-l},$$

де  $h = MC$  та  $f = FG$ .

Враховуючи, що оптична сила  $D = 1/f$ , отримуємо

$$Dh = \frac{L}{L-l}. \quad (1)$$

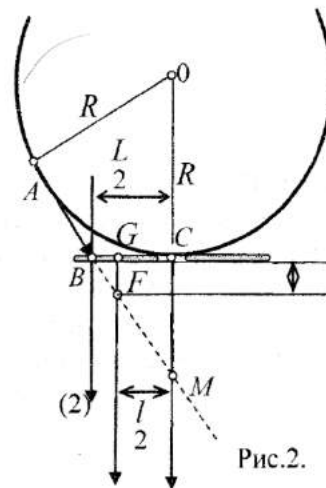


Рис.2.

Із подібності трикутників  $\triangle AOM$  і  $\triangle MBC$

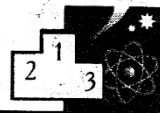
$$\frac{2h}{L} = \frac{\sqrt{(R+h)^2 - R^2}}{R} = \frac{\sqrt{2Rh + h^2}}{R} \quad (2)$$

Розв'язуючи (1) і (2) сумісно, отримуємо:

$$D = \frac{4R^2 - L^2}{2RL(L-l)}$$

Розміри  $L$  і  $l$  можна отримати, помноживши відповідні розміри на фото  $L_\phi$  і  $l_\phi$  масштабний множник  $2R/S_\phi$ , де  $S_\phi$  – поперечний розмір голови на фото. Тоді

$$D = \frac{S_\phi^2 - L_\phi^2}{2RL_\phi(L_\phi - l_\phi)}$$

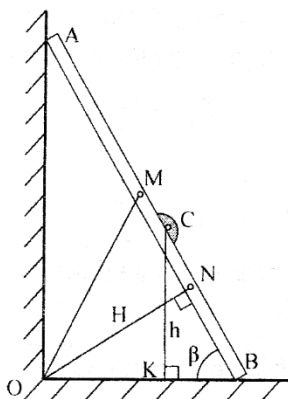


Похибка оптичної сили:

$$\Delta D \approx D \left( \frac{2\Delta S_\phi}{(S_\phi - L_\phi)} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta L_\phi}{L_\phi} + \frac{2\Delta L_\phi}{L_\phi - l_\phi} \right).$$

**Задача 2.**

Нехай за час  $t$  положення палички відповідає малюнку.



Тоді точка  $C$  – місце знаходження жука на паличці; точка  $M$  – середина палички;  $CK = h$  – висота жука над підлогою;  $ON = H$  – відстань від точки  $O$  до палички;  $t$  – час, який минув з початку руху жука.

Тоді  $OB = V \cdot t$ ,  $BC = U \cdot t$ ;  $AM = OM = L/2$ .

Трикутники  $ONB$  і  $CKB$  подібні, оскільки вони прямокутні та мають спільний гострий кут  $\beta$ , тому:

$$\frac{CK}{ON} = \frac{BC}{OB},$$

або

$$\frac{h}{H} = \frac{U \cdot t}{V \cdot t} = \frac{U}{V},$$

Звідси,

$$h = H \left( \frac{U}{V} \right).$$

У прямокутному трикутнику  $OMN$  катет

$$ON = H \leq OM = \frac{L}{2}.$$

( $OM$  – гіпотенуза), до того ж рівність досягається за  $\beta = 45^\circ$ .

Отже,  $h_{\max} = H_{\max} \frac{U}{V} = \frac{U}{2V} L$ .

Цей результат буде правильним, якщо за час

$$t_{\max} = \frac{OB}{V} = \frac{L}{\sqrt{2}V} \quad (\text{де } OB = \sqrt{\frac{L^2}{4} + \frac{L^2}{4}} = \frac{L}{\sqrt{2}} \text{ за теоремою Піфагора)}$$

жук не встигає доповзти до верхнього кінця палички, тобто коли  $U \cdot t_{\max} < L$ ,

що еквівалентно нерівності  $U \leq \sqrt{2}V$ . У протилежному випадку висота буде максимальною до моменту часу  $t = L/U$  досягнення жуком точки  $A$ :

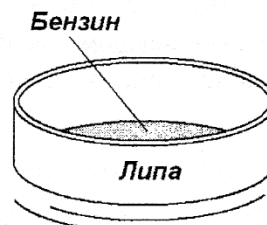
$$h_{\max} = \sqrt{L^2 - (V \cdot t)^2} = L \sqrt{1 - \frac{V^2}{U^2}}.$$

**Задача 3.**

Нехай  $S_0$  – площа горизонтального перерізу кільця (див. рис.). Вагу кільця зрівноважує сила гідростатичного тиску:

$$mg = pS_0,$$

де  $m = \rho_{\text{л}}HS_0$ ;  $p = \rho_{\text{в}}gh$ ; а  $h$  – глибина занурення кільця.



Звідси,

$$\rho_{\text{л}}gH = \rho_{\text{в}}gh. \quad (1)$$

Під час заповнення внутрішньої частини кільця бензином гідростатичний тиск на рівні нижнього краю кільця залишається постійним. Оскільки густина бензину  $\rho_{\text{б}}$  менша від густини води  $\rho_{\text{в}}$ , загальна висота шару бензину і води всередині кільця буде більша від висоти води  $h$  зовні кільця. Оскільки липа в бензині не тоне, врешті решт бензин почне підпливати під кільце знизу.

Нехай  $x$  – максимальна товщина шару бензину, налитого всередину кільця. Запишімо рівність гідростатичних тисків:

$$\rho_6 g x = \rho_v g h. \quad (2)$$

Розв'язавши спільно рівняння (1) і (2), отримаємо

$$x = H \frac{\rho_l}{\rho_6}.$$

Оскільки об'єм бензину всередині кільця

$$V = S \cdot x = S \cdot H \frac{\rho_l}{\rho_6}, \text{ то його маса}$$

$$m_5 = \rho_6 \cdot V = H \cdot S \cdot \rho_l = 0,75 \text{ кг}.$$

#### Задача 4.

Перший мотоцикліст рухається до голови колони зі швидкістю  $(v - v_1)$  відносно колони і назад з відносною швидкістю  $(v + v_1)$ . Час до зустрічі з другим мотоциклістом дорівнює

$$t = \frac{l}{2(v_1 - v)} + \frac{x}{v + v_1}.$$

Аналогічно, час руху другого мотоцикліста до зустрічі з першим буде:

$$t = \frac{l}{2(v_2 + v)} + \frac{l - x}{v_2 - v}.$$

Для знаходження невідомої величини (місце зустрічі відносно колони), маємо рівняння

$$\frac{l}{2(v_1 - v)} + \frac{x}{v + v_1} = \frac{l}{2(v_2 + v)} + \frac{l - x}{v_2 - v}.$$

Простіше відразу підставити співвідношення між швидкостями  $v_1 = 4v$ ,  $v_2 = 2v$ .

$$\frac{l}{6v} + \frac{x}{5v} = \frac{l}{6v} + \frac{l - x}{v},$$

$$x = \frac{5l}{6}; \quad x = \frac{5 \cdot 3}{6} = 2,5 \text{ км}.$$

Час до зустрічі буде:

$$t = \frac{l}{6v} + \frac{5l}{6 \cdot 5v} = \frac{l}{3v} = 100 \text{ с}.$$

Шлях, що пройшла колона, дорівнюватиме:

$$S = v \cdot t, \quad S = 1 \text{ км}.$$

#### Задача 5.

Нехай  $x$  – величина деформації пружини при переході з початкового (ненавантаженого) стану рівноваги в кінцевий (навантажений) стан статичної рівноваги. Тягарець масою  $m$  зменшить свою потенціальну енергію в полі земного тяжіння на величину  $E_m$ :

$$E_m = mgx.$$

Оскільки після затухання коливань

$$F_{np} = mg,$$

то енергія стиснутої пружини дорівнюватиме:

$$E_{np} = \frac{mgx}{2}.$$

Очевидно, що  $E_{np} = \frac{E_m}{2}.$

Кількість тепла, що виділиться у результаті, буде:

$$Q_m = E_m - E_{np} = mgx - \frac{mgx}{2} = \frac{mgx}{2}.$$

Оскільки

$$mg = kx, \quad x = \frac{mg}{k},$$

то  $Q_m = \frac{(mg)^2}{2k}.$

Аналогічно, якщо  $M = n \cdot m$ , то

$$Q_M = \frac{(Mg)^2}{2k} = n^2 \frac{(mg)^2}{2k} = n^2 Q_m.$$

Отже,  $Q_M = n^2 Q_m.$

#### 9-й клас

#### Задача 1.

Для розв'язання задачі потрібно за допомогою лінійки виміряти відстань  $L$  між краями голови, які можна побачити в очках та відстань  $l$  між зірницями (рис. 1).

