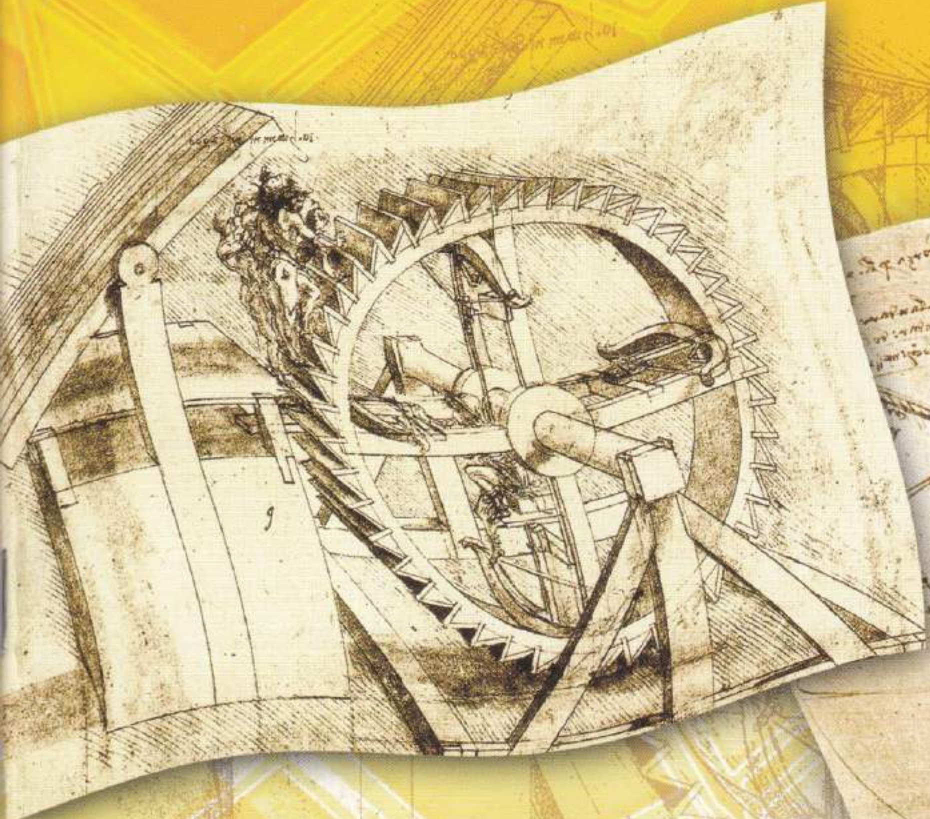
Світ фізики

№1 2012

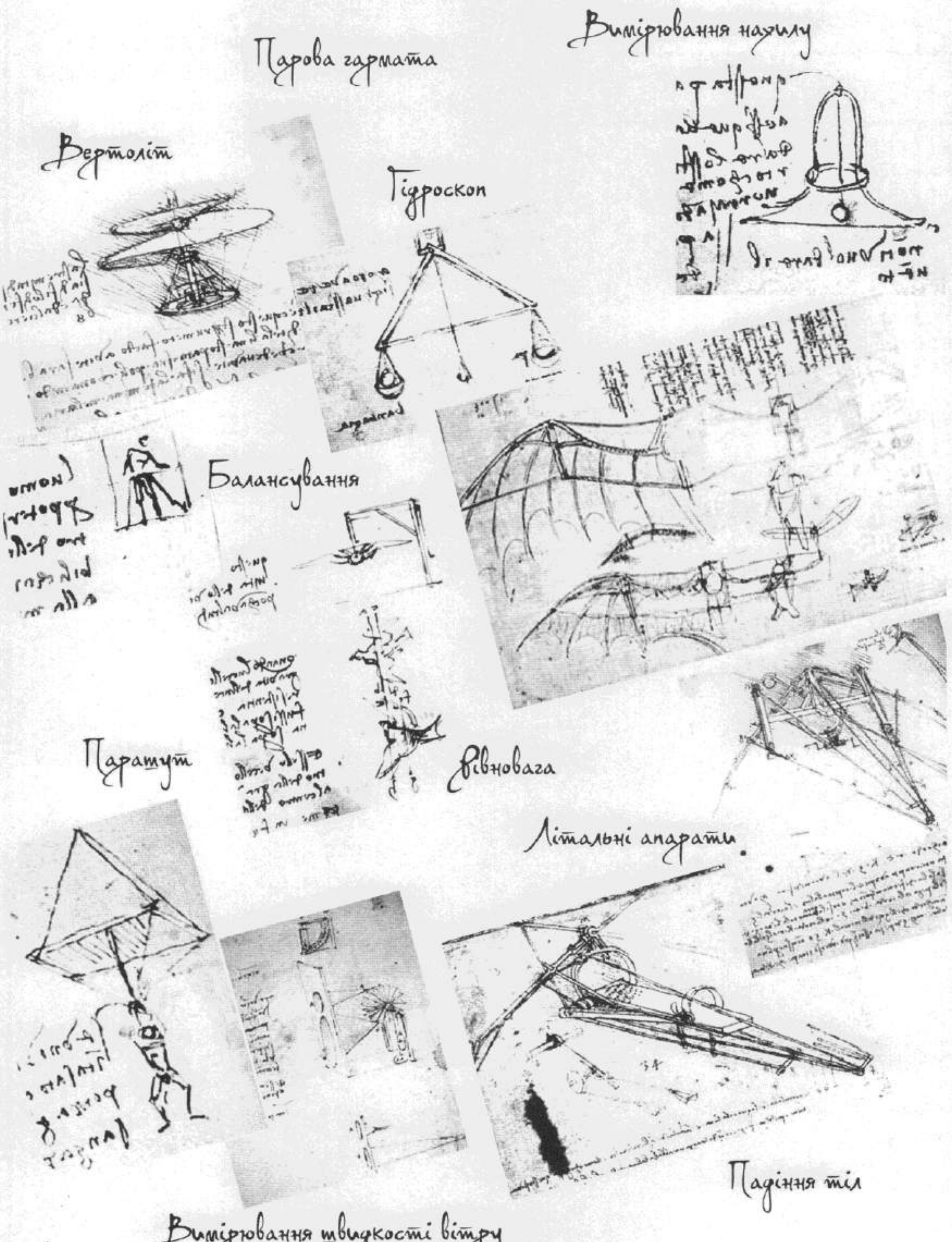
науково-популярний журнал

Природне бажання гарних людей – здобувати знання

Леонардо да Вінчі



ГЕНІАЛЬНІ ВИНАХОДИ
ЛЕОНАРДО да ВІНЧІ



свіг
фізики
науково-популярний журнал

1(57) '2012

Журнал "**СВІТ ФІЗИКИ**",
заснований 1996 року,
реєстраційне свідоцтво № КВ 3180
від 06.11.1997 р.
Виходить 4 рази на рік

Засновники:
Львівський національний університет
імені Івана Франка,
Львівський фіз.-мат. ліцей,
СП "Євросвіт"

Комп'ютерне макетування та друк
СП "Євросвіт"

Адреса редакції:
Редакція журналу "Світ фізики"
вул. Саксаганського, 1,
м. Львів 79005, Україна
тел. у Львові 380 (0322) 39 46 73
у Києві 380 (044) 416 60 68
phworld@franko.lviv.ua
www.franko.lviv.ua/publish/phworld

Футбол – найпопулярніша у світі спортивна гра.

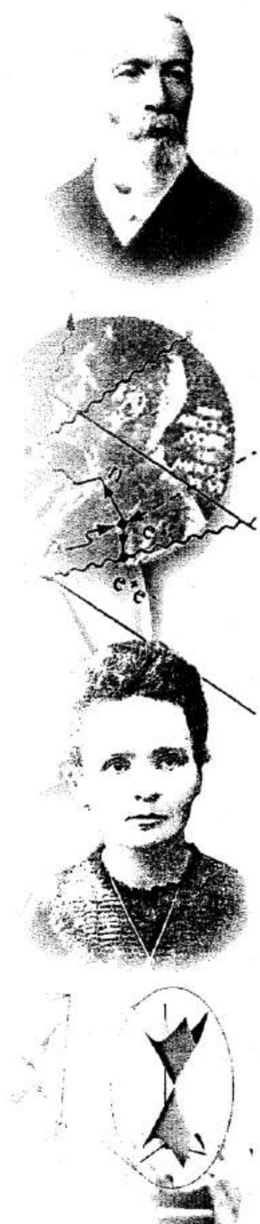
Серед учених найбільше захоплюються футболом фізики. Відомо, що футболом захоплювались такі відомі фізики як Ф. Астон, Е. Резерфорд, Н. Бор, Ф. Жоліо-Кюрі.

Чому саме фізики?
Насамперед тому, що для цієї гри треба мати швидку реакцію і мислення. Під час руху футболіст наносить удар по м'ячу, який можна пояснити лише законами фізики – траєкторією руху м'яча, силою та точністю удару тощо. Працює сукупність великої кількості людських м'язів, які мають різну свободу руху. М'язи футболіста мають дуже високий ККД.

Для удосконалення техніки футболісти мають враховувати можливості людського організму – швидкість реакції, швидкість руху, точність та силу удару, точність фокусування очей гравця, час польоту м'яча до воротаря, швидкість прийняття рішення учасником гри.

Відтак футбол – це гра, всі аспекти якої можна описати законами фізики, а враховуючи їх під час гри, отримати позитивний результат.

ЗМІСТ



1. Нові та маловідомі явища фізики

Вакарчук Іван. Історичний нарис створення квантової механіки — 3

2. Фізики світу

Шопа Галина. Геніальний Леонардо да Вінчі — 14

Ранюк Юрій. Спогади про Олексу Біланюка — 18

3. Фізики України

Паславський Роман. Змістом його свідомого життя була наука. Микола Пильчиков — 22

4. Олімпіади, турніри…

Умови задач III (Обласного) етапу Всеукраїнської олімпіади з фізики (Львів, 2012 р.) — 25

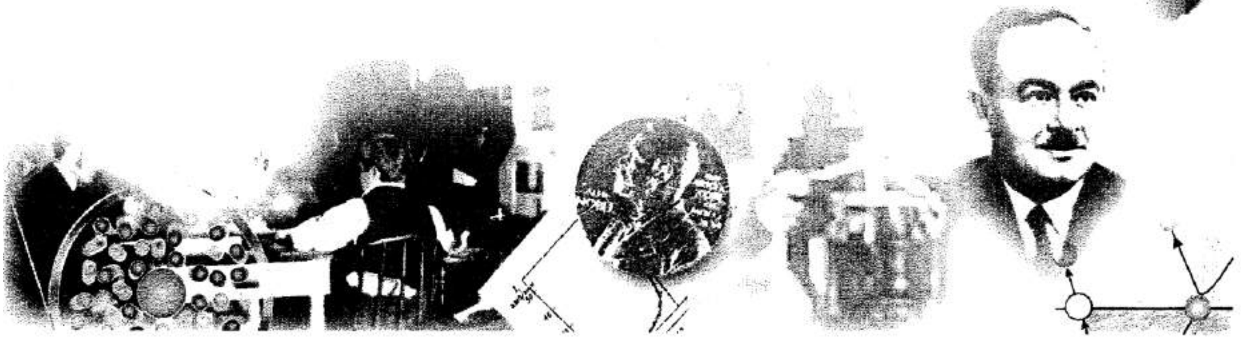
Розв'язки задач III (Обласного) етапу Всеукраїнської олімпіади з фізики (Львів, 2012 р.) — 29

Орлянський Олег. Закони збереження маси та імпульсу і закон додавання швидкостей — 39

5. Інформація

І знову про лазери — 46

6. Гумор — 48



ІСТОРИЧНИЙ НАРИС СТВОРЕННЯ КВАНТОВОЇ ТЕОРІЇ*

Іван Вакарчук,
професор Львівського національного університету імені Івана Франка

Квантова механіка є теорією атомних явищ, що вивчає закономірності мікросвіту і встановлює закони руху елементарних частинок, атомних ядер, атомів, молекул та їх сукупностей. Закони квантової механіки також дали змогу з'ясувати будову атомів і атомних ядер, природу хімічного зв'язку, пояснити періодичну систему елементів; вони є основою для вивчення і макроскопічних тіл як системи взаємодіючих частинок (метали, діелектрики, напівпровідники, квантові рідини, плазма). Лише квантова механіка дала пояснення таким явищам, як феромагнетизм, надплинність, надпровідність. Вона теж є основою і під час вивчення на молекулярному рівні явищ у біології. Астрофізика, яка вивчає будову й еволюцію зір і Всесвіту, сьогодні не може обходитись без квантово-механічного опису фізичних процесів, які там відбуваються. Що більше, астрофізичні об'єкти є своєрідною експериментальною лабораторією, у якій "перевіряються" сучасні гіпотези й теоретичні розробки квантової теорії.

Останнім часом з'явились "нові території". На перетині квантової фізики і математики виникли такі міждисциплінарні науки, як теорія квантових комп'ютерів і квантова криптографія, експериментально реалізовано явище квантової телепортації. На сучасному рівні розвитку людського пізнання квантова механіка значною мірою визначає наш науковий світогляд і наше розуміння Природи.

Виникла квантова механіка на початку XX століття. 14 грудня 1900 року на засіданні Німецького фізичного товариства професор теоретичної фізики Берлінського університету Макс Планк (1858–1947) представив результати своєї роботи з доведення на підставі мікроскопічного підходу формули для спектральної густини енергії випромінювання абсолютно чорного тіла, яку він два місяці тому "вгадав", виходячи з деяких теоретичних міркувань та інтерполюючи експериментальні дані, що були на той час.

Зважаючи на виняткову важливість цього евристичного моменту, наведемо тут міркування М. Планка. Та перш ніж це зробити, пригадаймо кілька важливих кроків у розв'язанні проблеми рівноважного електромагнетного випромінювання тіла, нагрітого до температури *T*, зроблених до Планка.

Моделлю такої рівноважної системи є замкнена порожнина, стінки якої мають сталу температуру *T*, цю ж температуру має і випромінювання, що є всередині. Для того, щоб спостерігати це випромінювання, потрібно зробити невеличкий отвір у стінці, що охоплює порожнину, через який воно буде виходити. Зовнішнє випромінювання, що падає на отвір, не відбивається, а проходить всередину і запишається там, тобто стовідсотково поглинається. А оскільки абсолютно поглинаючу поверхню називаємо чорною, то й ви-

*Із книжки Вакарчук І. О. Квантова механіка. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2012. – 872 с.

промінювання, що виходить через цей отвір, називають "чорним" або випромінюванням абсолютно чорного тіла.

Ґустав Кірхгоф (1824–1887) вивів закони, названі його іменем, і показав, що енергія E рівноважного випромінювання абсолютно чорного тіла є універсальною функцією температури T. Йозеф Стефан (1835–1893) емпірично, а Людвіґ Больцман теоретично довели, що енергія на одиницю об'єму пропорційна четвертому степеню температури.

Зібрану з усіх частот повну густину енергії можна, записати так:

$$\frac{E}{V} = \int_0^\infty u_\nu(T) d\nu ,$$

де V – об'єм системи, а величину $u_\nu(T)$ називають спектральною густиною енерґії. Саме її і потрібно було знайти.

Вільгельм Він (1864–1928) за допомогою оригінального уявного експерименту з дослідження зміни, завдяки ефекту Доплера, спектра випромінювання, яке відбивається від рухомого дзеркала, показав (1893), що спектральна густина енергії, поділена на ν^3, є функцією відношення ν/T. Цей так званий закон зміщення Віна є точним[1]. Назва пішла від того, що функція $u_\nu(T)$ має максимум у деякій точці $\nu/T = \text{const}$; зі збільшенням температури він зміщується на частотній шкалі до більших значень ν. Пізніше, 1896 року, на підставі молекулярно-кінетичної теорії В. Він з "напівсерйозних" міркувань запропонував явний вигляд спектральної густини енерґії теплового випромінювання[2]:

$$u_\nu(T) = \text{const}\, \nu^3 e^{-\alpha\nu/T} ,$$

α – універсальна стала.

За словами лорда Джона Релея (1842–1919), "*це було не доведення, а не більше ніж здогадка!*"

М. Планк почав свої дослідження цієї проблеми з моделювання випромінювання абсолютно чорного тіла сукупністю гармонічних осциляторів і показав, що

$$u_\nu(T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} U ,$$

де U – середня енерґія окремо взятого осцилятора; c – швидкість світла.

Звідси та з формули Віна випливає, що

$$U = h\nu e^{-\alpha\nu/T} ,$$

h – друга універсальна стала.

Макс Планк увів гіпотезу про електромагнетну ентропію, а саме: через те, що поле випромінювання є накладанням коливань з різними нерегулярно змінними (випадковими) фазами, то можна говорити про певний безлад, а отже, про ентропію й температуру. Застосуймо перший принцип термодинаміки до системи лінійних гармонічних осциляторів, які моделюють електромагнетне поле:

$$dU = TdS - PdV ,$$

тут V – об'єм, у якому локалізоване поле; P – тиск; середню енерґію U та ентропію S беремо з розрахунку на один осцилятор, температуру T вимірюємо в енергетичних одиницях (перехід до шкали Кельвіна здійснюється заміною T на $k_B T$, де k_B – стала Больцмана).

Нехай $V = \text{const}$, тоді

$$\frac{dS}{dU} = \frac{1}{T} .$$

З формули для середньої енерґії осцилятора знаходимо:

$$\ln\frac{U}{h\nu} = -\frac{\alpha\nu}{T} ,$$

---

[1]Читачам, яких цікавлять деталі виведення цього закону та закону Стефана–Больцмана, пропонуємо заглянути, наприклад, на сторінку 458 книжки М. Борна "Атомная физика'. – М.: Мир, 1965.

[2]За відкриття законів теплового випромінювання 1911 року В. Віна нагороджено Нобелівською премією з фізики.

і, отже, перша похідна від ентропії:

$$\frac{dS}{dU} = -\frac{1}{\alpha\nu}\ln\frac{U}{h\nu}.$$

Друга похідна від ентропії за енерґією має дуже простий вигляд:

$$\frac{d^2S}{dU^2} = -\frac{1}{\alpha\nu U}.$$

М. Планк звернув на це увагу ще й тому, що обернена величина, узята зі знаком "мінус", має прозорий фізичний зміст: вона дорівнює теплоємності, помноженій на квадрат температури. Саме тому М. Планк працював із другою похідною від ентропії[3]. Спочатку Планк вважав, що формула В. Віна для спектральної густини енергії є точною. Точним він уважав і вираз для ентропії, яку знайшов, інтегруючи рівняння для першої похідної від ентропії за енерґією:

$$S = -\frac{U}{\alpha\nu}\ln\frac{U}{eh\nu},$$

де e – основа натуральних логарифмів.