Після нанесення цих величин на схему, отримаємо рис. 2. Перетин променя ( $I$ ), який іде від зірниці та продовження променя  $AB$ , який іде від краю голови, дають положення фокуса  $F$  лінзи окулярів.

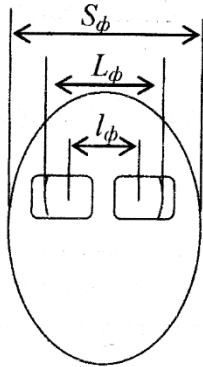


Рис.1.

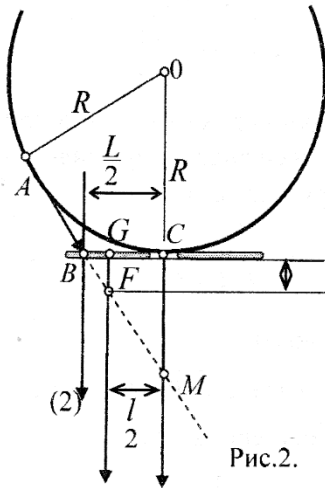


Рис.2.

Із подібності – трикутників маємо:

$$\frac{h}{f} = \frac{L}{L-l},$$

де  $h = MC$  та  $f = FG$ .

Враховуючи, що оптична сила  $D = 1/f$ , отримуємо

$$Dh = \frac{L}{L-l}. \quad (1)$$

Із подібності трикутників  $\triangle AOM$  і  $\triangle MBC$

$$\frac{2h}{L} = \frac{\sqrt{(R+h)^2 - R^2}}{R} = \frac{\sqrt{2Rh + h^2}}{R}. \quad (2)$$

Розв'язуючи (1) і (2) сумісно, отримуємо:

$$D = \frac{4R^2 - L^2}{2RL(L-l)}.$$

Розміри  $L$  і  $l$  можна отримати, помноживши відповідні розміри на фото  $L_\phi$  і  $l_\phi$  масштабний множник  $2R/S_\phi$ , де  $S_\phi$  – поперечний розмір голови на фото. Тоді

$$D = \frac{S_\phi^2 - L_\phi^2}{2RL_\phi(L_\phi - l_\phi)}.$$

Похибка оптичної сили:

$$\Delta D \approx D \left( \frac{2\Delta S_\phi}{(S_\phi - L_\phi)} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta L_\phi}{L_\phi} + \frac{2\Delta L_\phi}{L_\phi - l_\phi} \right).$$

### Задача 2.

Запишімо рівняння теплового балансу для першого випадку:

$$cM \cdot \Delta t_1 = \lambda \cdot m + cm(t_1 - \Delta t_1), \quad (1)$$

де  $M$  – початкова маса води;  $m$  – маса шматочку льоду;  $\lambda$  – питома теплота плавлення льоду;  $c$  – питома теплоємність води;  $t_1$  – початкова температура води.

Для другого шматочка можна записати аналогічне рівняння:

$$c(M+m) \cdot \Delta t_2 = \lambda \cdot m + cm \cdot (t_1 - \Delta t_1 - \Delta t_2). \quad (2)$$

Для третього шматочка:

$$c(M+2m) \cdot \Delta t_3 = \lambda \cdot m + cm \cdot (t_1 - \Delta t_1 - \Delta t_2 - \Delta t_3). \quad (3)$$

Від (2) віднімемо (1):

$$\frac{M}{m} = \frac{2\Delta t_2}{\Delta t_1 - \Delta t_2},$$

$$\frac{M}{m} = \frac{2 \cdot 10}{12 - 10} = 10.$$

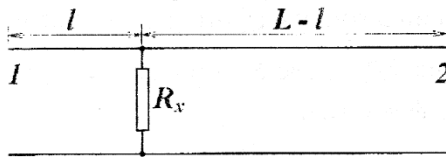
Віднімаючи від (3) (2), отримуємо:

$$(M+3m) \cdot \Delta t_3 = (M+m)\Delta t_2$$

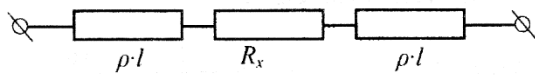
$$\Delta t_3 = \frac{(M+m)}{M+3m} \cdot \Delta t_2$$

$$\Delta t_3 = 8,5 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

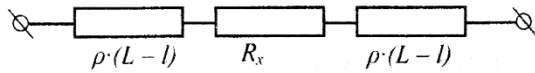
**Задача 3.**



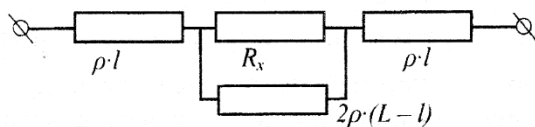
При замірах першої бригади принципові схеми для розрахунків:



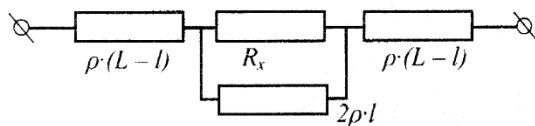
$$R_1 = 2l \cdot \rho + R_x$$



$$R_2 = 2(L-l) \cdot \rho + R_x$$



$$r_1 = 2l \cdot \rho + \frac{R_x \cdot 2(L-l)\rho}{R_x + 2(L-l)\rho}$$



$$r_2 = 2(L-l) \cdot \rho + \frac{R_x \cdot 2l\rho}{R_x + 2l\rho}$$

Розв'яжемо отриману систему (перших трьох рівнянь) та отримуємо:

$$R_x^2 = R_2(R_1 - r_1),$$

$$l = \frac{(R_1 - R_x)}{2\rho},$$

$$L = \frac{(R_2 - R_x)}{2\rho} - l.$$

Звідси,  $R_x = 2 \text{ Ом},$

$$l = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{5,4 \cdot 10^{-4}} = 1850 \text{ м},$$

$$L = \frac{4}{\rho} = \frac{4}{5,4 \cdot 10^{-4}} = 7400 \text{ м},$$

$$r_2 = 2(4-1) + \frac{2 \cdot 2 \cdot 1}{2+2} = 7 \text{ Ом}.$$

**Задача 4.**

1. Під час пружного зіткнення води з колесом не відбувається втрат енергії. Тому в стаціонарному режимі кожна порція води  $m$  додає колесу млина потенційну енергію

$$U = mg \cdot 2R$$

і віднімає кінетичну енергію

$$W = \frac{mV^2}{2},$$

де  $V$  – швидкість руху крайніх точок колеса.

Рівність цих енергій зумовлює незмінність швидкості руху колеса:

$$mg \cdot 2R = \frac{mV^2}{2},$$

звідки швидкість

$$V = \sqrt{4gR} \approx 6,3 \text{ м/с};$$

або кутова швидкість обертання

$$\omega = \frac{V}{R} \approx 6,3 \text{ рад/с},$$

або

$$n = \frac{V}{2\pi R} \approx 1 \text{ об/с}.$$

2. Під час непружного зіткнення відбуваються втрати механічної енергії – частина її перетворюється на тепло. Цю частину можна визначити, скориставшись законами збереження імпульса (точніше кажучи, законом збереження моменту імпульса). У цьому випадку, прирівнюючи імпульс (момент імпульса) колеса з  $(N-1)/2$  порціями води ( $(N+1)/2$  призводить до аналогічного результату!) до імпульса з  $\left(\frac{N-1}{2} + 1\right)$  порціями, отримуємо вираз:

$$\frac{(N-1)}{2}mV = \left(\frac{N-1}{2} + 1\right)mV_1$$

де  $V_1$  – швидкість зовнішніх точок колеса після приєднання чергової порції води масою  $m$ .

З цього виразу отримаємо швидкість

$$V_1 = \frac{N-1}{N+1}V,$$

яку і використаємо для визначення втрат механічної енергії під час непружного приєднання порції води:

$$\begin{aligned} E &= \frac{N-1}{2} \frac{mV^2}{2} - \left(\frac{N-1}{2} + 1\right) \frac{mV^2}{2} = \\ &= \frac{mV^2}{4} \left( N-1 - \frac{(N-1)^2}{N+1} \right) \approx \frac{mV^2}{1,82} \approx \frac{mV^2}{2} \end{aligned}$$

Приврівнюючи потенціальну енергію  $U$ , що набувається за один “цикл”, до втрати кінетичної  $W$  та теплової енергії  $E$ :

$$U = W + E,$$

отримаємо лінійну швидкість руху порції води в комірці, або швидкість зовнішніх точок колеса:

$$mg \cdot 2R = \frac{mV^2}{2} + \frac{mV^2}{1,82}.$$

Звідси випливає, що

$$V \approx \sqrt{1,9gR} \approx 4,3 \text{ м/с.}$$

Відповідно швидкість обертання буде:

$$\omega = \frac{V}{R} \approx 4,3 \text{ рад/с,}$$

або

$$n = \frac{V}{2\pi R} \approx 0,68 \text{ об/с.}$$

### Задача 5.

Зобразімо систему в трьох характерних положеннях:

– початковому (рис. 1), коли тягарі ще не покладені на пластину 3,  $P = 0$ ;

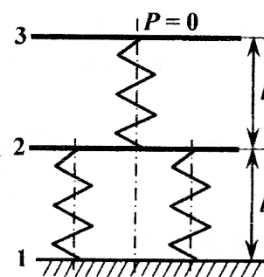


Рис. 1.