Однак у 1899 р. Отто Люммер (1860–1925) і Ернст Прінґсгайм (1859–1917) представили результати вимірювань у ділянці великих довжин хвиль $(\nu \to 0)$, які суперечили формулі В. Віна для густини енерґії теплового випромінювання. Отже, з'ясувалось, що формула Віна працює лише в ділянці великих частот, і детальна експериментальна перевірка цього факту набула принципового значення для розуміння природи теплового випромінювання.

У п'ятницю 19 жовтня 1900 року на засіданні Німецького фізичного товариства Ф. Курльбаум повідомив про результати вимірювання енерґії випромінювання на ділянці дуже великих довжин хвиль, які він виконав разом з Г. Рубенсом. Ці експериментальні результати заперечили справедливість формули Віна. З'ясувалось, що $u_\nu(T) \sim T$ при $\nu \to 0$.

Після повідомлення Ф. Курльбаума на цьому ж засіданні виступив М. Планк, який, використавши ці експериментальні результати, запропонував свою формулу для спектральної густини енерґії теплового випромінювання абсолютно чорного тіла[4].

Отже, як випливає з формули Планка, яка зв'язує $u_\nu(T)$ та середню енергію одного осцилятора за низьких частот, маємо:

$$U = CT,$$

$$u_\nu(T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}CT,$$

де C – стала величина[5].

---

[3]М. Планк узагалі любив, так би мовити, "ентропійну мову". Із цим поняттям пов'язані його перші кроки в науці. Він досліджував ентропію як термодинамічну функцію і у своїй докторській дисертації, ефект від якої, за його ж словами, дорівнював нулеві. Це пов'язано з тим, що поняття ентропії було новим і не дуже зрозумілим. Однак з'ясувалось, що саме завдяки поняттю ентропії дорога до відкриття точної формули для спектральної густини енерґії абсолютно чорного тіла була найпростішою.

[4]Генріх Рубенс (1865–1922) був близьким товаришем Макса Планка, який дуже високо цінував співпрацю з ним. Зі спогадів Планка: "*Тому що мені цей результат став відомим завдяки усному повідомленню авторів уже за декілька днів до засідання, то я мав час ще перед засіданням використати їхні висновки в моєму методі та обчислити ентропію.*"

[5]Це співвідношення відоме як закон Релея–Джинса. Він є наслідком теореми класичної статистичної механіки про рівномірний розподіл енергії за ступенями вільності: для системи осциляторів на кожне коливання припадає середня енергія величиною T. Цей точний у межах класичної фізики вираз для $u_\nu(T)$ за великих частот зростає як ν^2 (усупереч здоровому глузду), і як наслідок, повна енергія E розбігається ("ультрафіолетова катастрофа"), що ілюструє принципову неспроможність класичної теорії пояснити закони рівноважного випромінювання.

Тепер з першого закону термодинаміки маємо:

$$\frac{dS}{dU}=\frac{C}{U},$$

а друга похідна буде:

$$\frac{d^2S}{dU^2}=-\frac{C}{U^2}.$$

Знайдені два вирази для другої похідної від ентропії за енерґією, які справедливі в межах високих та низьких частот, М. Планк вирішив об'єднати однією простою інтерполяційною формулою:

$$\left(\frac{d^2S}{dU^2}\right)^{-1}=-\alpha\nu U-\frac{U^2}{C}.$$

Справді, для $\nu\to 0$ домінуючим є другий доданок у правій частині цього рівняння, і ми отримуємо попередню формулу, а для великих частот другий доданок стає несуттєвим, і повертаємось до формули, яку дає закон В. Віна. Інтерполяційна формула, яку запропонував Планк, як кажуть, перше, що приходить до голови. Це і був той евристичний момент у міркуваннях Планка, який привів до глибоких перетворень у науці, що принесла з собою квантова фізика. Воістину все геніальне – просте. Дивує те, що Планк працював саме з другою похідною, для якої граничні випадки мають дуже простий вигляд. Це й дало змогу об'єднати їх.

Перепишімо вираз для другої похідної так:

$$\left(\frac{d^2S}{dU^2}\right)=-\frac{1}{\alpha\nu}\left(\frac{1}{U}-\frac{1}{U+\alpha\nu C}\right).$$

Інтегруючи цей вираз, отримуємо

$$\frac{1}{T}=\frac{1}{\alpha\nu}\ln\left(\frac{U+\alpha\nu C}{U}\right)+\text{const}.$$

Беручи до уваги, що $U\to\infty$ при $T\to\infty$, знаходимо const = 0. Звідси остаточно:

$$U=\frac{h\nu}{e^{\alpha\nu/T}-1}.$$

Тут ураховано, що за великих частот цей вираз має переходити у формулу, яку отримуємо із закону Віна, і тому $C=h/\alpha$.

Тепер для спектральної густини енергії одержуємо знамениту формулу Планка:

$$u_\nu(T)=\frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\cdot\frac{1}{e^{\alpha\nu/T}-1}.$$

Наведемо слова М. Планка з доповіді 19 жовтня 1900 року: *"Ця формула, наскільки я знаю, відповідає експериментальним даним, які опубліковані дотепер... Тому я вважаю за можливе звернути Вашу увагу на наведену нову формулу, яка, як на мене, є найпростішою (окрім формули Віна), з погляду електромагнетної теорії випромінювання."*

Як бачимо, фактично ця формула справді вгадана. Це була інтерполяційна формула, одна з багатьох існуючих на той час і одна з найпростіших, що добре описувала експериментальну залежність спектральної густини енергії випромінювання абсолютно чорного тіла від частоти, яку М. Планк навів у своїй доповіді Німецькому фізичному товариству.

Макс Планк настільки повірив у свою формулу, що вирішив довести її з мікроскопічних міркувань. Працюючи упродовж майже двох місяців, він, скориставшись ідеєю Л. Больцмана про пропорційність ентропії S до логарифма від кількості станів, однозначно показав, що для її теоретичного обґрунтування треба припустити, що світло поглинається й випромінюється дискретними порціями – квантами, енергія яких пропорційна до частоти випромінювання. Він знову пішов "ентропійною дорогою" і вирішив винайти з мікроскопічних міркувань вираз для ентропії, що отримується з його інтерполяційної формули, простим інтегруванням за енерґією U:

$$S = \frac{h}{\alpha}\left[\left(1+\frac{U}{h\nu}\right)\ln\left(1+\frac{U}{h\nu}\right)-\frac{U}{h\nu}\ln\frac{U}{h\nu}\right].$$

З іншого боку, за Больцманом, повна ентропія дорівнює $\ln W$, де W – кількість різних можливих мікроскопічних станів термодинамічної системи.

Мабуть, ця ідея Л. Больцмана та наближена формула для ентропії, що випливає із закону Віна, яку можна записати ще й так:

$$S = -\frac{h}{\alpha}\ln\left(\frac{U}{eh\nu}\right)^{U/h\nu}$$

і яка дуже подібна до формули Стірлінґа для логарифма від факторіала деякого великого числа N,

$$\ln N! = \ln\left(\frac{N}{e}\right)^{N}, \; N \gg 1,$$

і навели М. Планка на думку "сконструювати з факторіалів" величину W так, щоб отримати точний вираз для ентропії, що врешті-решт уже вимушено привело його до ідеї дискретності енерґії електромагнетного випромінювання. Це й було темою доповіді, яку виголосив М. Планк у п'ятницю 14 грудня 1900 року на засіданні Німецького фізичного товариства.

Отже, нехай повна енергія N осциляторів, що моделюють поле, дорівнює NU, а повна ентропія

$$NS = \ln W.$$

Ми опускаємо з цього означення сталу Больцмана k_B перед логарифмом (за нашою домовленістю вимірювати температуру в енерґетичних одиницях), яку фактично вперше й увів М. Планк цим співвідношенням.

Далі, за М. Планком: *"повну енерґію NU потрібно уявляти собі не у вигляді неперервної величини, а у вигляді дискретної, що складається з цілого числа рівних частин,*

$$NU = p\varepsilon,$$

p – ціле, взагалі кажучи, велике число; ε потрібно визначити."

Тепер величина W – це кількість різних способів розподілу p елементів за N осциляторами. Як модель можна розглянути p кульок у N скриньках і підрахувати кількість різних способів їхнього розподілу, тобто кількість різних перестановок між собою p кульок і (N – 1)-еї стінок, що розділяють ці скриньки. Усіх перестановок є $[(N-1)+p]!$, однак $p!$ перестановок p кульок у скриньці, як і $(N-1)!$ перестановок стінок між скриньками, нічого нового не дають, тому кількість різних перестановок буде:

$$W = \frac{[(N-1)+p]!}{(N-1)!\,p!}.$$

Використовуючи формулу Стірлінґа для факторіалів у цьому виразі, коли $N \gg 1$, $p \gg 1$, легко знаходимо

$$\ln W = (N+p)\ln(N+p) - N\ln N - p\ln p,$$

а з урахуванням того, що $p/N = U/\varepsilon$, ентропія на один осцилятор

$$S = \left(1+\frac{U}{\varepsilon}\right)\ln\left(1+\frac{U}{\varepsilon}\right)-\frac{U}{\varepsilon}\ln\frac{U}{\varepsilon}.$$

Зіставлення цієї формули з інтерполяційним виразом для ентропії дає $\alpha = h$, а елемент (квант) енерґії електромагнетного випромінювання

$$\varepsilon = h\nu$$

– знаменита формула Планка, яку так само, як і айнштайнівську $E = mc^2$, знає "будь-хто", h – стала Планка.

Надалі, переважно, ми будемо користуватись циклічною частотою $\omega = 2\pi\nu$ і сталою Планка $\hbar = h/2\pi = 1{,}05457266\cdot10^{-27}$ г·см^2/с – однією з універсальних фундаментальних фізичних констант (таких, як швидкість світла c, ґравітаційна стала G, заряд електрона *e*), що має розмірність дії і є елементарним квантом дії[6], так що квант енергії буде:

$$\varepsilon = \hbar\omega.$$

Тепер остаточно для спектральної густини енергії випромінювання абсолютно чорного тіла отримуємо вираз:

$$u_\omega(T) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^3 \frac{\hbar}{\pi^2} \frac{1}{e^{\hbar\omega}/T - 1}.$$

Повну енергію поля на одиницю об'єму одержуємо звідси інтегруванням за всіма частотами, що приводить до закону Стефана–Больцмана.

Як видно, шлях М. Планка до його відкриття складається і з геніальних здогадок, і з вимушених кроків. Щасливий вибір ентропійного підходу до розв'язання проблеми абсолютно чорного тіла, далі використання саме другої похідної від ентропії, яка виявилась дуже простою на вигляд, щаслива здогадка її інтерполяції з використанням формули Віна та експериментальних вимірів за низьких частот, сміливість у використанні формули Больцмана для ентропії з геніальною здогадкою "факторіального" моделювання кількості станів і вже справді вимушені кроки до дискретності енергії електромагнетного випромінювання – такий шлях Макса Планка до свого фундаментального відкриття елементарного кванта дії.

Нова теорія вимагала підтверджень. Виходячи зі своєї формули і використовуючи експериментальні дані про теплове випромінювання, М. Планк знайшов з високою на той час точністю ~ 4 % величину елементарного заряду (визначивши з експериментальних вимірювань сталу Больцмана k_B, з газової сталої $R = k_B N_A$ – число Авогадро N_A та з числа Фарадея $F = eN_A$ – величину елементарного заряду *e*). Гіпотеза квантів уже давала перші результати.

Отже, день 14 грудня 1900 року можна вважати днем народження квантової теорії.

У 1905 році А. Айнштайн (1879–1955), який працював тоді експертом у патентному бюро в Берні, використав гіпотезу Планка для пояснення фотоефекту. Явище фотоефекту відкрив (випадково) німецький фізик Г. Герц 1887 року. Перші дослідження цього явища виконав російський фізик О. Г. Столетов 1888 року, а згодом – німецький фізик Ф. Ленард (1899). А. Айнштайн чітко вказав на те, що квантування енергії світла відбувається не тільки в актах поглинання та випромінювання світла чорним тілом, а й що квантові властивості притаманні світлу як такому.

Отже, фактично було введено поняття фотона як кванта електромагнетного поля, хоча сама назва "фотон" виникла значно пізніше, її ввів 1926 року американський фізико-хімік Г. Н. Льюїс.

Формулу Айнштайна

$$\hbar\omega = A + mv^2/2,$$

ω – частота падаючого світла; A – робота виходу електрона з металу; m – маса електрона; v – його швидкість, ретельно перевірив експериментально американський фізик Р. Міллікен 1912 року[7].

У 1907 році А. Айнштайн застосував гіпотезу квантів до опису коливань атомів твердого тіла і пояснення низькотемпературної поведінки теплоємності. Уважаючи, що всі N

[6]М. Планк 1918 року за відкриття кванта дії став лавреатом Нобелівської премії з фізики.

[7]А. Айнштайн 1921 року був нагороджений Нобелівською премією з фізики за важливі фізико-математичні дослідження, особливо за відкриття законів фотоелектричного ефекту.

За дослідження в галузі фізики елементарних зарядів та фотоелектричного ефекту Р. Міллікен 1923 року отримав Нобелівську премію з фізики.

атомів коливаються з частотою ω_0, для повної енергії тіла з урахуванням $(3N-6)$ коливних ступенів вільності маємо:

$$E = (3N-6)\frac{\hbar\omega_0}{e^{\hbar\omega_0/T}-1},$$

а теплоємність:

$$C_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V = (3N-6)\left(\frac{\hbar\omega_0}{T}\right)^2\frac{e^{\hbar\omega_0/T}}{(e^{\hbar\omega_0/T}-1)^2}.$$

За низьких температур, $T \to 0$, $C_V \to 0$, відповідно до спостережень. Однак прямування теплоємності до нуля, згідно з дослідами, є степеневим. Недолік цієї теорії виправили згодом, 1912 року, П. Дебай (1884–1966), а також М. Борн (1882–1970) і Т. Карман (1881–1963), розглядаючи, на відміну від Айнштайна, коливання атомів як систему зв'язаних осциляторів із частотами ω_j розподіленими від нульового значення до деякого максимального:

$$E = \sum_{j=1}^{3N-6}\frac{\hbar\omega_j}{e^{\hbar\omega_j/T}-1}$$

або

$$E = \int_0^\infty \rho(\omega)\frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/T}-1}d\omega,$$

де густина станів $\rho(\omega) = 9(N-2)\omega^2/\omega_D^3$ відмінна від нуля для частот $0 \le \omega \le \omega_D$, а гранична частота Дебая ω_D є фізичним параметром речовини. Теплоємність за низьких температур прямує до нуля за "законом кубів", $C_V \sim T^3$, що чудово узгоджується з дослідом.

У 1913 році Нільс Бор (1885–1962), який тоді працював у Манчестерському університеті в Е. Резерфорда (1871–1937), застосував квантову гіпотезу до моделі атома Е. Резерфорда й побудував квантову теорію атома, сформулювавши свої постулати:

1. Електрони в атомі рухаються по стаціонарних орбітах.

2. Випромінювання або поглинання світла атомом відбувається під час переходу електрона з однієї стаціонарної орбіти на іншу, за законом збереження енергії

$$\hbar\omega_{n'n} = E_{n'} - E_n.$$

Рівні енергії атома E_n визначаються з класичних рівнянь для повної енергії:

$$E = -\frac{Ze^2}{2a},$$

третього закону Кеплера:

$$\omega^2 a^3 = \frac{Ze^2}{m}$$

та умов квантування, за гіпотезою Планка,

$$|E| = \frac{\hbar\omega}{2}n, \qquad n = 1,\ 2, \ldots$$

$Z|e|$ – заряд ядра; ω – частота обертання електрона навколо ядра; a – велика піввісь еліптичної орбіти; m – маса електрона.

Слід зауважити, що Н. Бор для узгодження своєї теорії з дослідними вимірюваннями змушений був в умовах квантування для повної енергії поставити половинну частоту $\omega/2$, а не ω. У результаті

$$E_n = -\frac{Z^2e^2}{2a_B n^2},$$

де $a_B = \dfrac{\hbar^2}{me^2} \approx 0{,}529$ Å – радіус Бора.

Із другого постулату отримуємо правило частот:

$$\omega_{n'n} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}\right),$$

де $R = Z^2me^4/2\hbar^3$ – стала Рідберга–Рітца.

Це правило емпірично встановив ще 1885 року Й. Бальмер для $n = 2$. Пізніше, 1907 року, В. Рітц сформулював цей комбінаційний принцип частот, який названо його іменем.

Як наслідок із теорії Бора випливає, що момент кількості руху L квантується:

$$L = n\hbar, \quad n = 1,\ 2, \ldots .$$

Згодом саме цей факт, а не квантування енергії з половинною частотою, Н. Бор узяв за основу – так звана умова квантування Бора[8]. Упродовж 1913–1916 років умови квантування, що сформулював Бор для моменту імпульсу, він узагальнив, а також П. Дебай (1913), В. Вільсон (1915), А. Зоммерфельд (1916) для системи з декількома ступенями вільності: об'єм, обмежений траєкторією у фазовому просторі, містить ціле число елементарних квантів дії $h = 2\pi\hbar$:

$$\frac{1}{2\pi}\oint p_i dq_i = n_i\hbar, \quad n_i = 1, 2, \ldots,$$

$i = 1, \ldots, s$, де s – число ступенів вільності; q_i, p_i – канонічно спряжені координати та імпульси. Цю умову, відому як правило квантування Бора–Зоммерфельда, застосовували до багатоелектронних атомів, до атомів в електричному та магнетному полях, для врахування релятивістських ефектів (формула Зоммерфельда для тонкої структури спектра атома водню).

Однак ця, як її називають, "стара" квантова механіка не могла пояснити спектральних закономірностей багатоелектронних атомів і навіть найпростішого з них – атома гелію; залишались без пояснень інтенсивності спектральних ліній атомів. Відчувалось, що потрібна нова квантова теорія, і вже з цих позицій Н. Бор сформулював принцип відповідності, за яким у межі великих, макроскопічних траєкторій частинок квантова механіка має переходити у класичну механіку. Цей принцип був ключем до "вгадування" квантових формул.

[8]Н. Бор – лавреат Нобелівської премії з фізики 1922 року за заслуги у вивченні будови атома.