– проміжному (рис. 2), коли під дією тягарів, що лежать на рухомій пластині 3, система набула статичної рівноваги,  $P = 2mg$ ;

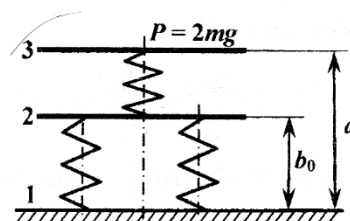


Рис. 2.

– кінцевому (рис. 3), коли пластина 3 закріплена, тягарі покладені на пластину 2, і вона досягла кінцевого положення статичної рівноваги.

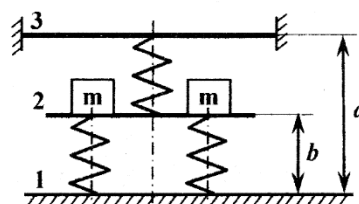


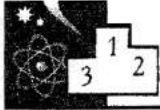
Рис. 3.

При рухомій пластині 3 (рис. 2) дві нижні пружини утворюють між собою паралельне з'єднання, а з верхньою пружиною ця пара з'єднана послідовно, бо на кожну групу пружин діє однакова сила  $P = 2mg$ . Тому

$$\frac{1}{k_1} = \frac{1}{2k} + \frac{1}{k},$$

де  $k_1$  – зведена жорсткість системи:

$$k_1 = \frac{2}{3}k.$$



Сумарна деформація системи у проміжному положенні

$$x = 2l - a.$$

З іншого боку,

$$x = \frac{2mg}{k_1} = \frac{2mg}{2k} \cdot 3 = \frac{3mg}{k}.$$

Отже, маємо рівняння:

$$l = \frac{1}{2} \left( a + \frac{3mg}{k} \right).$$

Розгляньмо систему в кінцевому положенні (рис. 3). Під дією тягарів пластина 2 перемістилася на величину  $\Delta b = b_0 - b$ , тому зведена жорсткість усієї системи буде:

$$k_2 = \frac{2mg}{\Delta b} = \frac{2mg}{b_0 - b}.$$

Деформація кожної нижньої пружини дорівнює  $(b_0 - b)$ . Деформація верхньої пружини дорівнює  $(a - b) - (a - b_0) = b_0 - b$ , тобто всі три пружини деформовані однаково. Оскільки деформації всіх трьох пружин у цьому випадку однакові, то пружини фактично утворюють паралельне з'єднання. Тому

$$k_2 = 3k.$$

Тоді

$$\Delta b = b_0 - b = \frac{2mg}{3k}.$$

Крім того,

$$l - b_0 = \frac{2mg}{2k} = \frac{mg}{k}.$$

З виразів для  $\Delta b$  та  $l - b_0$  маємо

$$l = b + \frac{mg}{k} + \frac{2mg}{3k} = b + \frac{5mg}{3k}.$$

Урахувавши раніше одержане рівняння для  $l$ , отримаємо:

$$\frac{a}{2} + \frac{3mg}{2k} = b + \frac{5mg}{3k}.$$

Звідси,

$$k = \frac{mg}{3(a - 2b)}.$$

Підставивши вираз для  $k$  у рівняння для  $l$ , одержимо відповідь

$$l = 5a - 5b.$$

### 10-й клас

#### Задача 1.

Рух космічних апаратів відбувається під дією двох сил: сили гравітаційного притягання до Сонця

$$F_1 = \frac{GmM_c}{r^2} \text{ і сталої сили з боку темної матерії}$$

$$F_2 = m\Delta a.$$

Відстань максимального віддалення  $r_m$  найпростіше знайти із закону збереження енергії:

$$\begin{aligned} \frac{mv_0^2}{2} + \left( -\frac{GmM_c}{r_0} \right) + m\Delta ar_0 &= \\ = \left( -\frac{GmM_c}{r_m} \right) + m\Delta ar_m & \end{aligned}$$

Добуток гравітаційної сталої на масу Сонця  $GM_c$  знайдемо з аналізу руху Землі:

$$m_3 \omega^2 r_1 = \frac{Gm_3 M_c}{r_1^2},$$

де  $r_1 = 1$  а. о.;  $\omega = 2\pi/T$ ;  $T \approx 3 \cdot 10^7$  с – земний рік.

Вмістом маси темної матерії в сфері радіусом 1 а. о. можна знехтувати (обґрунтуйте).

Після підстановки і скорочення, отримаємо квадратне рівняння відносно  $r_m$ :

$$\Delta ar_m^2 - \left( \frac{v_0^2}{2} - \frac{\omega^2 r_1^2}{50} + 50\Delta ar_1 \right) r_m - \omega^2 r_1^3 = 0,$$

додатний розв'язок якого дає відстань

$r_m \approx 6,53 \cdot 10^{16}$  м  $\approx 435$  тис. а. о.  $\approx 7,3$  св. р. – світлу на її подолання потрібно понад 7 років. Словом,



віддалившись на таку відстань, апарат може потрапити в зону гравітаційного впливу інших зір і не повернутися.

Знайдімо залежність густини темної матерії від відстані до Сонця  $\rho(r)$ . Оскільки додаткове пришвидшення  $\Delta a \approx 8 \cdot 10^{-10} \text{ м/с}^2$  викликає гравітаційне поле темної матерії, з другого закону Ньютона маємо:

$$m\Delta a = \frac{GmM_r}{r^2},$$

де  $M_r$  – маса темної матерії в сфері з центром у Сонці та радіусом  $r$ , який дорівнює відстані до космічного апарата (як відомо, масою зовнішніх сферичних шарів можна знехтувати). Виходить, що маса такої сфери пропорційна до квадрата радіуса:

$$M_r = \frac{\Delta a}{G} r^2.$$

Щоб знайти густину на відстані  $r$  від центра, розглянемо масу та об'єм між двома сферами, радіуси яких відрізняються на малу величину  $\Delta r$ :

$$\rho(r) = \frac{\Delta M_r}{\Delta V} = \frac{\Delta a/G \cdot 2r\Delta r}{4\pi r^2 \Delta r} = \frac{\Delta a}{2\pi G} \frac{1}{r}.$$

На відстані 1 а. о. від Сонця значення густини темної матерії  $\rho_1 \approx 1,3 \cdot 10^{-11} \text{ кг/м}^3$ . Для оцінки об'єму власного тіла, поділімо масу на густину води (густина тіла трохи менша, оскільки багато хто з людей вміє у воді лежати на спині, й при цьому надводна частина тіла зовсім незначна). Наприклад, якщо маса 75 кг, об'єм тіла дорівнює  $0,075 \text{ м}^3$ . Тоді сукупна маса частинок темної матерії, які пролітаючи скрізь тіло, знаходяться в його межах:

$$1,3 \cdot 10^{-11} \text{ кг/м}^3 \cdot 0,075 \text{ м}^3 \approx 10^{-12} \text{ кг} = 1 \text{ нг}.$$

Це зовсім не мало, оскільки величезні об'єми навіть у доколаземного простору не заповнені ніякими тілами, крім випромінювання і темної матерії. І хоча відомо, що у нашому Всесвіті маса темної матерії у кілька разів перевищує масу звичної нам речовини, яка складається з протонів, нейтронів та електронів, до розгляненої задачі та одержаних висновків слід віднести критично.

### Задача 2.

Автомобіль рухається по колу і в нерухомій системі відліку, і в рухомій системі, пов'язаній з платформою. Спостерігається дві ситуації (рис. 1):  $\omega \geq 0, u \geq 0$  або  $\omega \leq 0, u \geq 0$ .



Рис. 1

Абсолютна швидкість

$$v = u + \omega R. \quad (1)$$

Умова відсутності проковзування:

$$m \frac{v^2}{R} \leq \mu mg, \quad (2)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт тертя.

Для граничної ситуації

$$|v| = |u + \omega R| = \sqrt{\mu g R}.$$

Якщо  $u = 0$ ,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu g}{R}}. \quad (3)$$

Якщо  $\omega = 0$ ,

$$u_0 = \sqrt{\mu g R}. \quad (4)$$

Із (3) та (4) одержимо

$$R = \frac{u_0}{\omega_0}, \quad (5)$$

$$\mu = \frac{u_0 \omega_0}{g} \quad (6)$$

Отже,

$$v = u + u_0 \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (7)$$

Нерівності (2) відповідають такі рівносильні нерівності:

$$-u_0 \leq v \leq u_0, \quad (8)$$

$$-u_0 - u_0 \frac{\omega}{\omega_0} \leq u \leq u_0 - u_0 \frac{\omega}{\omega_0} \quad (9)$$

Тобто значення  $v$  лежать між прямими  $y_1 = -u_0$  та  $y_2 = u_0$ , а значення  $u$  лежать між прямими  $y_3 = -u_0 - u_0 \frac{\omega}{\omega_0}$  та  $y_4 = u_0 - u_0 \frac{\omega}{\omega_0}$  (рис. 2).

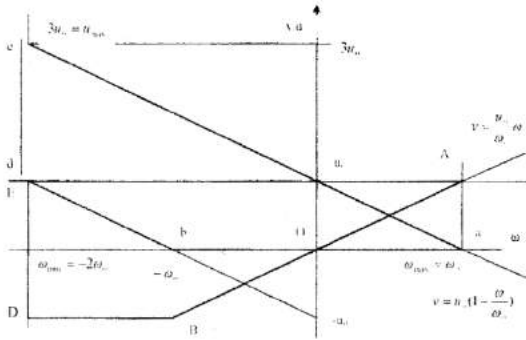


Рис. 2

Для остаточного визначення допустимих значень  $\omega$  та  $u$  треба, крім нерівності (9), врахувати, що за умовою задачі

$$0 \leq u \leq 4u_0, \quad (10)$$

$$-2\omega_0 \leq \omega \leq 2\omega_0. \quad (11)$$

Ділянка визначення функції має форму багатокутника  $abde$  (рис. 2). Аналітично цю умову можна записати у вигляді:

$$u = 0, \text{ якщо } \omega \geq \omega_0;$$

$$0 \leq u \leq u_0 - u_0 \frac{\omega}{\omega_0}, \text{ якщо } -\omega_0 \leq \omega \leq \omega_0; \quad (12)$$

$$-u_0 - u_0 \frac{\omega}{\omega_0} \leq u \leq u_0 - u_0 \frac{\omega}{\omega_0}, \text{ якщо } \omega \leq -\omega_0.$$

Ділянку визначення функції знайдемо за нерівністю (8), залежності та побудованого контура  $abde$ . В результаті область значень має форму багатокутника  $ABDE$ . В аналітичній формі маємо систему нерівностей:

$$u_0 \frac{\omega}{\omega_0} \leq v \leq u_0, \text{ якщо } -\omega_0 \leq \omega \leq \omega_0;$$

$$-u_0 \leq v \leq u_0, \text{ якщо } \omega \leq -\omega_0. \quad (13)$$

Умови (12) та (13) зображено на рис. 2. Допустимі значення  $u$  лежать всередині багатокутника  $abde$ , а допустимі значення  $v$  – всередині

багатокутника  $ABDE$ . Нижня межа  $abd$  відповідає верхній  $AE$ , а верхня межа  $ea$  – нижній  $ABD$ .

$$\omega_{\max} = \omega_0, \omega_{\min} = -2\omega_0, u_{\min} = 0, u_{\max} = 3u_0.$$

За  $0 \leq \omega \leq \omega_0$  абсолютна швидкість  $v > 0$  і автомобіль рухається проти годинникової стрілки. Тут  $u\omega_0 + u_0\omega > 0$  і

$$t = \frac{\Delta\varphi \cdot R}{v} = \frac{\Delta\varphi \cdot u_0}{u\omega_0 + u_0\omega}. \quad (14)$$

За  $v = 0$  автомобіль нерухома в нерухомій системі. Це є, якщо

$$\omega \leq 0, u\omega_0 + u_0\omega = 0. \quad (15)$$

За  $\omega_0 \leq 0$  та  $u\omega_0 + u_0\omega < 0$  швидкість  $v$  буде від'ємною і тоді автомобіль рухається за годинниковою стрілкою. В цьому випадку

$$t = -\frac{(2\pi - \Delta\varphi)u_0}{u\omega_0 + u_0\omega}. \quad (16)$$

### Задача 3.

Якщо рідина у сполучених капілярах не досягла краю жодного з колін, то з умови рівності тиску відповідно до закону Паскаля отримуємо:

$$\Delta h = h_1 - h_2 = \frac{2\sigma_{\text{гас}}}{\rho_{\text{гас}}g} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = 6,8 \text{ мм}.$$

Це закон сполучених капілярів (на відміну від посудин).

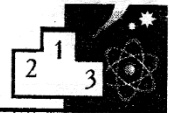
Краплина води, яка на висоті  $h$  створить перемичку, у таким спосіб ізолює певний об'єм повітря. Оскільки нижній край повітряного пухирця має викривлену поверхню радіуса  $R_2$ , то ізолюване повітря одразу опиниться під тиском.

Зробимо оцінку. Мінімальний надлишок тиску дорівнює  $\Delta P_{\min} = \frac{2\sigma_{\text{гас}}}{R_2} \approx 70 \text{ Па}$  і лише завдяки

йому може утримуватись стовпчик води

$$\Delta h_{\text{од}} = \frac{\Delta P}{\rho_{\text{води}}g} \approx 7 \text{ мм}.$$

Якщо до цього додати той стовпчик, який може утримуватись поверхневими силами води



(за умови горизонтальності нижньої поверхні,  $R_{2n} \rightarrow \infty$ ), а саме

$$\Delta h_{\text{води max}} = \frac{2\sigma_{\text{води}}}{\rho_{\text{води}} g R_2} \approx 1,65 \text{ м!}$$

Звідси випливає, за параметрів, заданих умовою нашої задачі, вода взагалі не почне витікати з тоншого капіляра. Вона почне виливатись крізь ширший капіляр, до того ж просто завдяки змочуванню скла водою.

Оскільки сили поверхневого натягу води самі здатні утримати стовпчик води у широкому капілярі до початку виливання, то повітряний стовпчик, який після ізоляції опиниться під збільшеним тиском завдяки викривленого нижнього краю, має розширитись, щоб зрівняти тиск з атмосферним. Для оцінки вважаємо процес ізотермічним, а саме:

$$b(P_{\text{атм}} + \Delta P) = (b + \Delta b)P_{\text{атм}} \rightarrow \Delta b \approx 0,02 \text{ мм,}$$

тобто розширення нехтовно мале.

З'ясувавши, що повітряний пухирець не буде суттєво рости, легко розрахувати об'єм потрібної води:

$$(H_2 - (h_1 - \Delta h) - b)\pi R_2^2 \approx 84,5 \text{ мм}^3,$$

що відповідає приблизно 0,08 г.

#### Задача 4.

З початкової умови знаходимо, що

$$m_0 g = 4kx_0. \quad (1)$$

Позначмо через  $x_1, x_2, x_3, x_4$  додаткові стиснення відповідних пружин. Тоді

$$(m_0 + m)g = k(x_0 + x_1) + k(x_0 + x_2) + k(x_0 + x_3) + k(x_0 + x_4)$$

або з урахуванням (1):

$$mg = kx_1 + kx_2 + kx_3 + kx_4. \quad (2)$$

Далі розглянемо правила моментів сил відносно двох перпендикулярних осей, що проходять через центр автомобіля.

*OX:*

$$mgd + k(x_0 + x_2)b + k(x_0 + x_3)b = k(x_0 + x_1)b + k(x_0 + x_4)b$$

*OY:*

$$mgc + k(x_0 + x_3)a + k(x_0 + x_4)a = k(x_0 + x_1)a + k(x_0 + x_2)a$$

або

$$mgd = kx_1b - kx_2b - kx_3b + kx_4b, \quad (3)$$

$$mgc = kx_1a + kx_2a - kx_3a - kx_4a. \quad (4)$$

Нарешті врахуймо те, що між стисненнями є зв'язок, оскільки дно мікроавтобусу утворює площину. Висота центру прямокутника 1234 (див. рис.) є напівсумою висот діагонально протилежних точок. Це дає рівняння

$$\frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{x_2 + x_4}{2},$$

з якого, а також рівнянь (2), (3), (4) отримаємо систему

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \frac{mg}{k}, \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = \frac{mg d}{k b}, \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = \frac{mg c}{k a} \end{cases} \quad (5)$$

Розв'язок системи (5) легко знаходиться. Щоб знайти  $x_1$ , додаймо всі рівняння. Для знаходження  $x_2$  додаймо рівняння, взявши перше і третє з протилежним знаком і т. д. Врахуймо також (1), звідки

$$\frac{mg}{4k} = \frac{m}{m_0} x_0 \approx 4 \text{ мм.}$$

$$\begin{cases} x_1 = x_0 \frac{m}{m_0} \left(1 + \frac{d}{b} + \frac{c}{a}\right) = 9 \text{ мм,} \\ x_2 = x_0 \frac{m}{m_0} \left(1 - \frac{d}{b} + \frac{c}{a}\right) = 3 \text{ мм,} \\ x_3 = x_0 \frac{m}{m_0} \left(1 - \frac{d}{b} - \frac{c}{a}\right) = -1 \text{ мм,} \\ x_4 = x_0 \frac{m}{m_0} \left(1 + \frac{d}{b} - \frac{c}{a}\right) = 5 \text{ мм.} \end{cases} \quad (6)$$