Поштовхом до створення нової квантової механіки стала ідея молодого французького фізика Луї де Бройля (1892–1987). Він у 1923–1924 роках висунув припущення, що формула Планка, доповнена формулою для імпульсу

$$p = \frac{2\pi\hbar}{\lambda},$$

λ – довжина хвилі випромінювання, яка властива для квантів світла, має виконуватись для всіх частинок, зокрема і для електронів. Якщо світло виявляє корпускулярні властивості в такому явищі як фотоефект, то мусить існувати симетрія, і частинки типу електрона мають виявляти хвильові властивості, тобто з частинкою пов'язується хвиля (хвиля де Бройля); в одновимірному випадку це хвиля

$$\psi(x,t) \sim e^{i(kx-\omega t)},$$

де частота $\omega = E/\hbar$, E – енергія частинки, а хвильовий вектор $k = p/\hbar$.

Зміст цієї функції $\psi(x,t)$ був з'ясований пізніше, наразі йшлося лише про зіставлення з частинкою деякого хвильового процесу.

У цій інтерпретації умова квантування Бора зводиться до того, що на орбіті електрона в атомі вкладається ціле число хвиль де Бройля. Для колової орбіти радіуса a (коли λ не залежить від координат):

$$L = ap = a\frac{2\pi\hbar}{\lambda} = n\hbar,$$

тобто

$$\frac{2\pi a}{\lambda} = n.$$

Тоді припущення де Бройля багато фізиків сприймало як абсурд. А. Айнштайн 1925 року порадив М. Борнові прочитати дисертацію де Бройля, зауваживши при цьому: "Прочитайте її. Хоч і видається, що її писав несповна розуму, написана вона солідно!"[9]

Улітку 1925 року професор Е. Шредингер (1887–1961) з Цюрихського університету ознайомився з гіпотезою де Бройля. Перевівши ці ідеї на "зручну" математичну мову, він винайшов фундаментальне рівняння сучасної фізики – хвильове рівняння Шредингера (1926). Є спогади П. Дебая, що це він запропонував Е. Шредингерові, який працював у нього на кафедрі, доповісти на семінарі роботу де Бройля. Шредингер, який, як і більшість фізиків, негативно ставився до ідеї де Бройля, доповів цю роботу лише після того, як Дебай наполіг на своєму. Готуючись до цього семінару, Шредингер і винайшов своє рівняння.

Хвиля де Бройля $\psi = \psi(x, t)$ має задовольняти хвильове рівняння (одновимірний випадок)

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} - \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0\,,$$

($\omega = k\upsilon$, υ – фазова швидкість), одночасно задовольняючи співвідношення для енергії $E = \hbar\omega$ та імпульсу $p = \hbar k$ частинки.

З урахуванням виразу для повної енергії частинки

$$E = \frac{p^2}{2m} + U(x)\,,$$

де $U(x)$ – потенціальна енергія частинки, Шредингер і записав своє славнозвісне рівняння[10]

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + U(x)\psi$$

– основне рівняння квантової теорії, яке, за висловом американського фізика Р. Фейнмана, "описує і жаб, і композиторів".

Інтерпретацію фундаментальної величини цієї теорії, хвильової функції $\psi(x, t)$ як амплітуди ймовірності, дав 1926 року Макс Борн[11]. Експериментально хвильові властивості мікрочастинок уперше виявили в дослідах з дифракції електронів на кристалах 1927 року К. Девіссон і Л. Джермер у Нью-Йорку та Г. П. Томсон в Абердіні (Шотландія)[12], хоча вказівки на хвильові властивості частинок давали вимірювання перерізу розсіяння електронів на газах, які виконав К. Рамзауер ще 1921 року.

Так була створена хвильова квантова механіка. Цікаво, що спочатку в грудні 1925 року Е. Шредингер знайшов релятивістське рівняння, яке, однак, не давало правильної формули тонкої структури водневих ліній. Лише в січні 1926 року він розробив нерелятивістське наближення. Зазначимо, між іншим, що 1918 року в Е. Шредингера виникла нагода обійняти посаду професора кафедри теоретичної фізики в університеті в Чернівцях. Перешкодив цим планам розпад Австро-Угорської імперії.

Народження нової квантової механіки почалося з іншого її варіанта і дещо раніше – з роботи німецького фізика-теоретика Вернера Гайзенберга (1901–1976), яку він написав у червні 1925 року. Гайзенберг уважав, що розумно відмовитись від неспостережувальних величин (таких як координати та період обертання електрона) і побудувати механіку, в якій були б співвідношення лише між спостережувальними величинами (таких як частоти переходу між квантовими станами, інтенсивність випромінювання під час цього переходу тощо). Він побудував таку формальну схему

[9]Луї де Бройль 1929 року отримав Нобелівську премію з фізики за відкриття хвильової природи електрона.

[10]Нобелівською премією з фізики 1933 року за відкриття нових форм атомної теорії були нагороджені Е. Шредингер та П. А. М. Дірак.

[11]Нобелівська премія з фізики 1954 року за роботи з квантової механіки.

[12]К. Девіссон і Г. П. Томсон поділили Нобелівську премію з фізики 1937 року за відкриття дифракції електронів.

квантової механіки, у якій, замість координати q та імпульсу p електрона, фігурували деякі абстрактні алгебраїчні об'єкти q_{mn} та p_{mn}, для яких не виконуються правила комутативності під час множення. Професор М. Борн, якому В. Гайзенберґ надіслав свій рукопис, розпізнав у цих правилах множення правила для відомих у математиці матриць, і разом з П. Йорданом вони показали, що матриці $\hat{q}$ та $\hat{p}$ задовольняють переставне співвідношення

$$\hat{q}\hat{p} - \hat{p}\hat{q} = i\hbar,$$

яке є новим правилом квантування, і створили те, що має тепер назву матричної квантової механіки[13].

Еквівалентність двох квантових механік, матричної і хвильової, довів Е. Шредингер (1926). Ще до створення хвильової механіки після відкриття матричної квантової механіки М. Борн, В. Гайзенберг і П. Йордан, натрапляючи на труднощі з матричним численням, звернулись до видатного німецького математика Д. Гільберта (1862–1943). Великий математик, який жваво цікавився новими ідеями фізиків (зокрема, він дещо раніше за А. Айнштайна винайшов рівняння руху ґравітаційного поля в загальній теорії відносності, відомі як рівняння Айнштайна–Гільберта), відповів їм, що завжди, коли йому доводилося мати справу з матрицями, вони виникали під час знаходження власних значень у крайових задачах для диференціальних рівнянь. Гільберт і порадив їм пошукати диференціальне рівняння, пов'язане з цими матрицями, і можливо, знайдеться щось нове. Однак цю ідею фізики не сприйняли, вважаючи її несерйозною, і Гільберт пізніше кепкував з них – саме це рівняння знайшов Шредингер.

М. Борн, Н. Вінер, П. А. М. Дірак, Г. Вейль 1926 року сформулювали принцип, за яким кожній фізичній величині ставиться у відповідність оператор. Як з'ясувалось згодом, таке зіставлення не є простою процедурою, і питання однозначності "приписування" фізичним величинам операторів дискутується досі.

У 1927 році В. Гайзенберґ відкрив співвідношення невизначеностей для середньоквадратичних відхилень канонічно спряжених координати q та імпульсу p:

$$\left\langle (\Delta q)^2 \right\rangle \left\langle (\Delta p)^2 \right\rangle \geq \hbar^2/4 .$$

Інтерпретація гайзенберґівського принципу невизначеності та фізичний зміст хвильової функції як амплітуди ймовірностей були предметом дискусій на багатьох фізичних конґресах. Наша логіка, що ґрунтується на повсякденному досвіді макроскопічного світу, є класичною з її твердженнями "так" або "ні", вона не допускає того, що ми називаємо дифракцією електронів, і це привело до формулювання багатьох парадоксів: парадокс де Бройля, парадокс із живомертвим котом Шредингера, парадокс Айнштайна–Подольського–Розена (1935), які були предметом відомих дискусій – "двобою" Н. Бора та А. Айнштайна. Одним із результатів цих дискусій є принцип доповнювальності Бора (1927): вимірювання імпульсно-енерґетичних та просторово-часових характеристик є взаємодоповнювальними в описі квантового об'єкта.

Завершився етап створення квантової теорії відкриттям релятивістського хвильового рівняння для електрона, яке зробив 1928 року англійський фізик-теоретик П. А. М. Дірак (1902–1984). На ту пору було відоме релятивістське квантове рівняння, яке тепер називають рівнянням Кляйна–Ґордона–Фока, хоча вперше, як уже зазначалось, його запропонував Шредингер. Воно не влаштовувало Дірака з двох причин.

---

[12]За створення квантової механіки в матричній формі В. Гайзенберґ нагороджений 1932 року Нобелівською премією.

По-перше, хвильова функція в цій теорії дає густину ймовірності, що може набувати від'ємних значень.

По-друге, у це рівняння входять другі похідні за часом, і тому стан системи задається не лише хвильовою функцією, а й її першою похідною за часом, що суперечить загальним принципам квантової механіки. Тому Дірака дивував той факт, що багатьох фізиків, серед них і Бора, до якого він звертався, влаштовувало це рівняння.

Несуперечливе об'єднання основних принципів квантової теорії й релятивістської механіки Дірак здійснив несподіваним способом добування кореня квадратного й отримав своє знамените рівняння для електрона. З цього рівняння П. Дірак винайшов "на папері" позитрон, який 1932 року відкрив експериментально американський фізик К. Андерсон.

Пізніший період розвитку квантової теорії можна назвати "калькуляційним". Тисячі наукових праць були присвячені дослідженню різноманітних фізичних явищ із розрахунками на підставі фундаментальних рівнянь квантової механіки фізичних величин, що характеризують ядра, атоми, молекули та їх сукупності в газоподібному, рідкому і твердому станах. Жодного разу квантова гіпотеза М. Планка не зазнала невдач.

Але час до часу фізики поверталися до змісту основної величини квантової механіки – хвильової функції. 1942 року американський фізик-теоретик Річард Фейнман (1918–1988) сформулював ще один варіант квантової механіки через таке поняття як інтеграли за шляхами від амплітуди ймовірності, вигляд якої він спостулював, виходячи з ідеї П. Дірака. Цей підхід не дає нових результатів, але знову повертає нас до нібито класичного підрахунку ймовірності переходу квантової частинки з однієї точки простору в іншу за всіма можливими її класичними траєкторіями. Насправді ж використовується знову поняття амплітуди ймовірності, а її вигляд вибирається так, щоб забезпечити перехід до рівняння Шредингера.

Сьогодні ми спостерігаємо період, який можна назвати "ренесансом", тобто вчені знову намагаються зрозуміти, що таке хвильова функція, майстерно "перекидаючи" мікроскопічні явища на природні для нас макроскопічні масштаби. Теперішні інструментальні можливості дають змогу досліджувати експериментально такі тонкі явища, як "живомертвий кіт Шредингера" та парадокс Айнштайна–Подольського–Розена, завдяки якому винайшли спочатку теоретично, а далі експериментально так зване явище квантової телепортації.

У фольклорі фізиків з'явилися такі поняття, як квантова криптографія та квантові комп'ютери, принцип дії яких ґрунтується на незбагненних властивостях ψ -функції, можливості яких є також ще незбагненними.

Завершуємо коротку розповідь про цю незвичайну епоху з усвідомленням того, що саме зв'язок таємничого механізму геніальних здогадок та вимушених кроків, які диктуються грою нашого розуму – логікою, дає змогу пізнавати навколишність у всій її Красі й Гармонії, а також, що створення невеликою кількістю молодих учених нової квантової теорії, а фактично нової фізики, за такий короткий час (1925–1928) є феноменом, який не має прецеденту в історії науки.

До 560-річчя від дня народження Леонардо да Вінчі

ГЕНІАЛЬНИЙ ЛЕОНАРДО да ВІНЧІ

Галина Шопа,
Львівський національний університет імені Івана Фрвнка

У природі все мудро придумано та облаштовано, – кожен має займатися своєю справою, і у цій мудрості – вища справедливість життя.

Леонардо да Вінчі

Леонардо да Вінчі народився 15 квітня 1452 року в селі Анкіано, поблизу містечка Вінчі (неподалік Флоренції) – великий італійський художник (живописець, скульптор, архітектор) і вчений (фізик, математик, анатом, природодослідник).

Батьками Леонардо були 25-річний нотаріус П'єро та його кохана, селянка Катерина.

Перші роки життя Леонардо провів разом із мамою. Його батько невдовзі одружився на багатій і знатній дівчині. Вони не мали дітей і П'єро забрав свого трирічного сина на виховання.

Розлучений з мамою Леонардо все життя намагався відтворити її образ у своїх шедеврах. В Італії у той час до незаконнонароджених дітей ставилися майже так само як і до законних спадкоємців. Багато впливових людей міста Вінчі брали участь у подальшій долі Леонардо.

Коли Леонардові виповнилося 13 років, його мачуха померла під час пологів. Батько одружився вдруге – та невдовзі знову став вдівцем. Він прожив 78 років, чотири рази був одружений і мав 12 дітей. Батько намагався долучити Леонарда до сімейної професії, та безрезультатно: син не цікавився законами суспільства.

Леонардо не мав прізвища у сучасному розумінні: "да Вінчі" означає "родом із містечка Вінчі". Повне його ім'я італійською *Leonardo di ser Piero da Vinci*, тобто "Леонардо, син пана П'єро з Вінчі".

Його батько 1467 року віддав сина навчатися до найкращого живописця Тоскані, Андреа дель Вероккіо. Це була відома художня майстерня того часу.

У XV сторіччі витали ідеї про відродження античних ідеалів. У Флорентійській Академії кращі люди Італії створювали теорію нового мистецтва. Леонардо був далекий від громадського життя і рідко покидав майстерню.

Якось Вероккіо отримав замовлення на картину "Хрещення Христа". Він доручив Леонардо написати одного з двох ангелів. Це була звична практика художніх майстерень того часу: учитель творив картину разом із помічниками-учнями. Найталановитішим і старанним доручали виконання цілого фрагмента. Два ангели, що написали Леонардо і Вероккіо, однозначно продемонстрували перевагу учня над учителем. Вражений Вероккіо закинув пензлі і більше ніколи не повертався до живопису.

Про життя Леонардо да Вінчі відомо мало. У нього у Флоренції у 1476–1481 роках була власна майстерня.

У 1503–1506 роках художник працював над знаменитим полотном "Мона Ліза".

У 1513–1516 роках Леонардо да Вінчі жив і працював у Римі під патронатом Джуліано Медічі, брата Папи Лева X.

Да Вінчі 1517 року переїхав до Франції, брав участь у будівництві очисних систем на Луврі.

У Франції Леонардо майже не малював. У нього оніміла права рука, і він ледве пересувався без допомоги інших. Три роки життя у королівській резиденції, у замку Амбуаз, 68-річний Леонардо провів у ліжку.

23 квітня 1519 року Леонардо да Вінчі залишив заповіт, а 2 травня помер в оточенні учнів і своїх шедеврів. Його поховали в замку Амбуаз. На могильній плиті було вибито напис: "*У стінах цього монастиря спочиває прах Леонардо із Вінчі, великого художника, інженера і зодчого Французького королівства*".

Леонардо да Вінчі, напевно, є найуніверсальнішим генієм у всій історії людства. Він у багатьох аспектах заклав підґрунтя сучасної фізики, механіки, астрономії, ботаніки, анатомії, геології, біології, образотворчого мистецтва, архітектури.

Леонардо да Вінчі залишив по собі майже 3500 аркушів і записних книжок. Там містяться чимало креслень, у багатьох з них навмисно допущено помилки. У багатьох випадках винахідникам довелось відкривати заново те, що вже відкрив Леонардо да Вінчі.

Перелічимо декілька з його відкриттів.

Робот-муха

Леонардо да Вінчі багато працював над розробленням теорії польоту, яку добре описано в його "Кодексі про політ птахів". Серед багатьох креслень ученого виявлено і прототипи сучасних літальних апаратів.

Ґвинтокрил і парашут

Прообраз ґвинтокрила має ґвинт з металічною окантовкою і покриттям з лляного полотна. Леонардо вважав, що якщо дуже швидко його розкрутити, то конструкція підніметься догори. Радіус ґвинта – 4,8 метри. У рисунках ґвинта Леонардо да Вінчі вказав точні розміри. Ґвинт мали крутити чотири особи.

Дельтоплан

Ще один літальний апарат Леонардо да Вінчі – середньовічний дельтоплан. Зверху він нагадує скелет птаха. Да Вінчі вважав, що дельтоплан краще літатиме, якщо його зробити з італійської тополі, тростини, сухожилля тварин і льону та відповідно обробити.

Кулемет

Цю складну конструкцію, що стріляє, учений назвав "мушкет у формі органної труби". На возі встановлювали три стійки – по 11 стволів на кожній. Конструкція оберталась. Коли одна стійка стріляла, другу перезаряджали, а третя охолоджувалась. Так створювали неперервність стрільби.

Парова гармата

У прикладній фізиці – винахід Леонардо да Вінчі парової гармати. Принцип дії такої гармати полягає в тому, що в дуже нагріту камеру вводили теплу воду, що миттєво перетворювалась у пару, яка своїм тиском витісняла ядро.

Акваланг і пожежна драбина

Леонардо да Вінчі пропонував слухати звуки підводного світу, приклавши вухо до весла, яке опущено у воду.

Він хотів створити лижі для ходіння по воді та акваланг – пристрій, що допомагає дихати під водою.

Сучасні висувні пожежні драбини також придумав великий Леонардо для штурму замків, які перебували в облозі.

Ескалатор

Ще 1500 року в Міланській долині під час риття канави, Леонардо да Вінчі вперше застосував землерийну машину.

У записній книжці Леонардо да Вінчі містились ескізи механізму, який дуже подібний на нинішній ескалатор.

У трактаті "Про падіння важких тіл, зв'язаних із обертанням Землі") учений ще задовго до Коперника і Фуко писав, що камінь, який кинуто з висоти вежі, не падає до її основи, а відхиляється у бік. Таке явище вчений пояснював обертанням Землі.

Багато дослідників пробували за ескізами малюнків відтворити винаходи.

Пластмаса

Італійський професор Алессандро Веццозі переконаний, що саме Леонардо да Вінчі винайшов пластмасу. Учений стверджує, що знайшов рецепти флорентійського генія для створення штучних матеріалів.

Веццозі вивчив рукописи да Вінчі у бібліотеках Великої Британії, Італії і Франції. Він відшукав опис подібних сучасних пластмасових сумішей на декількох сторінках, а також рисунки.

За словами Веццозі, щоб приготувати її прообраза учений використав тваринні і рослинні клеї, деколи додаючи до них органічні волокна, листя капусти, салати і папір. Він синтезував хімікат, дуже подібний на ацетон. Користуючись інструкціями Леонардо, учені отримали матеріал, подібний на пластмасу, ще на початку XX сторіччя.