Як бачимо, третя пружина не стиснеться, а навіть, навпаки, збільшить свою довжину. Центр



мас мікроавтобуса опуститься на напівсуму діагонально протилежних зміщень

$$x_c = \frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{x_2 + x_4}{2} = 4 \text{ мм.}$$

Отже, додаткова робота зі стиснення пружин, яку виконає пасажир, буде менша від зміни енергії деформації пружин на величину  $m_0 g x_c$  (оскільки центр мас мікроавтобуса не піднявся, а опустився).

$$\begin{aligned} A &= k \frac{(x_0 + x_1)^2}{2} + k \frac{(x_0 + x_2)^2}{2} + \\ &+ k \frac{(x_0 + x_3)^2}{2} + k \frac{(x_0 + x_4)^2}{2} - 4k \frac{x_0^2}{2} - m_0 g x_c = \\ &= k \frac{x_1^2}{2} + k \frac{x_2^2}{2} + k \frac{x_3^2}{2} + k \frac{x_4^2}{2} + \\ &+ k x_0 (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) - m_0 g x_c \end{aligned}$$

Враховуючи те, що  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4x_c$  (із напівсуми діагонально протилежних зміщень) і рівняння (1), отримуємо красивий результат:

$$\begin{aligned} A &= k \frac{x_1^2}{2} + k \frac{x_2^2}{2} + k \frac{x_3^2}{2} + k \frac{x_4^2}{2} = \\ &= \frac{m_0 g}{4x_0} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2) \approx 5,3 \text{ Дж} \end{aligned}$$

Як бачимо, у відповідь увійшли чотири потенціальні енергії немов би деформованих тільки на  $x_1, x_2, x_3, x_4$  пружин. Цей збіг виявився можливим завдяки лінійної залежності сили Гука від величини деформації. Нарешті, наведемо ще один красивий запис додаткової роботи  $A$ , для чого підставимо в останнє рівняння величини додаткових деформацій  $x_1, x_2, x_3, x_4$  у загальному вигляді (6):

$$A = \frac{m^2 g x_0}{m_0} \left( 1 + \left( \frac{d}{b} \right)^2 + \left( \frac{c}{a} \right)^2 \right).$$

З'ясовується, що додаткова робота пропорційна до квадрата маси пасажирів. Якщо амортизаційні пружини дуже жорсткі,  $x_0 \rightarrow 0$ , маємо  $A \rightarrow 0$  – підлога під ногами пасажирів не "просідатиме" і, піднімаючись у таксі, він не виконуватиме додаткової роботи.

**Задача 5.**

1. Використовуючи те, що посудина герметична, ці таблиці й рівняння стану ідеального газу, можна легко розрахувати значення кількості газу у по-

судині  $\nu_i = \frac{p_i V}{RT_i}$  і побачити, що у підсумку вона

подвоїлась:

| $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\nu_3$ | $\nu_4$ | $\nu_5$ | $\nu_6$ | $\nu_7$ |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| моль    | моль    | моль    | моль    | моль    | моль    | моль    |
| 2,000   | 2,000   | 2,347   | 2,967   | 3,636   | 4,000   | 4,000   |

Найімовірнішою причиною цього (в умові задачі йдеться, що молекули не одноатомні) є дисоціація молекул на атоми. Логічно припустити, що оскільки після 6-ої точки спостерігалась лише лінійна залежність і подальші дисоціації не відбувались, то газ початково був двоатомним. Оскільки у процесі дисоціації зростала не лише температура, а й кількість речовини, то залежність  $p(T)$  не буде лінійною.

2. Візуально визначити за яких температур дисоціація почалась і закінчилась досить проблематично, тобто її доведеться розрахувати, наприклад, шляхом аналітичного знаходження точок перетину теоретично одержаної залежності  $p(T)$  на другій ділянці з рівняннями прямих на першій і третій.

Рівняння прямих очевидні  $\left( p = \frac{\nu R}{V} T \right)$ :

$$p = 166,2 \cdot T \text{ Па,} \tag{1}$$

$$p = 332,4 \cdot T \text{ Па.} \tag{2}$$

Шукатимемо залежність  $p(T)$  на другій ділянці, надавши їй такий зовнішній вигляд:

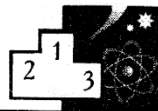
$$p = A + B \cdot T + C \cdot T^2.$$

Очевидно, що точки 3, 4 і 5 лежать на вітці параболи, що дасть змогу обчислити коефіцієнти  $A, B$  і  $C$ .

$$\begin{cases} p_3 = A + B \cdot T_3 + C \cdot T_3^2 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_4 = A + B \cdot T_4 + C \cdot T_4^2 & (4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_5 = A + B \cdot T_5 + C \cdot T_5^2 & (5) \end{cases}$$



Відніmemo з рівняння (4) рівняння (3), і з (5) – (4). Тоді, з врахуванням того, що крок вимірювання температури сталий і дорівнює

$$\Delta T = 190 \text{ К},$$

одержимо:

$$\begin{cases} p_4 - p_3 = B \cdot \Delta T + C \cdot \Delta T \cdot (T_4 + T_3) & (6) \\ p_5 - p_4 = B \cdot \Delta T + C \cdot \Delta T \cdot (T_5 + T_4) & (7) \end{cases}$$

Далі відніmemo ці рівняння й одержимо значення коефіцієнта  $C$ :

$$C = \frac{p_5 - 2p_4 + p_3}{2 \cdot \Delta T^2} \approx 0,3324 \frac{\text{Па}}{\text{К}^2}. \quad (8)$$

Підставляючи значення  $C$  у початкову систему, одержимо:

$$B \approx -99,72 \frac{\text{Па}}{\text{К}} \quad \text{і} \quad A \approx 39880 \text{ Па}.$$

Отже,

$$\begin{aligned} p &= 39880 - 99,72 \cdot T + 0,3324 \cdot T^2 = \\ &= 166,2(240 - 0,6 \cdot T + 0,002 \cdot T^2) \text{ Па} \end{aligned} \quad (9)$$

Тепер, розв'язуючи разом рівняння (9) і (1), а також (9) і (2), можна знайти точку відліку дисоціації та її завершення. В обох випадках одержимо квадратні рівняння:

$$0,002 \cdot T^2 - 1,6 \cdot T + 240 = 0 \quad (\text{корені } 200 \text{ К і } 600 \text{ К})$$

$$0,002 \cdot T^2 - 2,6 \cdot T + 240 = 0 \quad (\text{корені } 100 \text{ К і } 1200 \text{ К})$$

Оскільки дисоціація почалась після 530 К і закінчилась після 1100 К, шуканими температурами початку і закінчення цього процесу будуть:

$$T_{\text{поч}} = 600 \text{ К} \quad \text{і} \quad T_{\text{кінц}} = 1200 \text{ К}.$$

3. Залежність внутрішньої енергії газу до (газ двоатомний) і після (газ одноатомний) дисоціації матиме лінійну залежність, яку можна обчислити як ( $\nu_0 = 2$  моль):

$$U_1 = \frac{5}{2} \nu_0 RT = 41,55 \cdot T \text{ Дж},$$

$$U_3 = \frac{3}{2} 2\nu_0 RT = 49,86 \cdot T \text{ Дж}.$$

Стандартне обчислення тиску під час дисоціації двоатомного газу показує, що він залежатиме від ступені дисоціації  $\alpha$  (відношення кількості молекул, що розпалися, до загальної початкової їхньої кількості). Якщо до деякого моменту часу розпалось  $\alpha \nu_0$  молей речовини, то залишились двоатомними  $(1 - \alpha)\nu_0$ .

Тоді залежності  $U(T)$  і  $p(T)$  матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} U &= \frac{5}{2}(1 - \alpha)\nu_0 RT + \frac{3}{2} 2\alpha\nu_0 RT = \\ &= \frac{\alpha + 5}{2} \nu_0 RT \text{ Дж} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} p &= \frac{(1 - \alpha + 2\alpha)\nu_0 RT}{V} = \\ &= 166,2(T + \alpha \cdot T) \text{ Па} \end{aligned} \quad (12)$$

Об'єднавши рівняння (11) із залежністю (9), одержимо вираз, який описує коефіцієнта степені дисоціації від температури газу:

$$240 - 0,6T + 0,002T^2 = T + \alpha T,$$

$$\alpha = \frac{240}{T} - 1,6 + 0,002T \quad (13)$$

І, остаточно, залежність внутрішньої енергії від температури (11) з врахуванням виразу для степені дисоціації (13) на другій ділянці набуде вигляду:

$$\begin{aligned} U &= 16,62(120 + 1,7T + 10^{-3}T^2) \approx \\ &\approx 1994 + 28,25T + 1,662 \cdot 10^{-2}T^2 \text{ (Дж)}. \end{aligned}$$

Одержимо аналогічний графік із двох прямолінійних гілок і одній вітці параболи.