Леонардо да Вінчі шукав суть законів механіки, вивчав природу інерції, досліджував вільне падіння і рух тіл, явище удару, визначав центр ваги різних тіл, вивчав тертя тощо. Учений ще 1475 року висловив думку про неможливість вічного двигуна. Вивчав хвилі, рух, звук, досліджував світло. Він конструював різні літальні апарати, ткацькі станки, друкарські та деревообробні машини, прилади для шліфування скла, землерийні машини.

Майбутні покоління довкола видатної особистості складали легенди, писати гуморні історії, малювали карикатури.

Іменем Леонардо да Вінчі названо університет, вулиці, ресторани, кафе, надруковано багато книжок, видано поштові марки тощо.

Його геніальними картинами милуватимуться ще багато поколінь, над його ескізами рисунків "ламатимуть" голови ще багато дослідників…

"Нема більшого гонору для інтелігентного чоловіка, як берегти свою і національну честь та без нагороди вірно працювати для добра свого народу, щоб забезпечити йому кращу долю".

Іван Пулюй

Олекса-Мирон Біланюк (15.12.1926 – 27.03.2009)

У березні 2012 року відбулася Наукова сесія Наукового товариства імені Шевченка на тему: "50 років концепції тахіонів". Тема обрана невипадково. Одним із перших науковців, який є автором гіпотези про тахіони, був відомий американський фізик українського походження Олекса Біланюк[1] – іноземний член Національної академії наук України, президент Української Вільної Академії Наук у США (1998–2006), Дійсний член НТШ, Почесний член Товариства українських інженерів Америки, Почесний доктор Львівського національного університету імені Івана Франка, член редколегії журналу "Світ фізики".

О. Біланюк має наукові досягнення світового рівня з теоретичної та експериментальної фізики. Його експериментальні дослідження стосуються ядерної фізики та присвячені вивченню механізмів ядерних реакцій і структури атомних ядер.

Поява статті О. Біланюка із співавторами про можливість існування частинок, що рухаються швидше, ніж світло (тахіонів)[2], спершу серйозно сприймалась небагатьма фізиками. Та починаючи із статті "*The neutrino as a tachyon*" (A. Chodos, A. Hauser, V. Kostelecky, Physics Letters, 1985. – Vol. 150B. – P. 431) й до значного потоку публікацій останніх років, тахіони активно залучаються до з'ясування природи й властивостей нейтрино, пояснення спектру космічних променів.

За деякими експериментальними даними, квадрат маси електронних нейтрино є від'ємним, а це спонукає до серйозних перевірок припущення про те, що ці нейтрино якраз і є тахіонами. Без перебільшення можна сказати, що сьогодні тахіони перебувають у центрі уваги фізиків.

[1]Докладніше читайте в книжці Олекса Біланюк "*Тахіони. Вибрані публікації до 40-річчя тахіонної гіпотези*". – Львів: Євросвіт, 2002. – 160 с.

Книжка вийшла у серії "Бібліотека "Світ фізики". Вона містить вибрані публікації мовами оригіналу: англійською, італійською, французькою, російською та українською. Подано статтю проф. Романа Ґайди про автора, перелік вибраних наукових та науково-популярних публікацій.

[2]O.-M. Bilaniuk, V. K. Deshpande and E. C. G. Sudarshan. "Meta" Relativity. – American Journal of Physics, 1962. – Vol. 30. – P. 718–723.

"... користь нових відкриттів буде лише тоді, коли нові знання супроводжуватиме мудрість"

Із виступу проф. О. Біланюка на Вченій Раді Львівського національного університету імені Івана Франка (Львів, 11 жовтня 2002 року)

СПОГАДИ ПРО ОЛЕКСУ БІЛАНЮКА

Юрій Ранюк,
доктор фізико-математичних наук,
Національний науковий центр "Український фізико-технічний інститут"

Я отримав запрошення від Галини Шопи взяти участь у підготовці книги пам'яті академіка Олекси Біланюка, з яким був добре знайомий.

Зосереджуся лише на одній події – візит Олекси до Харкова, який закінчився фантастичною мандрівкою на байдарці по одній з найкращих у світі річок – Ворсклі. На жаль, у мене не залишилося ніяких документів про цю подію, за винятком кількох фотокарток, які зробив Олекса. Подробиці цієї події майже стерлися з моєї пам'яті, а було це 1995 чи 1996 року.

Приблизно в цей час я працював над книжкою "Лабораторія № 1. Ядерна фізика в Україні". Ми з Олексою домовилися працювати над книжкою разом, щоб надрукувати її англійською мовою в Сполучених Штатах Америки під егідою Наукового товариства ім. Шевченка. На жаль, з цього нічого не вийшло не з моєї вини. Проте книжка була видана в Харкові 2001 року.

Я не буду зупинятися на життєвому та творчому шляху Біланюка. Усе це описано у відповідних довідниках та енциклопедіях. Наприклад, в Енциклопедії сучасної України. Нагадаю лише, що він та його дружина Лариса[1] активно працювали в Американській філії Наукового товариства ім. Шевченка та Українській вільній Академії наук.

Тепер щодо візиту подружжя Біланюків до Харкова та на Ворсклу.

Дружина Олекси була на той час уже відомим у світі фахівцем з новітніх магнетних медичних томографів. Її запросили до Китаю – прочитати цикл лекцій про ці унікальні на той час прилади для тамтешніх фахівців.

Як воно вже так вийшло – не знаю, але Лариса відмовилася від високооплачуваної поїздки до Китаю на користь безкоштовного турне Україною з тим же циклом лекцій. Її супроводжував Олекса. Як з'ясувалося згодом, українські фахівці не дуже вітали ті лекції.

Чого вартий, наприклад, такий факт. Здається це було в Дніпропетровську. Лариса звернулася до авдиторії із запитанням про те, якою мовою читати лекції: українською чи англійською. Авдиторія зажадала мови, якої Лариса зовсім не знала, тобто російської. Організаторам лекцій здалося, що це політична провокація, мовляв, як можна знати українську і геть не знати російської. Довелося подружжю залишити лекційну залу і їхати далі, здається в Запоріжжя чи Одесу.

У Харкові я виконував роль безкоштовного таксиста. Забирав гостей після сніданку з якогось гуртожитка і віз куди вони замовляли. На лекціях Лариси я ні разу не був, бо мав справи і до того ж нічого в них не тямив.

Звичайно, я проводив екскурсії по місту, але подробиці вже не пам'ятаю. Здається, ще до приїзду до Харкова, гості вже збиралися на Ворсклу. Ми домовились про це раніше. Можливо навіть Ворскла займала в їхніх планах більший пріоритет, аніж лекції.

[1] *Лариса Біланюк* – професор радіології Пенсільванського університету (США), іноземний член Національної академії наук України.

Що ж до Харкова, то тут я розповім лише історію з фігурою, яка справила на гостей величезне враження.

У місці злиття річок Харків та Очеретянки ще здалеку можна побачити високу могилу (курган), яку я вирішив показати гостям. Довкола могили були суцільні городи. Гості розійшлися довкола. Раптом я почув голос Олекси, який поквапливо кликав Ларису. Він був настільки збуджений, що, здавалося, побачив щось неймовірне. Повторював лише одне слово:

– Фігура! Фігура! Ларисо, дивись, фігура!

Що ж побачив Олекса такого вражаючого? Довкола могили були городи і росла картопля. Час був голодний і люди по черзі пильнували ті городи, щоб нічого з них не крали. А щоб далеко і краще було видно, збудували на могилі з підручного дерева вежу метрів 5–7 заввишки, на верху якої був облаштований спостережний пункт.

Городяни, певно, уяви не мали, що колись запорізькі козаки, які пильнували степ, споруджували на високих скіфських курганах спостережні пункти, чи вежі, які називали "фігурами". Я переконаний, що зараз майже ніхто в Харкові не знає назву такого спорудження. Різниця між харківською та запорізькими фігурами та, що козаки встановлювали на їхній вершині бочки зі смолою. Смолу підпалювали, як тільки в степу помічали татарську кінноту. Чорний густий дим палаючої смоли було видно за багато кілометрів, тоді на інших фігурах козацька варта також підпалювала смолу. Це була своєрідна естафета тривоги. Я харківську картопляну вежу бачив давно, але думка про те, що то є "фігура" в мою голову не приходила.

Олекса з фотоапаратом довго бігав довкола фігури. Зараз уже не пам'ятаю, чи пробував він на неї залізти. Певно, що так. Цю подію він часто згодом згадував і усім про неї розповідав.

Невдовзі Олекса і Лариса кудись зникли з мого поля зору. Я був переконаний, що вони вже в Америці. Аж ось телефонний дзвінок з Києва і розмова про те, що американці готові пливти по Ворсклі.

Олекса пропонував знову приїхати до Харкова і вже звідси рушити на річку. Я ж заперечував і пропонував їм вийти з потяга на мосту через Ворсклу, де ми їх будемо чекати. Домовились, що вони виїдуть потягом, який їде через Суми і вийдуть з нього на зупинці Піонерська.

Наступного дня – дзвінок і тривожний голос Олекси повідомив, що в касі їм сказали, що такої зупинки взагалі немає. Олекса запропонував замість Харкова зустрітися в Сумах.

З'ясувалось, що, справді, формально зупинки Піонерської немає, та оскільки на цій зупинці розташований залізничний піонерський табір, то влітку усі без винятку потяги, опріч товарних, на кілька хвилин там зупиняються. Зійшлись на тому, що дорогою Олекса запитає у машиністів, чи є зупинка Піонерська, чи такої немає. Якщо немає, то вони вийдуть на попередній зупинці Бакерівці. Це 3–5 кілометрів від Піонерської, і почекають мене там, звідки я привезу їх на автомобілі.

А далі чи не найцікавіше. Олекса не став чекати Бакерівки, а ще в Сумах з півлітрою в руках підійшов до паровоза і запитав у машиністів, чи є зупинка на станції Піонерскій. Побачивши пляшку, хлопці прибадьорились і відповіли, що коли треба, то зупинка буде. Забравши пляшку, вони поцікавились, чи не треба ще десь зупинитись. Заради такої нагоди, тут вони кивнули на пляшку, вони ладні зупинитись хоч серед поля.

На час цієї розмови ми вже отаборилися на березі Ворскли кілометрів 3–5 нижче за течією залізничного Бакерівського мосту і зібрали байдарку. Десь годині о 4-ій ранку я виліз із палатки, в якій солодко спав мій напарник Бакай[2], спустив байдарку на воду і подався проти течії на неіснуючу зупинку Піонерську. Невдовзі з'явився потяг, який мені на радість почав гальмувати, аж поки не зупинився. Я побіг до вагона, в якому мали приїхати гості, із якого так ніхто і не вийшов. Потяг почав рушати, і тут я побачив гостей, що йшли від хвоста потяга і весело махали мені руками. Я побіг назустріч. Радості не було меж. Витяг байдарку з кущів, поклав у неї валізи, примостив гостей. Іще мить – і ми вже швидко пливемо за течією.

Неможливо передати словами захоплення, яке охопило Біланюків. Щойно вони були в потязі і раптом уже байдарці, що пливе чудовою річкою, серед прекрасної природи. Сонце щойно почало сходити, річка оповилась ранковим серпанком. За пів години ми витягали з палатки Бакая і почали йому дорікати, що він, замість того, щоб приготувати сніданок, проспав гостей.

Невдовзі палатка і все наше спорядження опинилися у вантажнику автомобіля, на якому Бакай вирулив у напрямку Климентового моста, а ми утрьох поринули в протоки бакерівського болота, цього чудового місця на світі. Пливемо вузькими канавами, весла з обох боків чіпляються за кущі м'яти. Нас охоплює запаморочливий запах розірваної і роздавленої трави. Час від часу протока розширюється і ми потрапляємо в озера, поверхня яких вкрита білими ліліями. Далі знову протока і знову чиста вода з ліліями.

На першій же зупинці на твердому березі ми з Олексою готуємо обід, а Лариса кидається у воду. Так ми допливаємо до Охтирки, де Бакай поїхав з Олексою в місто, а ми з Ларисою залишилися на березі.

Нам розповіли про пригоду, яка трапилася з Олексою в місті. Не пам'ятаю вже за чим Олекса став у чергу разом з директором місцевого музею. І тут директор (це був Галкін) взяв Олексу за плече і вказав йому очима на чоловіка, що стояв поперед них у черзі. На запитання: "Хто це?", він пошепки відповів: "Син Багряного Борис". Але розмова у зраділого Олекси з сином "самого" Багряного не склалася. Борис не схотів розмовляти і сказав лише:

– Мой папа антисоветчик и я от него отказался.

Олекса почав йому пояснювати, який у нього чудовий батько, але Борис не захотів слухати і чкурнув з черги без хліба.

Заночували ми в палатках на березі Ворскли, недалеко від залишків Охтирського Троїцького монастиря, біля села Чернеччина, де народився поет. Наступну ніч провели в курортному селищі Буймерівка. Палало вогнище, готувалася вечеря, грала гітара і лунали пісні. Лариса диригувала, Бакай акомпонував, я співав, а Олекса фотографував.

Наступного ранку з буймерівського табору вирушила байдарка з трьома жінками і одним чоловіком на кормі. На кормі був я, попереду – Лариса.

Разом з нами з табору вирушив автомобіль, на якому поїхав Олекса. Нашою метою було село Куземин. Чиста річечка з піщаними берегами постійно зваблювала нас до купання, так що до Куземина ми добралися лише під вечір, де нас зустрів стурбований Олекса. Вранці я і подружжя Біланюків на автомобілі подалися спочатку в Сорочинці, далі – на дачу В. Г. Короленка, і, нарешті, на батьківщину Гоголя – в село Гоголіве.

---

[2]*Олександр Бакай* – доктор фізико-математичних наук, професор, дійсний член Національної академії наук України, Дійсний член Наукового товариства ім. Шевченка.

Мандрівка байдаркою по ріці Ворскла: попереду – п. Лариса Біланюк; позаду – п. Юрій Ранюк. Знимкував п. Олекса Біланюк

Буйно цвів соняшник і Олекса зупиняв автомобіль, як тільки бачив соняшниковий лан і безкінечно клацав затвором фотоапарата. Було таке враження, що в Америці того соняшника він ніколи не бачив. Врешті ми прибули до славної Полтави. Здається, що Лариса читала там свої лекції. Я ж повернувся додому.

На прощання гості запевнили мене, що вони ніде так гарно не відпочивали і що наступним літом з дітьми та онуками обов'язково приїдуть на Ворсклу. Та й взагалі вони тепер відпочиватимуть лише на Ворсклі. Але не так сталося, як гадалося. То була їхня єдина мандрівка Ворсклою (але не наша!).

Привіт, Юрію!
Я все ще не "половив
Кінців" після ½-річної відсутності.
А від 12 по 20 грудня 1996 знов
буду в Україні – точніше у Львові
на "Термінологічній Конференції".
Замешкаю в проф. Романа Гайди.
Олекса.

Дорогий Юрку!
Нарешті знайшов я негативи
фото з Ворскли і пересилаю їх
разом з книжечкою (2 фото по 3 копії).
Дай знати е-поштою, коли їх
вже отримаєш!
Вітаю! Олекса.
29. V. 1997

Dr. Oleh Bilaniuk
Swarthmore College
Dept of Physics
Swarthmore, PA 19081-1390

Дві записки Олекси Біланюка до мене, які увесь цей час були приліплені до стіни у моєму робочому кабінеті

Кажуть в Америці: „Ми даємо на науку не тому, бо ми
багаті — але ми багаті тому, бо даємо на науку".
Коли ж уряд України усвідомить собі глибоку суть
цього вислову?!
З подивом слідкую за самовідданою працею
ентузіастів «Світу фізики».
1. XII. 2001
Олекса Біланюк

Такий запис залишив Олекса Біланюк у книзі для гостей у редакції журналу "Світ фізики"

Микола Дмитрович Пильчиков (21.05.1857–19.05.1908)

ЗМІСТОМ ЙОГО СВІДОМОГО ЖИТТЯ БУЛА НАУКА

Роман Паславський,
технічний коледж при Національному університеті "Львівська політехніка"

Микола Дмитрович Пильчиков – український фізик, експериментатор, винахідник, професор Харківського та Одеського університетів, Харківського технологічного інституту, автор праць із геофізики, оптики, радіотехніки, один із перших у Російській імперії розпочав вивчення радіоактивності, рентґенографії та радіокерування.

Микола Пильчиков народився 21 травня 1857 року у м. Полтаві в сім'ї відомого українського громадського і культурного діяча, педагога, члена Кирило-Мефодіївського братства Дмитра Пильчикова.

До чотирнадцяти років Микола виховувався вдома. Далі його віддали до Полтавської гімназії, де він наполегливо вивчав фізику і хемію.

Закінчивши 1876 року гімназію, Микола Пильчиков вступив до Харківського університету на фізико-хемічне відділення. Він був здібним студентом. Уже на другому курсі винайшов електричний фонограф – прилад для вивчення звукових коливань графічним способом. Це був перший винахід майбутнього талановитого вченого.

Закінчивши університет (1876), Микола Пильчиков обійняв посаду асистента на кафедрі фізики в університеті. Того ж року вийшла його перша наукова стаття "Про новий спосіб визначення показника заломлення рідин", де він продемонстрував власний рефрактометр, який давав високу точність вимірювання і потребував незначної кількості досліджуваної рідини (2–3 краплі).

Наступного року (1882) перед членами фізико-хемічної секції він демонстрував другий прилад – автоматичний регулятор електричного струму.

М. Пильчиков 1883 року розпочав досліджувати Курську магнетну аномалію і одним з перших заклав підґрунтя теорії аномалій геомагнетизму, обґрунтував наявність покладів залізної руди, відкрив низку нових районів аномалії. Одним з перших застосував комбінацію оптичного і гальванометричного методів під час вивчення електролізу. За ці дослідження М. Пильчикова нагородили медаллю Російського географічного товариства.

Талановитого молодого вченого 1885 року призначили на посаду приват-доцента кафедри фізики і фізичної географії. За ці роки талановитий дослідник створив дев'ять приладів і пристроїв. Він досліджував магнетні аномалії, проблеми земного магнетизму. У виданні "История естествознания в России" (Москва, 1960. – Т. 2. – С. 488) написано: "Теорію магнетометричних методів розвідки уперше в Росії почав розробляти харківський фізик Микола Пильчиков".

Маґістерську дисертацію Микола Пильчиков захистив 1888 року у Петербурзькому університеті та отримав диплом маґістра фізики і фізичної географії. У своїй маґістерській праці він уперше науково обґрунтував наявність багатих покладів залізної руди у межах Курської магнетної аномалії.

У 1888–1889 рр. М. Пильчиков перебував у науковому відрядженні за кордоном, де працював у лабораторіях видатних французьких фізиків Г. Ліппмана (згодом Нобелівського лавреата з фізики 1908 р. за винахід способу кольорової фотографії), А. Корню, Н. Маскара. Там молодий дослідник здійснив чимало важливих досліджень з електрохемії, зокрема розробив ефективний оптично-гальванічний метод вивчення процесу електролізу.

Повернувшись з відрядження (1889), Микола Пильчиков став професором Харківського університету. Він читав лекції з фізики і метрології, проводив експериментальні дослідження, зокрема досліджував властивості світла. Учений 1891 року заснував магнетно-метеорологічне відділення фізичного кабінету та університетську метеорологічну станцію. Там професор проводив практичні заняття зі студентами та продовжував свої експериментальні дослідження.

Від 1894 року М. Пильчиков почав працювати у Новоросійському (Одеському) університеті. Там він уперше в Росії серед дослідників почав експериментувати із *X*-променями за допомогою трубок Пулюя. Він удосконалив ці трубки, застосувавши в ній увігнутий антикатод. М. Пильчиков прочитав низку лекцій на цю тему в Одесі та інших містах півдня України, а згодом і в Харкові.

У 1896 році з'явилася публікація, де було описано, що на підставі застосування власного оптично-гальванічного методу дослідження електролізу вчений встановив змогу фіксувати зображення різних предметів та об'єктів нарощування рельєфу на металевих пластинках за допомогою внутрішнього ефекту. Так уперше в світі було відкрито та застосовано на практиці електрофотографування, яке Пильчиков назвав фотогальванографією.

Ще одну галузь фізики досліджував учений – радіозв'язок. Він винайшов спосіб керування різними пристроями за допомогою радіо, які публічно продемонстрував 5 квітня 1898 року. Першість у цій справі віддано Николі Теслі, який подав заявку на патентування радіокерованого човна 1 липня 1898 року, а публічно продемонстрував винахід у вересні того ж року.

М. Пильчиков також винайшов протектор, який захищав прилади: телефон, маяки, семафори, гармати, міни від дії на них електричних хвиль стороннього походження. Як писав сам дослідник: "...Після довгих теоретичних і експериментальних досліджень я зупинився на тому, що прилад, який сприймає дію електричних хвиль, мусить мати особливий охоронний елемент – протектор, який, фільтруючи електромагнетні хвилі, що доходять до нього, пропускав би до діючого механізму лише ті хвилі, які послали ми..." Згодом в "Одесском обозрении" № 425 повідомлялося: "На публічній лекції 25 березня 1898 року Пильчиков за допомогою електричних хвиль, що йшли крізь стіну авдиторії, виконав ще й такі досліди: увімкнено вогні моделі маяка; зроблено постріл з невеликої гармати; підірвано міну в басейні в залі, при цьому затонула невелика яхта; приведено в рух модель залізнодорожного семафора...".

Микола Пильчиков 1902 року повернувся до Харкова, де обійняв посаду професора та очолив кафедру фізики і фізичну лабораторію Харківського технологічного інституту. Там він заснував станцію бездротового телеграфу, створив модель радіокерованого протимінного захисту кораблів, обладнав метеостанцію Інституту, встановивши автоматичний покажчик електричних атмосферних розрядів. Радіопротектор, який розробив Пильчиков, випробували в серпні 1903 року на бойових кораблях Чорноморського флоту.

Фізичну лабораторію за п'ять років перетворили на найбагатшу і найкраще обладнану між подібних лабораторій того часу в Росії. Там проводили практичні заняття для студентів та здійснювали нові наукові дослідження.

М. Пильчиков був засновником і редактором інститутського видання "Известия Харьковского технологического института".

Дмитро Пильчиков був автором 18 наукових праць з оптики, електротехніки, рентґенографії, геофізики, метрології: "Магнетні спостереження між Харковом та Курськом у 1883 році" (1883), "Матеріали до питання про місцеві аномалії земного магнетизму" (1888), "Теорія магнетних аномалій" (1888), "Основні фази електролізу" (1889), "Нові методи вивчення електричної конвекції в газі" (1894), "Ікс-проміння" (1896), видав книжку "Радій та його проміння" (1901), написав підручник "Курс фізики" (1902), "Поляризація дифузивного світла" (1908) та ін.

Винахідник є автором понад 25 оригінальних приладів та установок, конструктором диференційного ареометра, термостата, сейсмографа, рефрактометра. Він досліджував у Алжирі поляризацію атмосфери під час сонячного затемнення 1904 року…

Микола Пильчиков був членом Тулузької академії наук (Франція), Фарадеївського товариства (Лондон), Міжнародного товариства електриків, Французького фізичного товариства, Американського електрохемічного товариства, Російського географічного товариства, Російського фізико-хемічного товариства (1908), одним із фундаторів Наукового товариства імені Шевченка у Львові (1892).

19 травня 1908 року Микола Пильчиков трагічно загинув – постріл у серце обірвало життя талановитого фізика.

"…Змістом його свідомого життя була наука. Писав рідною мовою вірші, кохався в музиці й грав на скрипці, добре володів пензлем, але все своє рідкісне винахідницьке обдарування, талант дослідника, незвичайну працелюбність, виняткову цілеспрямованість, твердість характеру і громадянську мужність віддав творенню нового знання у фізиці та фізичній хемії", – написав В. Плачинда у книжці "Аксіоми для нащадків" (Львів: Меморіал, 1992).

ВІДКРИТТЯ НЕЙТРОНА

Вісімдесят років тому (1932) відомий англійський фізик Джеймс Чедвік відкрив нейтрон. За це відкриття він 1935 року отримав Нобелівську премію з фізики.

Німецькі фізики В. Боте і Г. Беккер 1930 року бомбували берилій α-частинками полонія. Вони виявили, що берилій випромінює світло, що володіє великою проникною здатністю.

На засіданні Паризької академії наук у січні 1932 року Ірен і Фредерік Жоліо-Кюрі виступили з доповіддю про результати досліджень випромінювання, які відкрили В. Боте і Г. Беккер. Науковці показали, що це випромінювання здатне вивільняти у речовинах протони, надаючи їм велику швидкість. Світлини протонів були зроблені за допомогою камери Вільсона.

Уже у наступному повідомленні, у березні 1932 року, подружжя Жоліо-Кюрі показали світлини слідів протонів у камері Вільсона, що були вибиті із парафіна берилієвим випромінюванням.

Дж. Чедвік показав, що якщо припустити, що берилієве випромінювання складається із частинок з масою, що дорівнює приблизно масі протона, із нульовим зарядом. Ці частинки назвали ***нейтронами*** (від лат. *neutral*).

Дж. Чедвік опублікував статтю про свої результати у "Працях Королівського товариства" за 1932 рік. Попередня замітка про нейтрони була опублікована у журналі "Nature" від 27 лютого 1932 року.

Згодом відомі фізики Ірен і Фредерік Жоліо-Кюрі у низці своїх праць підтвердили існування нейтронів і їх властивості вибивати протони з легких ядер. Вони встановили також випромінювання нейтронів ядрами аргона, натрія та алюмінія під час опромінення α-променями.

Відкриття нової частинки дало змогу фізикам розвіяти сумніви щодо будови ядра.

Німецький фізик В. Гайзенберґ теоретично обґрунтував будову ядра, яке складається із протонів і нейтронів.

УМОВИ ЗАДАЧ III ЕТАПУ ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ З ФІЗИКИ (Львів, 2012)

8 клас

Задача 1.

До трьох однакових динамометрів, з'єднаних так, як зображено на малюнку, підвішений вантаж. Покази верхнього і середнього динамометрів 100 і 80 Н, відповідно.

Визначіть покази нижнього динамометра.

Задача 2.

Моторний човен витратив під час руху за течією втричі менше часу, ніж на зворотну дорогу.

Знайдіть швидкість течії, якщо середня швидкість човна на всьому шляху становить $v_c = 3$ км/год.

Потужність двигуна вважайте незмінною.

Задача 3.

У відкриту циліндричну посудину налито однакові маси ртуті та води. Стовпчик рідини в посудині має висоту 29,2 см.

Знайдіть тиск рідини на дно посудини.

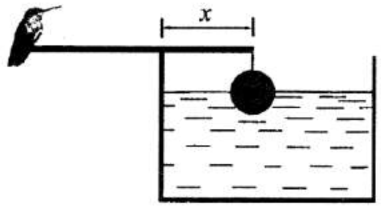
Густина ртуті $\rho_1 = 13600$ кг/м^3, густина води $\rho_2 = 1000$ кг/м^3, пришвидшення вільного падіння $g = 10$ м/с^2.

Задача 4.

Невагому паличку завдовжки $l = 18$ см поклали на край посудини з водою. До одного кінця на невагомій нитці підвішена однорідна кулька масою m, яка наполовину занурена у воду. На іншому кінці палички сидить колібрі масою m. Система перебуває у рівновазі.

Знайдіть довжину частини палички, яка перебуває у склянці (див. мал.).

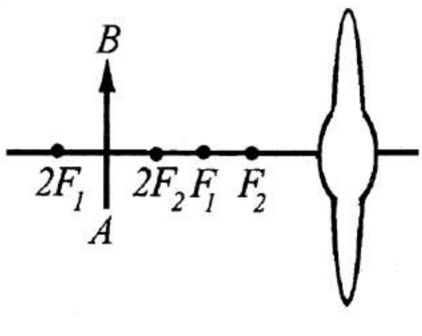
Густина матеріалу кульки $\rho_к = 2,5$ г/см^3, води $\rho_в = 1$ г/см^3.

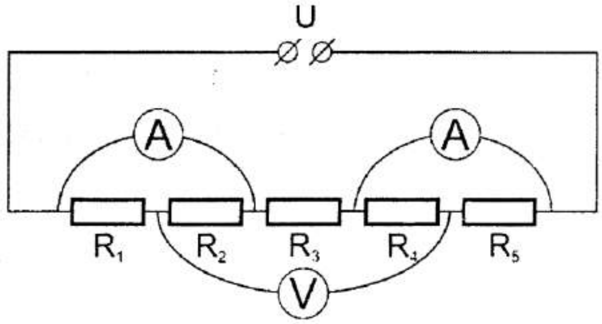


Задача 5.

У центрі збірної лінзи з фокусною відстанню F_1 вирізано круглий отвір, у який вставлена збірна лінза з меншою фокусною відстанню F_2.

Побудуйте для такої складеної лінзи зображення предмета AB, розташованого так, як зображено на малюнку.





9 клас

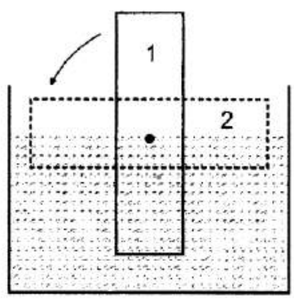
Задача 1.

Учень першу половину шляху з дому до школи проїхав на велосипеді за 15 хв. Половину часу, затраченого на другу половину шляху, він йшов зі швидкістю 4 км/год. Решту шляху він пробіг зі швидкістю 8 км/год. Яка відстань від дому до школи, якщо учень подолав її з середньою швидкістю 6 км/год?

Задача 2.

Яка кількість теплоти виділиться під час повертання наполовину зануреного у воду бруска, що вільно плаває, із нестійкого вертикального положення (положення 1) у стійке горизонтальне (положення 2, див. мал.)?

Розміри бруска $20\times 10\times 10$ см.



Задача 3.

Якими будуть покази вольтметра та амперметрів на схемі, що зображена на малюнку, якщо всі опори є однакові ($R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 100$ Ом), а прикладена до кола напруга $U = 5$ В. Опори амперметрів вважайте дуже малими, а вольтметра – дуже великим.

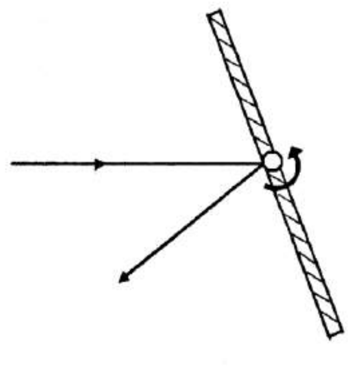
Задача 4.

У закриту посудину з водою (об'єм води – 1,5 л, температура $t_1 = 20$ °С), яку розміщено в термостаті, помістили 1 кг льоду, температура якого становила $t_1 = -190$ °С.

Знайдіть температуру в термостаті після встановлення термодинамічної рівноваги. Питома теплоємність води 4,2 кДж/(кг · К), льоду – 2,0 кДж/(кг · К), питома теплота плавлення льоду 333 кДж/кг.

Задача 5.

Промінь світла падає на дзеркало. На який кут повернеться відбитий промінь, якщо дзеркало повернути на кут α відносно осі, що проходить через точку падіння променя на дзеркало перпендикулярно до нього (див. мал.).



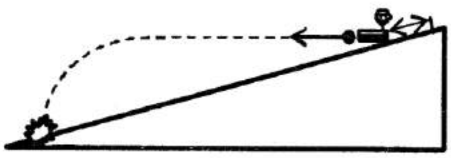
10 клас

Задача 1.

З гармати масою 0,5 т, що знаходиться на довгому схилі, кут нахилу якого дорівнює 30°, паралельно до землі вилітає снаряду масою 100 кг, при цьому гармата відкочується назад на 3 м та повертається на місце.

За який час з моменту пострілу артилеристи почують вибух снаряду, якщо швидкість звуку становить 1000 м/с, а пришвидшення земного тяжіння 10 м/с^2?

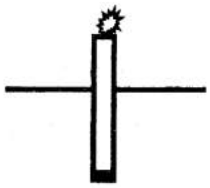
Силами тертя знехтуйте.



Задача 2.

До свічки, довжина та діаметр якої відповідно 70 та 5 см, знизу прикріплено тонкий вантаж масою 50 г. Свічку опускають у ванну з водою.

Скільки часу горітиме свічка, якщо густина води у ванні 1000 кг/м^3, густина речовини з якої зроблена свічка 900 кг/м^3, а швидкість горіння свічки 100 мг/хв?



Задача 3.

Шість кульок масою m з'єднані між собою шістьма однаковими невагомими пружинами завдовжки L та коефіцієнтом пружності k так, що утворюють рівносторонній шестикутник.

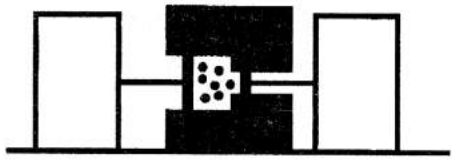
З якою частотою має обертатись система так, щоб пружини видовжились у двічі?

Задача 4.

Гідравлічний прес нерухомо закріплено до підлоги. До кінців пресу закріплено два однакових контейнери. Щоб зрушити обидва контейнери вліво, слід прикласти мінімальну силу F, що у 4 рази більша від сили, яку потрібно прикласти для зсуву цих контейнерів вправо.

Яку силу треба прикласти, щоб зрушити один такий, окремо лежачий, контейнер?

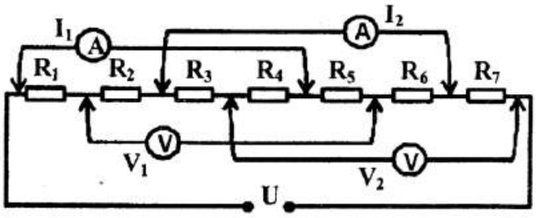
Враховуйте лише тертя контейнерів об підлогу.



Задача 5.

Сім опорів $R_1 = 1$ кОм, $R_2 = 2$ кОм, $R_3 = 0,5$ кОм, $R_4 = 2,5$ кОм, $R_5 = 2$ кОм, $R_6 = 1$ кОм, $R_7 = 1$ кОм (пронумеровано з ліва на право) з'єднані з джерелом постійного струму, що забезпечує напругу $U = 30$ В. До резисторів під'єднали два вольтметри та два амперметри так, як зображено на малюнку.

Визначте покази вольтметрів V_1, V_2 та амперметрів I_1, I_2, якщо всі вимірювальні прилади є ідеальними.



11 клас

Задача 1.
На відстані a від збиральної лінзи із фокусом F розташовано предмет.

Знайдіть, на якій відстані від лінзи перебуватиме його зображення.

Задача 2.
Два різнойменні точкові заряди q та $-4q$ перебувають на відстані a один від одного.

Яким має бути третій заряд Q і де його треба розмістити, щоб система перебувала в рівновазі?

Задача 3.
Маленький пружний м'яч кидають під кутом α до горизонту з початковою швидкістю v. Коефіцієнт відновлення вертикальної складової швидкості м'яча після удару об горизонтальну площину дорівнює R ($R < 1$). Горизонтальна складова швидкості м'яча не змінюється.

На якій відстані від точки кидання м'яча він перестане підстрибувати?

Коефіцієнтом відновлення називають відношення швидкості після удару до швидкості перед ударом.

Задача 4.
Теплова машина, робочим тілом якої є одноатомний ідеальний газ, виконує роботу в циклі 1–2–3–4–2–5–1, зображеному на pV-діаграмі (див. мал.). Точки 1, 2 і 3 лежать на прямій, яка проходить через початок системи координат, а точка 2 – середина відрізка 1–3. Максимальна температура газу в такому циклі в n разів більша від мінімальної температури.

Знайдіть коефіцієнт корисної дії такої теплової машини.

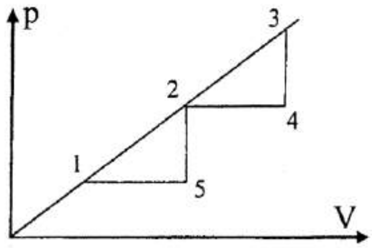
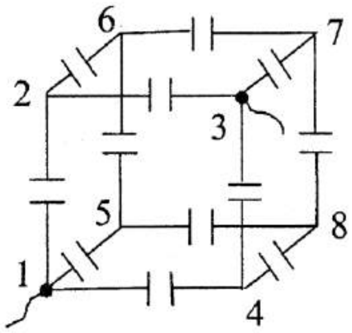


Рис. 1

Задача 5.
Із дроту зроблено куб, у кожному ребрі якого міститься конденсатор ємності C. Куб під'єднаний до кола вершинами 1 та 3, як зображено на малюнку.

Знайдіть ємність такої батареї конденсаторів.



РОЗВ'ЯЗКИ ЗАДАЧ III (ОБЛАСНОГО) ЕТАПУ ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ З ФІЗИКИ (Львів, 2012)

8 клас

Задача 1.

Нехай m – маса кожного з динамометрів, M – маса вантажу, а T_1, T_2, T_3 – покази динамометрів. Кожен динамометр показує вагу вантажу, який підвішений на ньому, оскільки саме цей вантаж розтягує пружину динамометра.