Отже, за

$$T < 600 \text{ К}, \quad U = \frac{5}{2} \nu_0 RT = 41,55T \text{ Дж},$$

$$\begin{aligned} 600 \text{ К} \leq T < 1200 \text{ К}, \quad U &= \frac{\alpha + 5}{2} \nu_0 RT = \\ &= U = 16,62(120 + 1,7T + 10^{-2}T^2) \text{ (Дж)} \end{aligned}$$

$$1200 \text{ К} \leq T, \quad U = 3\nu_0 RT = 49,86T \text{ (Дж)}.$$

# Астрономічні кутомірні та оптичні інструменти – від гномона до ПЗЗ-матриці

**Софія Апуневич,**

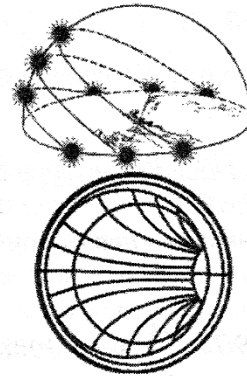
*науковий співробітник Астрономічної обсерваторії  
Львівського національного університету імені Івана Франка*

Сучасні можливості астрономії, як науки, є неймовірними порівняно з пізнанням на зорі розвитку людської цивілізації. Змога фотографування неба за допомогою телескопів, які розміщені на орбіті Землі або на борту космічних місій – це наче фотографія, з якої зняли товстий шар пилюки. Завдяки сучасним технологіям буденним вважають докладне зображення поверхонь планет Сонячної системи, фантастичні фотографії туманностей, візуалізація унікальних явищ у глибинах Всесвіту.

Розвиток інструментальної бази астрономії постійно змінювався, удосконалювався та ускладнювався. Так було завжди, і якщо звернутись до древніх спостерігачів, бачимо неперервний поступ, щоправда, він був помітно розтягнутим у часі, що зумовлювалось історичними особливостями тогочасного світу – ізольованістю.

Ще в сиву давнину люди цікавилися рухом світил по небу. Цивілізації шумерів, Вавилону, Давнього Єгипту, Китаю, Греції, майя, кельтські племена – це культури, які вписали свою неповторну сторінку у книжку астрономічних знань. Одна з причин присутності астрономії у житті прадавніх культур – це потреба передбачати погодні умови на тривалий період. Особливо це було важливо для землеробів. Отож, календар та годинник – це ті практичні речі, що спонукали до спостережень за небесними тілами.

До появи перших астрономічних інструментів спостереження за небом проводили лише візуально. Першими відомими ученими, які здійснювали вимірювання, щоб визначити місцезнаходження світил на небесній сфері, були давньогрецькі астрономи. Найдревнішим кутомірним інструментом вважають гномона, який удосконалив Анаксимен



*Циферблат гномона*

Мілетський у 530 р. до Р. Х. Інструмент використовували для визначення висоти Сонця над горизонтом (це стовб на горизонтальному майданчику).

Плаский сонячний годинник уперше сконструював Арістарх (310–230 р. до Р. Х.).

Гіпарх (190–120 р. до Р. Х.) побудував екваторіальне кільце для спостереження рівнодення.

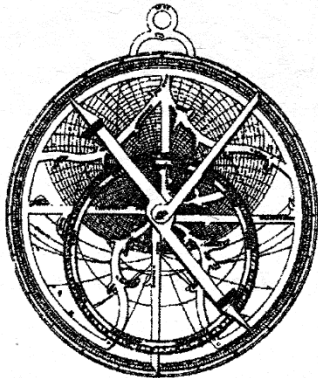
Перу Птолемея (87–165), належить класична праця “Альмагест”, що містила астрономічні знання Греції та Близького Сходу і каталог зоряного неба. Він описав астрономічні інструменти, якими користувався – астралабон, трикветрум та інші. Астралабон подібний до армілярної сфери, яку винайшов давньогрецький геометр Ератосфен у III сторіччі до Р. Х. Астралабон використовували для визначення координат небесних тіл, його згодом удосконалили араби. Це прототип астролібії, яка в Європі набула найбільшої популярності в епоху Відродження (XV–XVI ст.). За допомогою трикветруму проводили вимірювання кутових відстаней на небі.

Ще один відомий інструмент, що використовували древні астрономи – це квадрант, який до IX сторіччя перетворився в дуже складний інструмент, що дав змогу не лише вимірювати положення зір, а й вирішувати певні задачі практичної

2009 – РІК АСТРОНОМІЇ

2009 – РІК АСТРОНОМІЇ

астрономії. Данський астроном Тихо Браге (1546–1601) серед багатьох інструментів, які він виготовив власними руками, змайстрував і квадрант. Йому вдалося досягнути небувалої точності спостережень на інструментах без оптичних пристосувань.



Астролябія

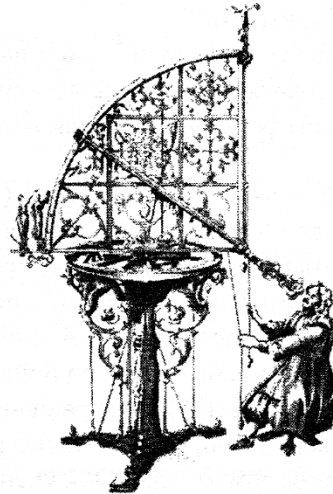
Візуальні спостереження стали точнішими від часу винайдення телескопу, що спричинило справжній переворот в астрономії. Вважається, що першим дослідником, який провів астрономічні спостереження за допомогою цього інструменту в XVII сторіччі був італійський учений Галілео Галілей. Він 1609 року скористався для спостережень підзорною трубою, яку було винайдено в Нідерландах.

Згодом почав будувати телескопи-рефрактори, що складаються із системи лінз, яка збирає промені від небесних об'єктів, даючи змогу бачити слабкі об'єкти. Перший телескоп Галілея мав трикратне збільшення, а трохи згодом він досягнув збільшення у 32 рази. На долю дослідника припали відкриття гір та кратерів на Місяці, плям на Сонці, супутників Юпітера, фаз Венери, кілець Сатурна.

Ісаак Ньютон 1670 року побудував оптичний телескоп іншої системи – рефлектор, у якому світло фокусувалося за допомогою увігнутого дзеркала. Ця система вважалася кращою, оскільки було усунуто проблему паразитного забарвлення (хроматичної аберації), що властиво телескопу-рефрактору.

Іншим революційним кроком в історії астрономічних досліджень стало винайдення техніки фотографування. Французький винахідник Жак Дагерр (1787–1851) 1839 року придумав спосіб одержання прихованого зображення на мідній пластинці, що була покрита сріблом і яке він проявляв парами ртуті.

Неймовірним є те, що ще знаменитий грецький вчений Арістотель (384–322 р. до Р. Х.) описав цікаве явище – світло, що проходить крізь маленький отвір у віконній ставні, малює на стіні пейзаж, який видно з вікна. Зображення буде перевернутим і дуже тьмяним, але без спотворень.



Ян Гевелій і його квадрант

Наприкінці XX сторіччя у працях арабських учених з'явилися перші згадки про спосіб точного змалювання пейзажів та натюрмортів, згодом це явище назвали "camera obscura" ("темна кімната"). Перші фотокамери діяли саме за таким принципом.

Отже, з появою фотографії в астрономії закінчилася ера візуальних спостережень, а почалася ера телескопів – астрографів, тобто освоєння фотографічного методу отримання зображень. У фокальну площину телескопа-астрографа поміщають фотопластинку, на якій відтворюються потрібні об'єкти. Фотопластинка – це тверда основа, переважно, скло, з нанесеною світлочутливою емульсією. Вже 1840 року отримано перші зоб-

## 2009 – РІК АСТРОНОМІЇ

## 2009 – РІК АСТРОНОМІЇ

раження Сонця, Місяця, далі були зорі, сонячна корона, спектр Сонця. Телескопи-астрографи оцінюють за такими характеристиками як моментальність, панорамність, детальність, інтегральність, тобто здатність накопичувати світло від слабких зображень.

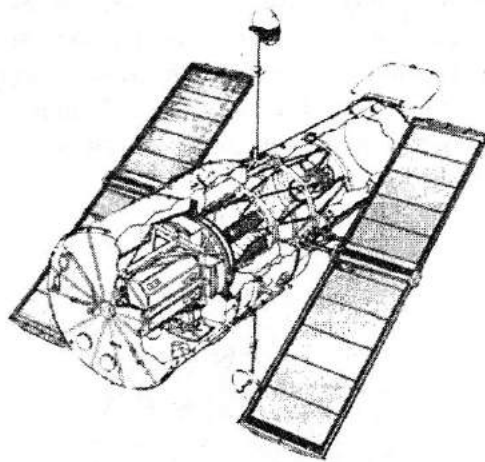
Використання фотопластинок для фотографування неба було актуальним аж до 80-х років ХХ сторіччя.