Тобто,

$$T_1 = Mg + 2mg = 100, \qquad (1)$$

$$T_2 = Mg + mg = 80, \qquad (2)$$

$$T_3 = Mg. \qquad (3)$$

З рівнянь (1) і (2) маємо:

$$mg = 20\ \text{Н},$$

$$Mg = 80 - 20 = 60\ \text{Н}.$$

Тоді з рівняння (3) маємо, що шуканий показ буде:

$$T_3 = 60\ \text{Н}.$$

Задача 2.

Позначимо через t час руху човна за течією, s – відстань, яку він проплив вниз за течією, v – його швидкість, u – швидкість течії.

За означенням середньої швидкості:

$$v_c = \frac{s+s}{t+3t} = \frac{s}{2t},$$

звідси,

$$\frac{s}{t} = 2v_c = 6. \qquad (1)$$

Для руху за течією маємо:

$$t(v+u) = s,$$

а для руху проти течії:

$$3t(v-u) = s.$$

Звідси, використовуючи (1), маємо:

$$v + u = 6, \qquad (2)$$

$$v - u = 2. \qquad (3)$$

Віднявши праві та ліві частини рівнянь (2) і (3), отримаємо:

$$2u = 4.$$

Отже, знаходимо, що швидкість течії дорівнює:

$$u = 2\ \text{км/год}.$$

Задача 3.

Тиск на дно можна визначити сумою тисків кожної з рідин:

$$P = P_1 + P_2,$$

де $P_1 = \rho_1 g h_1$ – тиск ртуті;

$P_2 = \rho_2 g h_2$ – тиск води.

Знайдімо висоту h_1 і h_2 стовпців кожної рідини.

Якщо площа поперечного перерізу посудини S, рівність мас рідин запишемо так:

$$m_1 = \rho_1 V_1 = \rho_1 S h_1 = \\ = m_2 = \rho_2 V_2 = \rho_2 S h_2 .$$

Звідси,

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 .$$

Врахувавши умову

$$h = h_1 + h_2 ,$$

матимемо:

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 (h - h_1) .$$

Відтак,

$$h_1 = \frac{\rho_2 h}{\rho_1 + \rho_2} ,$$

$$h_2 = \frac{\rho_1 h}{\rho_1 + \rho_2} .$$

Остаточно для тиску матимемо:

$$P = \rho_1 g \frac{\rho_2 h}{\rho_1 + \rho_2} + \rho_2 g \frac{\rho_1 h}{\rho_1 + \rho_2} = \\ = \frac{2\rho_2 \rho_1}{\rho_1 + \rho_2} gh .$$

Підставивши числові дані, отримаємо:

$$P = \frac{2 \cdot 1000 \cdot 13600}{13600 + 1000} \cdot 10 \cdot 0,292 = \\ = 5440 \text{ Па} = 5,44 \text{ кПа} .$$

Задача 4.

Умовою рівноваги є рівність нулеві суми моментів усіх сил.

Запишімо цю рівність відносно точки, на яку опирається паличка:

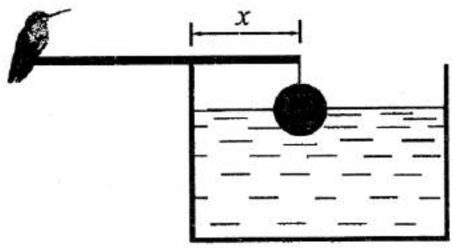
$$mg(l - x) - mgx + F_A x = 0 ,$$

де F_A – сила Архімеда, що діє на занурену половину кульки, тобто

$$F_A = \rho_в g \frac{V}{2} = \rho_в g \frac{m}{2\rho_к} .$$

Тоді умову рівноваги можна переписати так:

$$mg(l - x) - mgx + \rho_в g \frac{m}{2\rho_к} x = 0 .$$



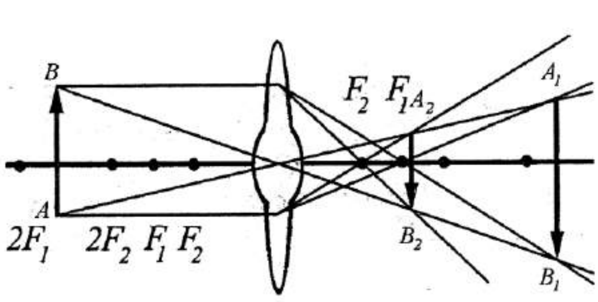
Після скорочення і перетворень, матимемо

$$x = l \frac{2\rho_к}{4\rho_к - \rho_в} .$$

Підставивши числові значення, отримаємо, що $x = 10$ см.

Задача 5.

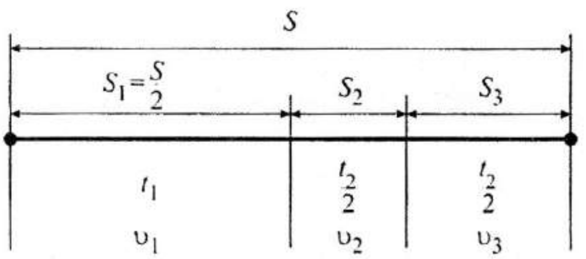
Кожна лінза дає зображення всього предмета, тому насправді зображень буде два. Кожне зображення будується незалежно, за правилами побудови зображень у збірній лінзі.



9 клас

Задача 1.

Позначимо через S – увесь шлях від дому до школи, S_1, t_1, υ_1 – довжину, час руху та швидкість на першій половині шляху, t_2 – час руху на другій половині шляху, S_2, υ_2 та S_3, υ_3 – довжини та швидкості руху на другому та третьому відрізку шляху (див. мал.), t – увесь час руху.



За означенням середня швидкість буде:

$$\langle\upsilon\rangle = \frac{S}{t}. \quad (1)$$

Друга половина шляху складається з відрізків довжиною S_2 і S_3

$$S_2 + S_3 = \frac{S}{2}. \quad (2)$$

Час руху на кожній із ділянок шляху S_2 і S_3 становить $t_2/2$, тому

$$\frac{S_2}{\upsilon_2} = \frac{S_3}{\upsilon_3}. \quad (3)$$

Із рівняння (3) отримаємо:

$$S_3 = S_2\frac{\upsilon_3}{\upsilon_2}. \quad (4)$$

Підставивши рівняння (4) у (2), одержимо:

$$S_2 = \frac{S}{2}\frac{\upsilon_2}{(\upsilon_2+\upsilon_3)}. \quad (5)$$

Знайдемо час руху учня на другій половині шляху:

$$\frac{t_2}{2} = \frac{S_2}{\upsilon_2} = \frac{S}{2(\upsilon_2+\upsilon_3)},$$

$$t_2 = \frac{S}{\upsilon_2+\upsilon_3}.$$

Тоді рівняння (1) набуде вигляду:

$$\langle\upsilon\rangle = \frac{S}{t_1+t_2} = \frac{S}{t_1+\dfrac{S}{\upsilon_2+\upsilon_3}}.$$

Звідси,

$$S = \frac{t_1(\upsilon_2+\upsilon_3)\langle\upsilon\rangle}{\upsilon_2+\upsilon_3-\langle\upsilon\rangle} = 3\text{ км}.$$

Отже, відстань від дому до школи становить 3 км.

Задача 2.

Оскільки брусок перебуває в положенні рівноваги (зрівноваженими є сила тяжіння та сила Архімеда) і до, і після повертання, то після повертання він також буде зануреним у воду наполовину, а відтак і рівень води в посудині не зміниться.

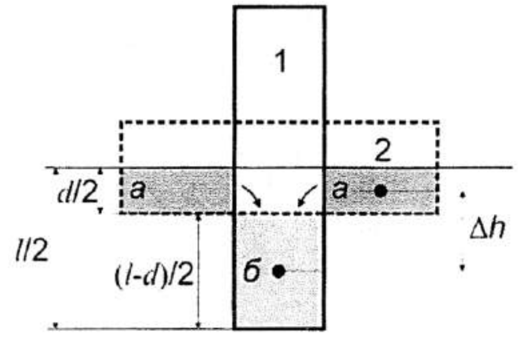
Тоді, внаслідок повороту бруска, висота його центра мас не зміниться, звідси випливає, що незмінною буде і його потенціальна енергія. Однак, під час повертання бруска змінюється потенціальна енергія витісненої ним води, саме ця енергія виділиться у вигляді теплоти.

Розглянемо як змінюється від положення *1* до положення *2* бруска потенціальна енергія води.

Якщо брусок знаходиться у положенні *1* з ділянки *б*, вода витіснена.

Якщо ж брусок займе положення *2* – вода з ділянки *а* “перетече” у ділянку *б*.

Відтак центр мас згаданого об’єму води опуститься, її потенціальна енергія зменшиться і виділиться теплота.



Нехай l – довжина, а d – товщина бруска.

З простих геометричних міркувань знайдемо, що висота центра мас об'єму води, який змінює своє положення в результаті повертання стрижня, зміниться на

$$\Delta h = \frac{l}{4}. \qquad (1)$$

Тоді кількість теплоти Q, яка виділиться, дорівнюватиме зміні потенціальної енергії води:

$$Q = mg\Delta h, \qquad (2)$$

де m – маса води, яка займає ділянку *б;*
g – пришвидшення вільного падіння.

Об'єм ділянки *б* становить

$$V = \left(\frac{l}{2} - \frac{d}{2}\right) d \cdot d. \qquad (3)$$

Тоді масу m знайдемо, знаючи, що густина води $r = 1$ г/см^3 із співвідношення:

$$m = \rho \cdot V. \qquad (4)$$

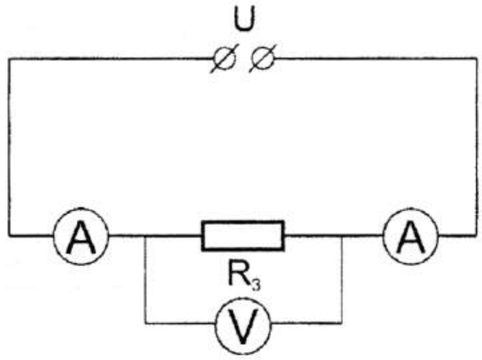
Із співвідношень (1–4) знайдемо кількість теплоти, яка виділиться під час повертання бруска:

$$Q = \frac{\rho g d^2 l}{8}(l - d) = 0,25 \text{ Дж}.$$

Отже, кількість теплоти, що виділиться під час повертання наполовину зануреного у воду бруска, який вільно плаває, становитиме 0,25 Дж.

Задача 3.

Оскільки опір амперметрів малий, то струмом через опори 1, 2, 4 та 5 можна знехтувати і схему кола можна представити так, як зображено на малюнку.



З огляду на те, що опір вольтметра великий, то опір кола дорівнюватиме опору R_3. Тоді амперметри показуватимуть струм:

$$I = \frac{5 \text{ В}}{100 \text{ Ом}} = 0,05 \text{ А},$$

а вольтметр показуватиме напругу, прикладену до кола – 5 В.

Задача 4.

Щоб визначити кінцеву температуру в термостаті, треба встановити, в якому агрегатному стані буде вода в результаті настання термодинамічної рівноваги. Залежно від теплового балансу системи – це може бути лід, вода або суміш води та льоду.

Після того, як лід помістили у посудину з водою, відбуватиметься нагрівання льоду з одночасним охолодженням води.

Оскільки вода замерзає (лід плавиться) за 0 °C, оцінимо кількість теплоти, яка потрібна для нагрівання наявного у системі льоду ($Q_{нагрів.льоду}$) та кількість теплоти ($Q_{охолодж.води}$), яку віддасть вода під час охолодження до 0 °C.

$$Q_{нагрів.льоду} = C_{льоду} \cdot m_{льоду} \cdot \Delta T_{льоду} =$$
$$= 2,0 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)} \cdot 1 \text{ кг} \cdot 190 \text{ К} = 360 \text{ кДж},$$

$$Q_{охолодж.води} = C_{води} \cdot m_{води} \cdot \Delta T_{води} =$$
$$= 4,2 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)} \cdot 1,5 \text{ кг} \cdot 20 \text{ К} = 126 \text{ кДж}.$$

Отже, щоб нагріти лід до 0 °С, йому треба надати більшу кількість теплоти, ніж може віддати вода під час охолодження її до 0 °С завдяки теплообміну. Тоді для встановлення теплової рівноваги почнеться замерзання води.

Визначмо, яка кількість теплоти виділилася б у систему під час замерзання усієї води:

$$Q_{замерз.води} = \lambda_{води} \cdot m_{води} =$$
$$= 333 \text{ кДж/кг} \cdot 1,5 \text{ кг} = 499,5 \text{ кДж}$$

Оскільки

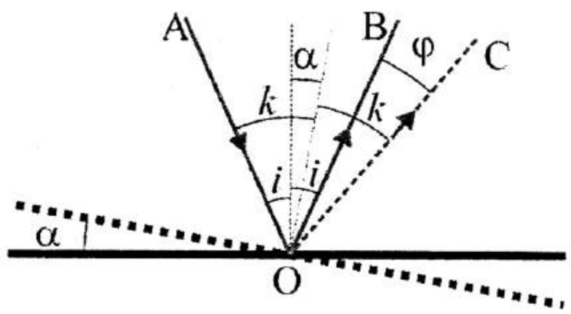
$$Q_{замерз.води} > (Q_{нагрів.льоду} - Q_{охолодж.води}),$$

то очевидно, що в системі замерзне не вся вода, тобто після встановлення теплової рівноваги в посудині буде суміш води та льоду, а тому в термостаті встановиться температура $T = 0$ °С.

Отже, після встановлення термодинамічної рівноваги в термостаті встановиться температура 0 °С.

Задача 5.
Проведемо в точці падіння променя перпендикуляри для двох положень дзеркала, які повернуті одне відносно одного на кут α.

Очевидно, що кут між перпендикулярами до дзеркал дорівнює куту між дзеркалами, і дорівнює α.



Виходячи із закону відбивання світла, бачимо, що кут падіння променя *AO* дорівнює куту відбивання (позначимо їх i). Відтак кут *AOB* дорівнює $2i$.

Аналогічно, для повернутого дзеркала кут падіння променя *AO* дорівнює кутові відбивання (позначимо їх k). Отже, кут *AOC* дорівнює $2k$.

$$\angle AOB = 2i,$$

$$\angle AOC = 2k.$$

Шуканий кут відхилення променя з поворотом дзеркала – це кут φ. Із малюнка видно, що кут φ дорівнює різниці кутів *AOC* і *AOB*.

$$\varphi = \angle AOC - \angle AOB = 2k - 2i.$$

Із малюнка також видно, що кут k дорівнює сумі кута між перпендикулярами і кута падіння променя на дзеркало i:

$$k = \alpha + i.$$

Підставивши цю рівність у співвідношення для кута φ, отримаємо:

$$\varphi = 2\alpha + 2i - 2i = 2\alpha.$$

Отже, відбитий промінь повернеться на кут 2α.

10 клас

Задача 1.

Завдання знайти час досягнення звуку вибуху після пострілу треба розбити на два етапи: час польоту ядра та час поширення звуку крізь повітря від точки попадання до артилеристів.

Час поширення звуку вибуху можна знайти знаючи відстань, на яку відлетить ядро вздовж схилу. Щоб розв'язати цю частину, треба знати швидкість вильоту ядра з гармати (точки пострілу).

Скористаймось законом збереження імпульсу в системі гармата–ядро:

$$m\upsilon = Mu\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}Mu \qquad (1)$$

та законом збереження енергії гармати під час "відкату":

$$\frac{Mu^2}{2} = MgL\sin\alpha = MgL\sin 30^\circ = \frac{MgL}{2}. \qquad (2)$$

Із рівнянь (1) та (2) знаходимо швидкість вильоту ядра:

$$\upsilon = \frac{M}{2m}\sqrt{3gL}. \qquad (3)$$

Далі спробуймо знайти час польоту та відстань уздовж схилу. Вертикально ядро рухатиметься рівнопришвидшено і з початковою вертикальною складовою швидкості, що дорівнює нулеві:

$$S\sin\alpha = \frac{gt^2}{2}. \qquad (4)$$

Горизонтальний рух буде рівномірним:

$$S\cos\alpha = \upsilon t. \qquad (5)$$

Тоді розділивши (4) на (5), знаходимо:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{gt}{2\upsilon}. \qquad (6)$$

Звідси час польоту ядра:

$$t = \frac{2\upsilon\,\mathrm{tg}\alpha}{g} = \frac{M}{m}\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (7)$$

та відстань уздовж схилу:

$$S = \frac{M^2}{m^2}L. \qquad (8)$$

Остаточний результат можна знайти з рівнянь (7) та (8), враховуючи, що швидкість звуку в атмосфері визначено через c:

$$T = t + \frac{S}{c} = \frac{M}{m}\sqrt{\frac{L}{g}} + \frac{M^2}{m^2}\frac{L}{c} = \frac{M}{m}\left[\sqrt{\frac{L}{g}} + \frac{M}{m}\cdot\frac{L}{c}\right]. \qquad (9)$$

$$T = \frac{M}{m}\left[\sqrt{\frac{L}{g}} + \frac{M}{m}\cdot\frac{L}{c}\right] = \frac{500}{100}\left[\sqrt{\frac{3}{10}} + \frac{500}{100}\cdot\frac{3}{1000}\right] = 5\cdot\left(\sqrt{0,3} + 0,015\right) = 2,81\ \text{с}. \qquad (10)$$

Отже, час, за який з моменту пострілу артилеристи почують вибух снаряду, дорівнюватиме 2,81 с.

Задача 2.

Свічка горітиме до моменту занурення у воду (свічка тоне). Отже, нам треба знайти умову плавання свічки, тобто мінімальну довжину свічки, за якої вона ще не тоне. Цю довжину можна знайти з умови рівноваги сил тяжіння, що діють на свічку, сили тяжіння тягарця та сили Архімеда, що діє на свічку:

$$\rho gSL + mg = \rho_0 gSL, \qquad (1)$$

де ρ – густина води; ρ_0 – густина свічки; m – маса тягарця; S – площа перерізу свічки; L – потрібна довжина свічки.

Довжину свічки можна визначити з рівняння (1):

$$\frac{m}{(\rho_0 - \rho)S} = L. \qquad (2)$$

Час горіння – це час зменшення розміру свічки від початкового L_0 до мінімального значення L, за якого вона занурюється під воду і гасне:

$$t = \frac{\rho S}{\upsilon_m}\left[L_0 - \frac{m}{(\rho_0 - \rho)S}\right]. \qquad (3)$$

Тобто,

$$t = \frac{\pi \rho d^2}{4\upsilon_m}\left[L_0 - \frac{4m}{\pi(\rho_0 - \rho)d^2}\right] \approx 4800 \text{ хв}.$$

Примітка. У початковий момент часу свічка перебувала у рівноважному вертикальному положенні.

Задача 3.

Насамперед визначімо вісь обертання, за якої виконуються умови задачі, тобто одночасне видовження усіх пружин на однакову величину.

Виходячи з симетрії системи (геометричної та фізичної), така вісь проходить перпендикулярно до площини шестикутника та через його геометричний центр (співпадає з центром мас системи).

Насамперед з геометрії системи кульок і пружин, очевидно, що з видовженням пружин до величини $2L$ радіус обертання кульок також збільшиться до $2L$.

Далі, з симетрії системи, розв'язок можна звести до визначення поведінки окремої кульки, тобто знаходження умови рівноваги сил натягу пружин та відцентрової сили (неінерціальна система координат), що діють на кульку:

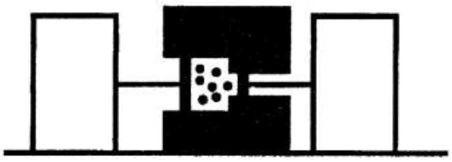
$$m\omega^2 \cdot 2L = 2kL\cos 60° = kL. \qquad (1)$$

З рівняння (1) можна визначити швидкість обертання кульки, знаючи довжину кола, по якому вона рухається, і частоту обертання системи:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}. \qquad (2)$$

Задача 4.

Сила, що потрібна для зсуву окремого контейнера, дорівнює силі тертя одного контейнера об підлогу f.



Запишімо рівняння для зсуву контейнера вліво:

$$F - f = pS,$$

$$f = ps. \qquad (1)$$

Рівняння для зсуву контейнера вправо матиме вигляд:

$$\frac{F}{4} - f = p's,$$

$$f = p'S, \qquad (2)$$

де S – площа правого поршня; s – площа лівого поршня; p, p' – тиски рідини у різних випадках.

З рівнянь (1) і (2) матимемо:

$$\frac{F - 4f}{4f} = \frac{f}{F - f}, \qquad (3)$$

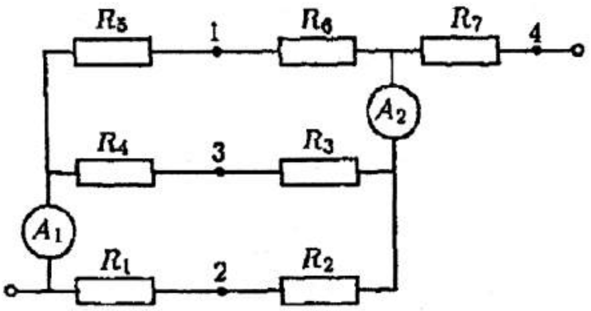
$$(F - 4f)(F - f) = 4f^2. \qquad (4)$$

Звідси, сила, яку треба прикласти, щоб зрушити контейнер, буде:

$$f = \frac{F}{5}.$$

Задача 5.

Схему із умови задачі можна зобразити без вольтметрів як сукупність паралельних і послідовних з'єднань опорів (див. мал.).



Опори кожної з паралельних гілок будуть:

$$r = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 = 3\text{ кОм}$$

і є однаковими.

Повний опір кола буде:

$$R = \frac{r}{3} + R_7 = 2\text{ кОм}.$$

Через резистор R_7 протікає струм силою:

$$I = \frac{U}{R}.$$

Через кожну з паралельних ланок кола протікає однаковий струм, тому сила струму в кожній з них буде:

$$i = \frac{I}{3}.$$

Звідси,

$$I_1 = I_2 = 2i = \frac{2U}{3R} = 10\text{ мА}.$$

Покази V_1 і V_2 вольтметрів знайдемо як напругу між відповідними точками:

$$V_1 = |U_{12}| = iR_5 - iR_1 = \frac{U}{3R}(R_5 - R_1) = 5\text{ В},$$

$$V_2 = |U_{34}| = iR_3 + iR_7 = \frac{U}{3R}(R_3 + 3R_7) = 17{,}5\text{ В}.$$

Отже, покази вольтметрів V_1, V_2 та амперметрів I_1, I_2 будуть такими:

$$V_1 = 5\text{ В};\ V_2 = 17{,}5\text{ В};$$

$$I_1 = I_2 = 10\text{ мА}.$$

11 клас

Задача 1.

Запишімо формулу для збиральної лінзи:

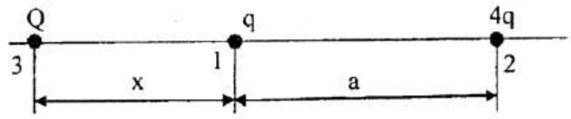
$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{a},$$

де f – відстань до зображення; a – відстань до предмета; F – фокусна відстань лінзи.

Звідси, відстань від лінзи до зображення предмета буде:

$$f = \frac{Fa}{a - F}.$$

Задача 2.



Очевидно, що заряд Q треба помістити в точку, де напруженість поля двох перших зарядів дорівнює нулеві:

$$\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = 0.$$

Ця точка лежить на прямій, що проходить через заряди 1 та 2, але поза відрізком 1–2 (див. мал.).

Із закону Кулона маємо:

$$k\frac{4q}{(a+x)^2} = k\frac{q}{x^2}.$$

Отже,

$$x = a.$$

Величину заряду Q визначімо з умови рівноваги першого заряду:

$$Q = -4q.$$

Задача 3.

Між кидком м'яча і першим його ударом об площину пройде час

$$t_0 = \frac{2v\sin\alpha}{g}.$$

Після удару горизонтальна складова швидкості м'яча не змінюється, а вертикальна складова дорівнюватиме $R\,v\sin\alpha$.

Між першим і другим ударом м'яча об площину пройде час:

$$t_1 = \frac{2R\,v\sin\alpha}{g}.$$

Можна побачити закономірність, що між n та $(n+1)$ ударами пройде час

$$t_n = \frac{2\,v\sin\alpha}{g}R^n.$$

Повний час T, упродовж якого м'яч буде підстрибувати, дорівнюватиме сумі всіх часів між ударами:

$$T = \sum_{n=0}^{\infty} t_n = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{2\,v\sin\alpha}{g}R^n = \frac{2\,v\sin\alpha}{g}\sum_{n=0}^{\infty}R^n.$$

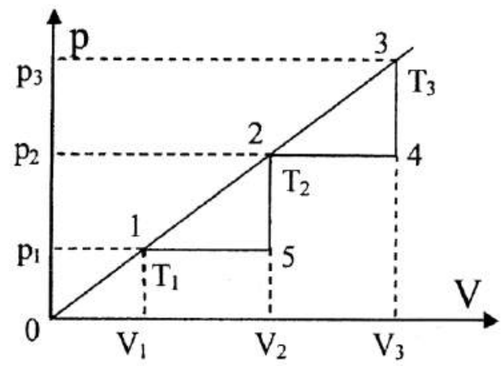
Оскільки $R < 1$, то для підрахунку цієї суми використаємо формулу суми членів нескінченно спадної геометричної прогресії. Відтак, отримаємо:

$$T = \frac{2\,v\sin\alpha}{g}\frac{1}{1-R}.$$

Горизонтальна складова швидкості м'яча не змінюється, то відстань, на якій м'яч перестане підстрибувати, можна розрахувати за формулою:

$$S = T\,v\cos\alpha = \frac{v^2\sin(2\alpha)}{g(1-R)}.$$

Задача 4.



Позначмо тиск, об'єм і температуру газу в точках 1, 2 і 3 відповідно p_1, V_1, T_1, p_2, V_2, T_2, p_3, V_3, T_3 (див. мал.).

Для кожного із цих станів запишимо рівняння Менделеєва–Клапейрона:

$$p_1V_1 = \nu RT_1, \quad p_2V_2 = \nu RT_2,$$
$$p_3V_3 = \nu RT_3. \qquad (1)$$

Із малюнка отримаємо такі співвідношення між тиском, температурою та об'ємом:

$$\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3}, \qquad (2)$$

$$V_2 = \frac{V_1+V_3}{2}, \qquad (3)$$

$$p_2 = \frac{p_1+p_3}{2}. \qquad (4)$$

Із рівнянь (1) та (2) отримаємо:

$$\frac{p_1}{V_1} = \frac{\nu RT_1}{V_1^2} = \frac{p_2}{V_2} = \frac{\nu RT_2}{V_2^2} = \frac{p_3}{V_3} = \frac{\nu RT_3}{V_3^2}.$$

Звідси, $$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}, \quad \frac{V_3}{V_1} = \sqrt{\frac{T_3}{T_1}} \qquad (5)$$

Із (3) та (5) маємо:

$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \frac{1+V_3/V_1}{2} = \frac{1}{2}\left(1+\sqrt{\frac{T_3}{T_1}}\right).$$

Звідси випливає,

$$T_2 = \frac{1}{4}\left(\sqrt{T_1} + \sqrt{T_3}\right)^2. \qquad (6)$$

Перейдімо до знаходження ККД теплової машини. На ділянці 1–2–3 газ отримує тепло ΔQ_1 від нагрівника.

За першим законом термодинаміки:

$$\Delta Q_1 = \Delta U_{13} + \Delta A_{123} = \frac{3\nu R(T_3 - T_1)}{2} + \frac{(p_1 + p_3)(V_3 - V_1)}{2}.$$

Враховуючи (1) та (2), попередній вираз перепишемо так:

$$\Delta Q_1 = \frac{3\nu R(T_3 - T_1)}{2} + \frac{(p_1V_3 - p_3V_1 - \nu RT_1 + \nu RT_3)}{2} = 2\nu R(T_3 - T_1).$$

На ділянці 3–4–2–5–1 газ віддає теплоту ΔQ_2 холодильнику:

$$\Delta Q_2 = \Delta U_{13} + \Delta A_{34251} = \frac{3\nu R(T_3 - T_1)}{2} + p_1(V_2 - V_1) + p_2(V_3 - V_2).$$

Враховуючи (1) та (5), вираз для ΔQ_2 можна переписати так:

$$\Delta Q_2 = \frac{\nu R(3T_3 - 5T_1 - 2T_2 + 2\sqrt{T_1T_2} + 2\sqrt{T_3T_2})}{2}.$$

Враховуючи (6), остаточно попередній вираз запишемо:

$$\Delta Q_2 = \frac{\nu R(7T_3 - 9T_1 + 2\sqrt{T_1T_3})}{4}.$$

Отже, ККД двигуна

$$\eta = \frac{\Delta Q_1 - \Delta Q_2}{\Delta Q_1} = \frac{T_1 - 2\sqrt{T_1T_3} + T_3}{8(T_3 - T_1)}.$$

З умови задачі:

$$T_3 = nT_1.$$

Остаточно ККД теплової машини буде:

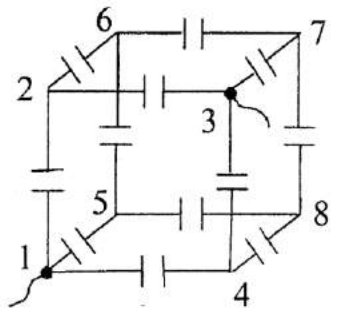
$$\eta = \frac{\sqrt{n} - 1}{8(\sqrt{n} + 1)}.$$

Задача 5.

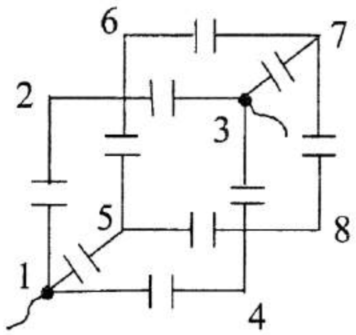
Оскільки потенціали точок 2, 4, 6 та 8 однакові (мал. 1), тоді конденсатори 2–6 та 4–8 заряджатися не будуть і їх можна не враховувати під час обчислення загальної ємності схеми (мал. 2).

Намалюймо еквівалентну схему (мал. 3). Ця схема зрозуміла для обчислення загальної ємності системи конденсаторів.

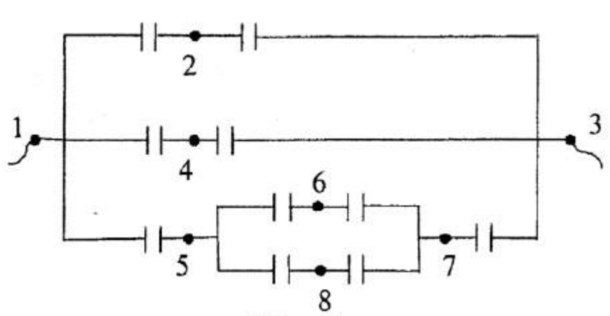
$$C_{заг} = \frac{4C}{3}.$$



Мал. 1.



Мал. 2.



Мал. 3.

ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ МАСИ ТА ІМПУЛЬСУ І ЗАКОН ДОДАВАННЯ ШВИДКОСТЕЙ

Олег Орлянський,
кандидат фізико-математичних наук,
Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара

Закон додавання швидкостей не надає переваги жодній системі відліку. Поняття рухомої та нерухомою систем відліку умовні, і ми можемо будь-коли поміняти їх місцями. З'ясовується, що певною мірою навіть поняття імпульсу та енергії, а також закони їх збереження є наслідками закону додавання швидкостей та принципу відносності.

Справді, припустимо, що кожній частинці, крім швидкості, можна приписати деяку, пов'язану з її рухом, векторну величину $\vec{p}$, для якої виконується закон збереження. Це означає, що для всіх частинок, які взаємодіють між собою, змінюючи напрямки і величини своїх швидкостей, сума цих векторних величин весь час залишатиметься незмінною

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \ldots = \text{const}.$$

Визначимо, який вигляд може мати векторна величина $\vec{p}$.

Оскільки для однієї частинки, що рухається зі швидкістю $\vec{v}$, існує тільки два виділені напрямки: вперед, уздовж вектора швидкості $\vec{v}$, і назад, проти нього, векторна величина $\vec{p}$ має залежати від швидкості $\vec{v}$ і мати один з цих двох напрямків. Загальну формулу такої залежності можна записати так:

$$\vec{p} = f\left(|\vec{v}|\right)\vec{v}, \qquad (1)$$

де $f\left(|\vec{v}|\right)$ – деяка функція від абсолютної величини швидкості.

Щоб знайти вигляд цієї функції, розглянемо дві однакові частинки, що рухаються назустріч одна одній з однаковими швидкостями

$$\vec{v}_1 \text{ і } \vec{v}_2 = -\vec{v}_1.$$

Припустимо, що внаслідок взаємодії на відстані або після безпосереднього зіткнення частинки розлітаються, і у деякий момент часу їх швидкості дорівнюють $\vec{v}_1'$ і $\vec{v}_2'$, відповідно (рис. 1).

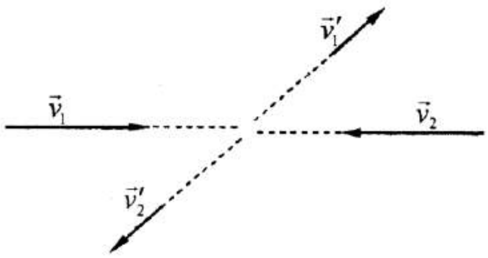


Рис. 1

Із закону збереження

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$$

знаходимо, що

$$\begin{aligned} &f\left(|\vec{v}_1|\right)\vec{v}_1 + f\left(|\vec{v}_2|\right)\vec{v}_2 = \\ &= f\left(|\vec{v}_1'|\right)\vec{v}_1' + f\left(|\vec{v}_2'|\right)\vec{v}_2' \end{aligned} \qquad (2)$$

Оскільки $\vec{v}_2 = -\vec{v}_1$ $\left(|\vec{v}_2| = |\vec{v}_1|\right)$, ліва частина рівняння (2) дорівнює нулеві.

Отже, нулеві дорівнює і права частина, а це можливо тільки, коли частинки розлітатимуться у протилежних напрямках з однаковими за модулем швидкостями.

Отже,

$$\vec{v}_2' = -\vec{v}_1'.$$

Зазначимо, що і за величиною, і за напрямком швидкості $\vec{v}_1'$ і $\vec{v}_2'$ можуть відрізнятися від початкових швидкостей $\vec{v}_1$ і $\vec{v}_2$.

На схематичному рис. 1 можна побачити один із можливих випадків.

Оскільки закон збереження

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$$

мусить виконуватись у будь-якій системі відліку, перейдемо до системи відліку, що рухається зі швидкістю $\vec{u}$.

За законом додавання швидкостей, швидкості частинок відносно рухомої системи відліку дорівнюватимуть:

$$\vec{v}_{1\text{від}} = \vec{v}_1 - \vec{u},$$

$$\vec{v}_{2\text{від}} = \vec{v}_2 - \vec{u},$$

$$\vec{v}_{1\text{від}}' = \vec{v}_1' - \vec{u},$$

$$\vec{v}_{2\text{від}}' = \vec{v}_2' - \vec{u}.$$

Тоді закон збереження

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$$

у рухомій системі відліку набуває вигляду:

$$f\left(\left|\vec{v}_1 - \vec{u}\right|\right)\left(\vec{v}_1 - \vec{u}\right) + f\left(\left|\vec{v}_2 - \vec{u}\right|\right)\left(\vec{v}_2 - \vec{u}\right) =$$
$$= f\left(\left|\vec{v}_1' - \vec{u}\right|\right)\left(\vec{v}_1' - \vec{u}\right) + f\left(\left|\vec{v}_2' - \vec{u}\right|\right)\left(\vec{v}_2' - \vec{u}\right) \quad (3)$$

Припустимо тепер, що швидкість $\vec{u}$ системи відліку спрямована як і швидкість $\vec{v}_1$ першої частинки вздовж осі *OX*.

Спроектуємо закон збереження (3) на перпендикулярний до $\vec{u}$, $\vec{v}_1$ і $\vec{v}_2$ напрямок (на вісь *OY*):

$$0 = f\left(\left|\vec{v}_1' - \vec{u}\right|\right)v_{1y}' + f\left(\left|\vec{v}_2' - \vec{u}\right|\right)v_{2y}'.$$

Враховуючи, що

$$\vec{v}_1' = -\vec{v}_2',$$

а, отже, й

$$v_{1y}' = -v_{2y}',$$

з останнього рівняння отримуємо:

$$f\left(\left|\vec{v}_1' - \vec{u}\right|\right) = f\left(\left|\vec{v}_2' - \vec{u}\right|\right). \quad (4)$$

Зазначимо, що рівняння (4) має виконуватись за будь-якої швидкості $\vec{u}$ і будь-якого кута між нею і $\vec{v}_1'$. Виходить, що функція f має однакові значення, попри різні аргументи. Це можливо лише у випадку, якщо f є не функцією, а сталою, деякою характеристикою частинки, що не залежить від її швидкості.

Позначимо цю сталу через m. Тоді векторна величина $\vec{p}$ (див. (1)), для якої виконується закон збереження, набуде знайомого нам вигляду:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Отже, ми не лише знайшли вираз для імпульса $\vec{p}$, а й довели, що не існує інших векторних величин, які б залежали лише від швидкості й для яких виконувався б закон збереження.