Наприкінці 1930-х років починають впроваджувати телевізійні трубки. До кінця 1970-х років вони були лідерами у своїй галузі. Недолік різних модифікацій телевізійних трубок – це низька квантова ефективність (5–10 %), малий динамічний діапазон та габаритність.

Але розроблення твердотільних напівпровідникових приймачів започаткувала зовсім новий рівень квантової ефективності під час реєстрації фотонів.

Пристрій із зарядовим зв'язком (ПЗЗ) було описано у статті Юджина Леллі 1961 року, де пропонувався мозаїчна низка оптичних детекторів, які б формували фотографічне зображення, використовуючи цифрове опрацювання. А 1969 року описаний пристрій винайшов Вілард Бойл та Джорж Сміт у "Bell Labs" (США). Два працівники відомої телефонної корпорації, працюючи над розробленням нових типів пам'яті для ЕОМ, уперше сконструювали пристрій, який міг зберігати, а далі й зчитувати електронні заряди. Для розроблення пам'яті ця ідея не пригодилася, а видалася корисною для отримання зображень предметів, які світяться. Тоді отримано зображення за допомогою пристрою, який одержав назву ПЗЗ-лінійки (світлочутливі елементи розміщалися в ряд). А невдовзі з'явилися й двомірні матриці.

Від 1975 року ПЗЗ почали активно впроваджувати в ролі телевізійних світлоприймачів. Компанії "Fairchild Semiconductor" (США), RCA (США), "Texas Instrument" (США) та "Philips" в Європі освоїли виробництво матриць, що були сумісні з телевізійним стандартом і мали формат 100x100 пікселів. Якщо 1975 року елементи на ПЗЗ використовували у 2 %, то 1989 року вони використовуються в 97 % всіх телекамер. Під ке-



*Телескоп Габбла*

руванням Кацую Івама 1974 року японська компанія "Sony" стала активно займатись ПЗЗ-матрицями та зуміла налагодити їхнє масове виробництво для відеокамер. Івама помер у серпні 1982 року. На його могилі встановлено надгробну плиту із зображенням мікросхеми ПЗЗ-матриці для увічнення його внеску.

А в лютому 2006 року Вілард Бойл та Джорж Сміт за свої роботи над ПЗЗ одержали нагороди Національної інженерної академії США.

Сучасний пристрій із зарядовим зв'язком – це двовимірні матриця, яка складається з маленьких кремнієвих детекторів світла прямокутної форми, які називають пікселями. Розмір світлочутливого пікселя матриць становить від одного до декількох десятків мікрон. Сьогодні ПЗЗ-матриці мають дуже широкий спектр застосування: цифрові фотокамери, відеокамери, роль фотокамери в мобільних телефонах.

Одним з основних параметрів матриці є квантова ефективність, тобто ефективність перетворення поглинутих фотонів у фотоелектрони – це аналог поняття світлочутливості під час фотографування. Оскільки енергія фотонів залежить від їхнього кольору тобто довжини хвилі, то залежність квантової ефективності подають у залежності від довжини хвилі. На окремих ділянках спектру ця ефективність досягає 80 %. Це озна-





чає, що майже кожен фотон що попадає на пристрій реєструється з 100 % ймовірністю. Це набагато більше, ніж у фотоемulsії чи ока (майже 1 %).

Астрономи були одними з перших, хто зрозумів екстраординарні властивості ПЗЗ-матриць для реєстрації зображень. Група дослідників із Лабораторії реактивного руху (НАСА, США) 1972 року започаткувала програму для астрономії та космічних досліджень. Три роки по тому, спільно з ученими Арізонського університету, ця група одержала перші астрономічні ПЗЗ зображення. На фотографії Урану в ближньому інфрачервоному діапазоні за допомогою півтораметрового телескопа були виявлені темні плями біля південного полюса планети, що свідчило про присутність там метану.

Ширококутна планетарна камера, встановлена на телескопі Габбла, що був виведений на орбіту 1990 року, була сконструйована у Лабораторії реактивного руху. Камера оснащена набором з 48 світлофільтрів для виділення ділянок спектру, що становлять особливе зацікавлення для астрофізичних спостережень. Прилад мав 8 ПЗЗ-матриць, розділених між двома камерами, кожна з яких використовувала по 4 матриці. Ширококутна камера володіла великим кутом огляду, тоді як планетарна камера мала більшу фокусну відстань, а, отже, давала більше збільшення. За допомогою цих ка-

мер було отримано 700 тисяч зображень. Усі сучасні телескопічні системи у різних куточках планети оснащені апаратурою, яка містить ПЗЗ-матриці. Ця технологія виявилася придатною і для відтворення зображення небесних об'єктів, і для різних астрометричних завдань та задач оцінки величини світлового потоку, тобто фотометрії. Отож, сьогодні дослідник володіє універсальним астрономічним інструментом.

Ми відслідкували історію впровадження інструментів у астрономії, звернувши увагу на древні кутомірні пристрої та ланцюжок установок, які допомагали досліднику вивчати небесні світила в оптичному діапазоні електромагнетного випромінювання, тобто від спостережень за допомогою телескопа Галілео Галілея до сучасних орбітальних телескопів оснащених ПЗЗ-матрицями – від візуальних спостережень до реальних високоякісних картинок на моніторах комп'ютерів. Це стало можливим з високими технологіям сучасності, зокрема завдячуючи напівпровідниковій мікроелектроніці. Звичайно, це лише невелика частина у різноманітті методів астрономічних досліджень, серед яких треба було б згадати УФ-телескопи, нейтринні телескопи, фотометрію, спектральні методи...

---

## ЛАЗЕР ЗЕЛЕНОГО КОЛЬОРУ

Японська інжинірингова компанія *Sumitomo Electric* повідомила, що її розробникам першим у світі вдалося створити лазер зеленого кольору, який випромінює світло довжиною хвилі 531 нм.

Нині у світі найпоширеніші лазери червоного і синього кольорів. Є також експериментальні проекти білого і фіолетового лазерів. Науковці вважають, що зелені лазери вимагають найменше енергії для генерації, а установки для їхнього виробництва можуть бути надзвичайно компактними. З технічного погляду зелений лазер вдалося отримати шляхом перетворення інфрачервоного лазерного випромінювання. Як і у випадку з блакитним лазером, в для генерації зеленого випромінювання використовують напівпровідник нітриду галію. Технологію вирощування цих напівпровідників уже розроблено і вони доступні для комерційних замовлень.

Як пояснили інженери *Sumitomo Electric*, використовувати зелені лазери можуть і для читання, і в нових надчітких плоских телевизорах. Налагодити промислове виробництво зелених лазерів компанія має намір упродовж двох років.



## ТРОЄ СТУДЕНТІВ ВІДКРИЛИ ВЕЛИКУ ПЛАНЕТУ

Троє студентів із Лейденського університету відкрили велику планету, що обертається довкола гарячої зорі по дуже короткій орбіті. Офіційна назва цієї планети – OGLE2-TR-L9b – оскільки відкриття було зроблено шляхом опрацювання великої кількості даних про тисячі зір, які було зібрано в межах великого міжнародного проєкта OGLE.

Навіть якщо в статистиці вимірювань, які проведено цим проєктом, і ховаються нові світи, їх ще треба звідти виловити, що не так і просто. Мета де Гун (Meta de Hoon), Ремко ван дер Бург (Remco van der Burg) і Франсіс Вейше (Francis Vuijsje) тестували метод автоматичної перевірки даних великої кількості зір і знайшли регулярні коливання яскравості однієї з них, які свідчать про рух планети.

Яскравість зорі падала майже на 1 % упродовж двох годин кожні 2,5 дні. Подальше спостереження за допомогою телескопа VLT у Чилі підтвердило це відкриття.

Відстань нової планети від зорі становить лише 0,03 астрономічної одиниці. З урахуванням того, що й сама ця зоря помітно гарячіша за Сонце (на її поверхні – 6700 °C), зрозуміло, що нова планета – це один із найрозжареніших з екстрасонячних світів. Маса її, до слова, дорівнює п'яти Юпітерам. Батьківська зоря (“Сонце” цієї планети) сама обертається з великою швидкістю. Фахівці з Лейденського університету зазначають, що OGLE2-TR-L9b – перша планета, що знайдена у зорі, яка швидко обертається і до того ж – перед нами найгарячіша зоря з тих, у яких знайдені планети.

---

## ПОШУК НОВИХ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ЧАСТИНОК

Дослідницькому колективу фізиків, до якого входять 602 учених з 13 країн, вдалося знайти сліди нової елементарної частинки. Відкриття зроблено на американському пришвидшувачі (колайдері) Теватрон, який працює в Національній фізичній лабораторії імені Фермі. За сучасним уявленням, адрони (загальна назва сімейства елементарних частинок, які володіють сильною взаємодією) складаються з кварків і діляться на баріони, що складаються з 3 кварків, антибаріони – з 3 антикварків, мезони – з кварка і антикварка. Зв'язок між кварками в адронах здійснюється глюонами.

Завдяки проведеним на Теватроні дослідженням учені вивчили розпад так званих  $B^+$  мезонів – частинок, у складі яких є “нижній кварк”. Аналіз статистики цього розпаду дав змогу виявити невелику кількість мезонів, які розпадаються з утворенням нової частинки, що отримала назву  $U(4140)$ , тому що маса-енергія її становить 4140 MeV.

Дослідникам вдалося встановити, що до складу нової частинки, ймовірно, входять “зачаровані” кварк і антикварк. Проте характеристики розпаду суперечать прогнозам сучасних теорій. Учені зазначають, що у них є достатньо екзотичні пояснення властивостей нової частинки. Наприклад, існує вірогідність, що  $U(4140)$  складається з чотирьох кварків.

На думку представника лабораторії Фермі Джакобо Конігсберга, швидше за все, ця частинка відіграє якусь значну роль в утворенні речовини. Можливо, вона допомагає кваркам формувати матерію.

Фізики підкреслюють, що схожі “загадкові частинки” останніми роками реєстрували на японському пришвидшувачі лабораторії KEK і на Стенфордському лінійному пришвидшувачі. Ці структури, умовно назвали частинки  $X$  і  $Y$ , і вони не є ані мезонами, ані баріонами.

**Іван Пулюй. Листи** /Збір, упорядкування, пояснення та “Слово до читача” Ольги Збожної. – Тернопіль: Воля, 2007. – 544 с.



У книжці вміщено 298 листів Івана Пулюя, які адресовано Олександрові Барвінському, Іванові Нечую-Левицькому, Борисові Грінченку, Пантелеймону Кулішу, Михайлові Павлику, Володимиру Гнатюку, Олександрі Куліш, Володимиру Левицькому, Юліяну Романчуку, Івану Горбачевському, Данилу Тянякевичу, Андрію Січинському, Василю Тарнавському, Ізидору Глинському, Теофілю Окуневському, Омеляну Бачинському, Ярославу Грушкевичу, Йосипу Застирцю, Володимиру Дорошенкові та ін., а також адресованих виділу Наукового товариства імені Шевченка, редакції “Літературно-наукового вісника”, Лондонському біблійному товариству, Академії наук в Петербурзі, Президії Союзу визволення України, редакціям тодішніх наукових видань. Ця епістолярна спадщина, дбайливо збирила й упорядкувала проф. Ольга Збожна, є цінним джерелом не лише для дослідження життя і діяльності нашого видатного вченого і патріота – фізика, електротехніка та винахідника, перекладача Святого Письма, – а й джерелом для вивчення правдивої історії доби, у яку жив Іван Пулюй.

Листи Івана Пулюя у книжці розміщено в хронологічному порядку і охоплюють понад півстолітній період – від 20 січня 1864 року до 20 листопада 1917 року.

**Фізичний збірник НТШ.** – Львів: Видавництво НТШ, 2008. – Т. 7. – 688 с.

У збірнику опубліковано матеріали таких наукових конференцій, семінарів і меморіальних читань:

1. Конференція “Питання м’якої речовини та наноструктур” (м. Львів, 20 березня 2007 року).
2. Семінар “Фізика наноструктур із сильними електронними кореляціями” (м. Дрогобич, 25 травня 2007 року).
3. “Фазові переходи, критичність, скейлінг: від магнетиків до складних систем”. Науковий семінар з нагоди 50-річчя професора, доктора фізико-математичних наук Юрія Головача (м. Львів, 18 червня 2007 року).
4. Меморіальні читання на пошану пам’яті Олексія Ситенка (м. Львів, 31 жовтня – 2 листопада 2007 року)
5. Круглий стіл Комісії фізики “Українська періодика з фізики: історія та сучасний стан” (м. Львів, 25 березня 2008 року).
6. Меморіальні читання на пошану пам’яті Романа Ґайди (м. Львів, 9–10 жовтня 2008 року).

Публікується хроніка діяльності Фізичної комісії НТШ за період від березня 2006 року до грудня 2008 року.

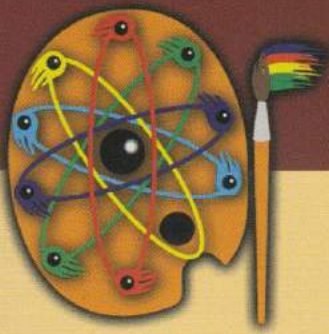


**ШАНОВНІ ЧИТАЧІ!**

**Не забудьте передплатити  
науково-популярний журнал “Світ фізики”,  
попередні числа видання можна замовити  
в редакції журналу за адресою:**



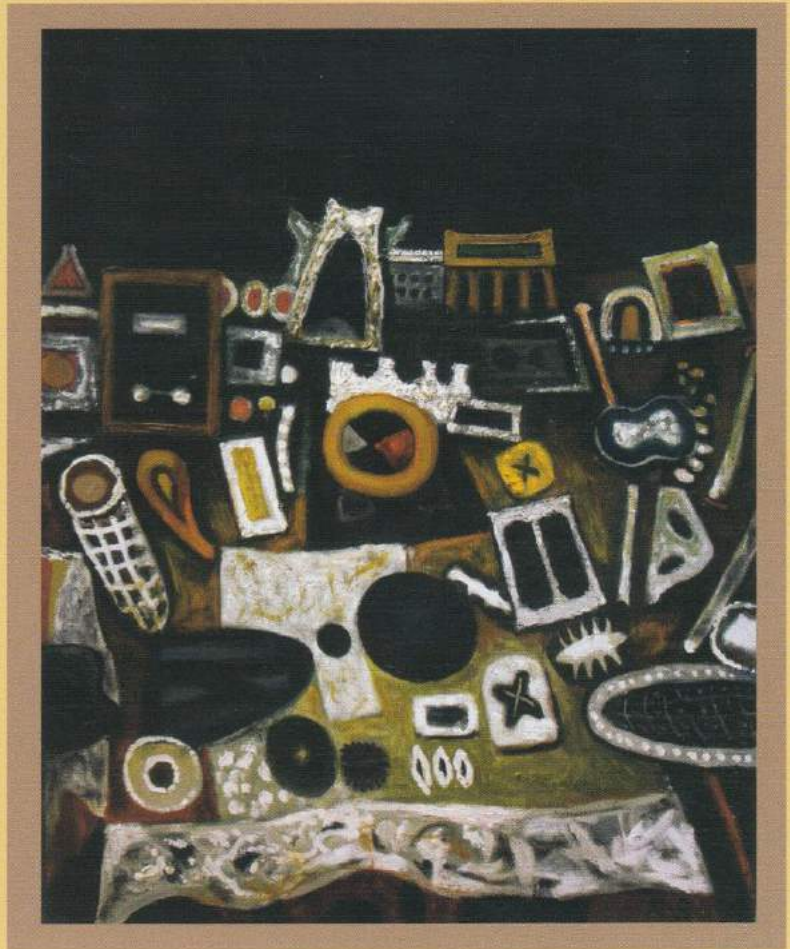
вул. Саксаганського, 1,  
м. Львів, 79005, а/с 6700;  
Phworld@franko.lviv.ua



*«... те, що я робив, –  
то можна було  
окреслити  
як СПРОБУ ЙТИ  
З ДУХОМ ЧАСУ.  
І то – щиро».*

*К. Звіринський*

**Карло Звіринський**  
(1923–1997)  
Дрібниці.  
Полотно, олія. 1990



*Звіринський Карло Йосипович народився в с. Лаврів, Старосамбірського району, Львівської області. При Василіанівському монастирі села Лаврів здобув чотирирічну освіту. У 19 років склав екстерном іспити у семирічну школу. У 1946 році закінчив малярське відділення у Романа Сельського, з яким згодом заприятелював. Далі вступив до Львівського інституту декоративного і прикладного мистецтва на відділення монументального живопису. Звіринського 1949 року відрахували на рік за неповагу до соцреалізму. На малярство Карла Звіринського до 1957 року мав великий вплив реалістичний живопис Р.Сельського. Власні абстрактні пошуки художник почав із аплікації.*

*У творчому доробку Карла Звіринського здебільшого сакральний живопис. Він написав майже 40 ікон для Успенської церкви Львова, створив стінописи у декількох церквах Львівщини. Він тривалий час керував школою іконопису ім. Св. Луки при монастирі ордена Студитів.*

*Найважливішим для Звіринського було виховувати вільних від суспільних догм. Він запрошував до себе додому студентів (З. Флінту, А. Бокотея, О. Мінька, Л. Медвідя, Р. Петрука, І. Марчука, Б. Союку та інших) в однокімнатну квартиру, де мешкав з дружиною та трьома дітьми, і проводив заняття. Згодом ті зібрання назвуть «підпільною академією» чи «духовною школою» Звіринського.*

*Для тих, хто його знав чи просто чув про нього, Карло Звіринський був людиною високої моралі.*

*Карло Звіринський помер 1997 року у Львові.*