Розглянемо тепер закон збереження імпульса у довільному випадку.

Припустимо, що з двох тіл масами m_1 і m_2 внаслідок взаємодії (наприклад, зіткнення астероїдів) утворилося три тіла (масами m_1', m_2' і m_3').

Тоді закон збереження матиме вигляд:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1'\vec{v}_1' + m_2'\vec{v}_2' + m_3'\vec{v}_3'. \quad (5)$$

Відносно іншої системи відліку, що рухається з деякою довільною швидкістю $\vec{u}$, закон збереження (5) набуває вигляду:

$$m_1\left(\vec{v}_1 - \vec{u}\right) + m_2\left(\vec{v}_2 - \vec{u}\right) =$$
$$= m_1'\left(\vec{v}_1' - \vec{u}\right) + m_2'\left(\vec{v}_2' - \vec{u}\right) + m_3'\left(\vec{v}_3' - \vec{u}\right).$$

Віднімаючи від рівняння (5) рівняння (6), знаходимо:

$$\left(m_1 + m_2\right)\vec{u} = \left(m_1' + m_2' + m_3'\right)\vec{u},$$

тобто закон збереження маси у класичній фізиці:

$$m_1 + m_2 = m_1' + m_2' + m_3'.$$

Сумарна маса частинок системи залишається незмінною. Саме ця властивість маси виводить її (а не об'єм V або кількість речовини n) на головну роль універсальної міри матерії. Досвід стверджує, що всі маси у нашому світі додатні, на відміну, наприклад, від електричних зарядів. Додатне значення мають навіть маси частинок антиматерії. Тому неможливо позбавитись від інерції або гравітації, створивши, наприклад, систему тіл, яка б мала нульову масу.

Щодо імпульсу, він має векторний характер, і має існувати така привілейована системy відліку, відносно якої сумарний імпульс частинок дорівнює нулеві. Ця система відліку супроводжує рух матерії і її називають системою центра мас (або центру інерції).

Швидкість руху системи центру мас знайдемо із рівняння (6) та вимоги нульового значення загального імпульсу системи.

Внаслідок закону збереження імпульса обидві частини рівняння (6) дорівнюють нулеві.

Звідси знаходимо швидкість центру мас, як відношення сумарного імпульсу до сумарної маси:

$$\vec{u} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{m_1'\vec{v}_1' + m_2'\vec{v}_2' + m_3'\vec{v}_3'}{m_1' + m_2' + m_3'}. \qquad (7)$$

У системі центру мас розв'язання багатьох задач значно спрощується, а деколи знаходяться несподівані та елегантні розв'язки.

Наприклад, стає зрозуміло, чому під час анігіляції частинки й античастинки утворюється як мінімум два кванта світла (фотона).

У системі центра мас сумарний імпульс частинки та античастинки дорівнює нулеві.

Отже, й після їхньої взаємодії у цій системі відліку сумарний імпульс продуктів реакції залишатиметься нульовим. Оскільки фотон не може перебувати у спокої, поява одного фотона неможлива, а нульовий загальний імпульс у результаті анігіляції здатні забезпечити щонайменше два однакові фотона, які розлітаються у протилежних напрямках.

Проте, формула (7) задає тільки швидкість системи, безпосередньо не вказуючи на положення самого центру мас. Будь-яке тіло поряд з нами складається з великої кількості атомів, які знаходяться у постійному тепловому русі.

Відносно системи центра мас їх загальний імпульс дорівнюватиме нулеві, і тіло як ціле або буде перебувати у стані спокою, або обертатися навколо нерухомої точки – центра мас (на зразок обертання зір довкола центра галактики), або ж здійснювати довкола цієї точки коливання подібно до двох тягарців на пружині, а можливо, що й друге і третє одночасно.

Знайдемо положення центра мас двох матеріальних точок m_1 і m_2, які для зручності з'єднаємо легкою гумовою ниткою і приведемо до обертального руху.

Відносно системи центра мас у будь-який момент часу загальний імпульс двох точок дорівнюватиме нулеві.

Це можливо, якщо швидкості протилежно спрямовані і відносяться одна до одної обернено пропорційно до відношення відповідних мас.

Тобто, з того, що

$$m_1\vec{v}_1 = -m_2\vec{v}_2,$$

маємо

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

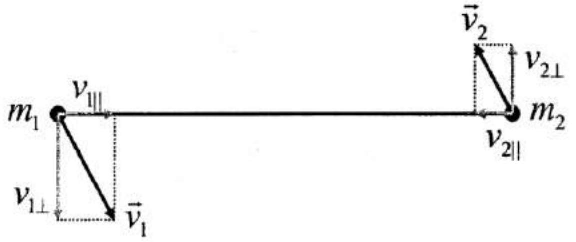


Рис. 2

На рис. 2 зображено дві частинки масами m_1 і m_2, які рухаються зі швидкостями $\vec{v}_1$ і $\vec{v}_2$ і беруть одночасно участь і в обертальному, і в коливальному русі.

Оскільки $\vec{v}_1$ і $\vec{v}_2$ утворюють однакові кути з лінією розтягнутої гумової нитки, відношення швидкостей дорівнює відношенню відповідних проекцій, тобто

$$\frac{v_{1\perp}}{v_{2\perp}}=\frac{v_{1\parallel}}{v_{2\parallel}}=\frac{v_1}{v_2}=\frac{m_2}{m_1}.$$

За обертальний рух відповідають перпендикулярні складові швидкостей $v_{1\perp}$ і $v_{2\perp}$.

Миттєва вісь обертання проходить через точку, яка ділить нитку на відрізки l_1 і l_2 у співвідношенні

$$\frac{l_1}{l_2}=\frac{v_{1\perp}}{v_{2\perp}}=\frac{m_2}{m_1}$$

так, щоб кутові швидкості обертання частинок були однаковими:

$$\frac{v_{1\perp}}{l_1}=\frac{v_{2\perp}}{l_2}=\omega$$

(див. рис. 3).

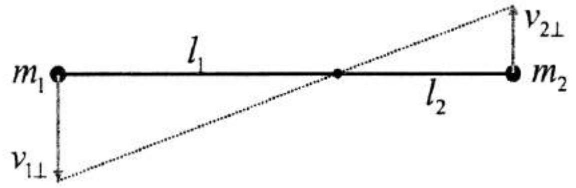


Рис. 3

Отже, з аналізу обертання знаходимо, що на лінії m_1 і m_2 існує єдина точка, яка залишається нерухомою і тому є безперечним претендентом на звання центра мас. Однак, чи залишиться саме ця точка нерухомою, якщо проаналізувати коливання і пов'язаний з ним радіальний рух?

Припустимо, що у початковий момент часу відстані від частинок до точки центру мас були L_1 і L_2 (рис. 4), тоді за деякий невеликий момент часу Δt вони стануть

$$L_1-v_{1\parallel}\Delta t \quad \text{і} \quad L_2-v_{2\parallel}\Delta t .$$

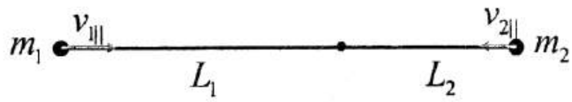


Рис. 4

Оскільки точка центра мас має бути нерухомою, відношення цих відстаней у процесі руху має залишатися незмінним.

$$\frac{L_1}{L_2}=\frac{L_1-v_{1\parallel}\Delta t}{L_2-v_{2\parallel}\Delta t}=\frac{L_1}{L_2}\cdot\frac{1-v_{1\parallel}\Delta t/L_1}{1-v_{2\parallel}\Delta t/L_2}.$$

Останнє рівняння виконується, якщо

$$\frac{v_{1\parallel}}{L_1}=\frac{v_{2\parallel}}{L_2} \quad \text{або} \quad \frac{v_{1\parallel}}{v_{2\parallel}}=\frac{L_1}{L_2}.$$

Враховуючи, що відношення проекцій швидкостей на перпендикулярні напрямки однакове, а для випадку обертання

$$\frac{v_{1\perp}}{v_{2\perp}}=\frac{l_1}{l_2},$$

маємо

$$L_1=l_1,\ L_2=l_2.$$

Отже, з будь-якого погляду центр мас двох частинок ділить відстань між ними у співвідношенні

$$\frac{l_1}{l_2}=\frac{m_2}{m_1}.$$

Зручно увести вектори положення або, як кажуть інакше, радіус-вектори частинок $\vec{r}_1$ і $\vec{r}_2$, які виходять з початку деякої системи координат і закінчуються кожний на своїй частинці. Під час руху частинок ці вектори відслідковують їх положення, що й пояснює поширену англомовну назву радіус-вектора – *position vector*. Про існування радіус-вектора можна було б здогадатися навіть під час вивчення кінематики за шкільним підручником, у якому ця важлива фізична величина замовчувалась.

Оскільки a_x, a_y, a_z – це проекції вектора пришвидшення, а v_x, v_y, v_z – проекції вектора швидкості, виникає запитання проекціями якого вектора є x, y, z?

Оскільки x, y, z – координати матеріальної точки, цей вектор має відслідковувати її положення і виходити з початку координат.

Отже, x, y, z є проекціями на координатні осі радіус-вектора $\vec{r}$.

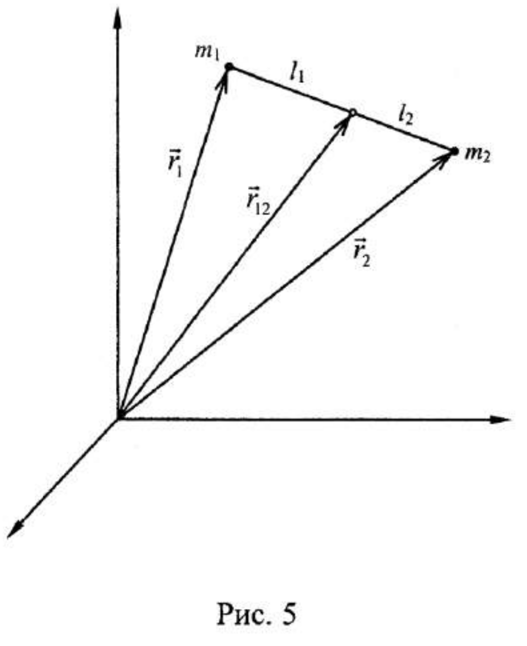


Рис. 5

На рис. 5 зображено радіус-вектори двох матеріальних точок m_1 і m_2, а також радіус-вектор $\vec{r}_{12}$ їх центра мас.

Для точки центра мас виконується співвідношення:

$$m_1 l_1 = m_2 l_2,$$

або у векторному вигляді

$$m_1\left(\vec{r}_{12} - \vec{r}_1\right) = m_2\left(\vec{r}_2 - \vec{r}_{12}\right),$$

звідси знаходимо

$$\vec{r}_{12} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}.$$

Формула для визначення положення центра мас за формою співпадає з формулою (7) для визначення швидкості центру мас і може бути узагальнена на випадок багатьох частинок.

Так, центр мас трьох частинок знаходимо за формулою для двох частинок з радіус-векторами $\vec{r}_{12}$ і $\vec{r}_3$ та відповідними масами $m_1 + m_2$ і m_3:

$$\vec{r}_{123} = \frac{\left(m_1 + m_2\right)\vec{r}_{12} + m_3\vec{r}_3}{\left(m_1 + m_2\right) + m_3} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

Остання формула узагальнюється на будь-яку кількість частинок, а її проекції дають координати положення центру мас:

$$\begin{cases} x_c = \dfrac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \ldots}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots}, \\ y_c = \dfrac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 + \ldots}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots}, \\ z_c = \dfrac{m_1z_1 + m_2z_2 + m_3z_3 + \ldots}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots}. \end{cases} \tag{8}$$

Попри те, що в природі від'ємних мас не існує, формально їх можна використовувати як деякий прийом, що спрощує розрахунки, адже під час введення формул ми ніяк не обмежували знак m.

Уявімо, наприклад, геометрично правильну фігуру однорідної густини масою m_0, центр мас якої знаходиться в її геометричному центрі з координатою x_0. У цій фігурі роблять порожнечу, яка також має геометрично правильну форму с координатою центра x_1.

Треба знайти координату x_2 положення центра мас утвореної фігури з порожнечею.

Позначимо через m_1 масу, на яку "схудла" фігура після утворення порожнечі. Зрозуміло, що суцільну фігуру можна розглядати як фігуру масою $m_2 = m_0 - m_1$ з порожнечею і масу m_1, яка цю порожнечу заповнює.

Тоді

$$x_0 = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2},$$

звідси знаходимо, що

$$x_2 = \frac{(m_1 + m_2)x_0 - m_1 x_1}{m_2} =$$

$$= \frac{m_0 x_0 - m_1 x_1}{m_0 - m_1} = \frac{m_0 x_0 + (-m_1)x_1}{m_0 + (-m_1)}.$$

Інтерпретація останньої формули така: фігуру з порожнечами розглядаємо як суцільну фігуру відповідно збільшеної маси, яку у місцях порожнеч пронизує матерія від'ємної густини, точнісінько компенсуючи "зайву" масу нашої фігури. Відтак, порожнечі можна розглядати як суперпозицію додатної і від'ємної мас, використовуючи тотожність $0 = m - m$.

Розв'яжемо таку задачу.

Знайдіть центр мас диску з двома отворами (див. рис. 6), радіуси яких у два і в чотири рази менші від радіуса диску $R = 11$ см. У відповіді вкажіть відстань від центра диску до центра мас.

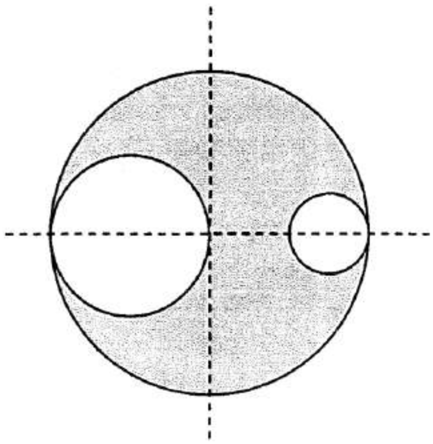


Рис. 6

Зазначимо, що якби отвір був лише один, наприклад, отвір зліва з радіусом удвічі меншим від радіуса диску, то можна було б розв'язати задачу стандартно, не використовуючи від'ємну масу. Для цього достатньо було б вирізати симетричний отвір справа (рис. 7) і знайти центр мас системи, що складається з малого диска, який ми дістали з отвору (маса m, радіус $R/2$) і великого диска з двома симетричними отворами (маса $2m$, центр мас у центрі диска).

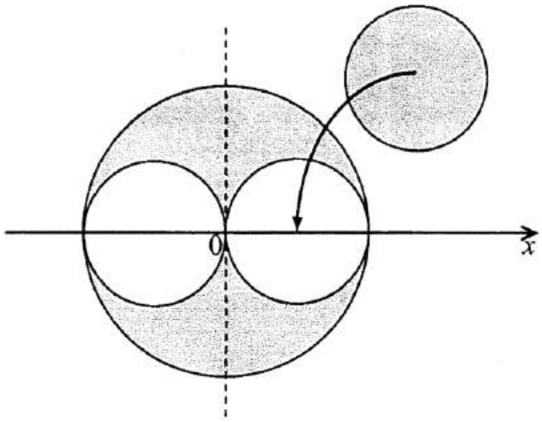


Рис. 7

Тобто,

$$x_c = \frac{2m \cdot 0 + m \cdot R/2}{2m + m} = \frac{R}{6}.$$

Використання від'ємної маси (суцільний диск масою $4m$ і від'ємна маса $-m$ з координатою $x = -R/2$) у цій задачі не надає ніяких переваг:

$$x_c = \frac{4m \cdot 0 + (-m) \cdot (-R/2)}{4m - m} = \frac{R}{6}.$$

Та вже у задачі з двома отворами перший шлях вирізання симетричних отворів стає досить заплутаним: треба вирізати отвори на місцях отворів (рис. 6). Виручають від'ємні маси. Враховуючи, що маси дисків однакової товщини пропорційні квадратам їхніх радіусів, відразу записуємо відповідь:

$$x_c = \frac{4m \cdot 0 + (-m) \cdot (-R/2) + (-m/4) \cdot 3R/4}{4m - m - m/4} =$$

$$= \frac{5R}{44} = 1,25 \text{ см}$$

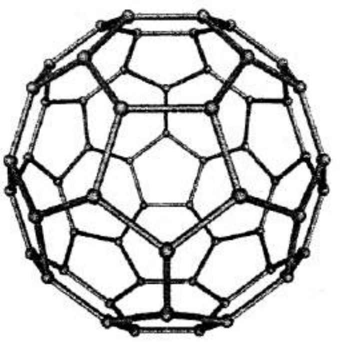


Рис. 8

Аналогічний прийом можна використовувати і у подібній формулі для швидкості центра мас (7), яку ми отримали із закону збереження імпульса.

Для ілюстрації розгляньмо таку задачу:

У невагомості перебуває мішень масою M, у яку послідовно стріляють кулями однакової маси m з однаковою за величиною швидкістю v з шестидесяти різних напрямків (немов у центр фулерена C_{60} з його вершин). Кулі застряють у мішені.

Знайдіть швидкість u мішені після 59 попадань.

Після 59 попадань маса мішені буде:

$$M + 59m.$$

Цю масу можна уявити, як

$$(M + 60m) + (-m),$$

а сам процес попадання, як попадання 61 кулі, з яких дві останні мають різну за знаком масу, але однакову швидкість $\vec{v}_{60}$ кулі, яка ще у мішень не потрапляла. Тоді мішень з 60 додатними масами, які увійшли в неї із симетрично розподілених у просторі напрямків, має зупинитися в силу закону збереження імпульса, з чого знаходимо:

$$\vec{u} = \frac{(M + 60m) \cdot \vec{0} + (-m)\vec{v}_{60}}{(M + 60m) + (-m)} =$$

$$= -\frac{m}{M + 59m}\vec{v}_{60}$$

Отриману формулу можна також переписати у вигляді:

$$(M + 59m)\vec{u} + m\vec{v}_{60} = \vec{0}$$

що дає змогу її проінтерпретувати у термінах додатних мас, але зазираючи із теперішнього часу в уявне майбутнє: Мішень з 59 кулями має мати таку швидкість, щоб зупинитися після того, як вона зіткнеться з останньою 60-ю кулею.

Отже, остання формула відтворює закон збереження імпульса для подій, які ще не відбулися...

Для повнішого опису руху тіл і виявлення подальших переваг системи центра мас треба ще розглянути закони збереження енергії та моменту імпульсу. Це ми зробимо наступного разу, знову використовуючи генетичний зв'язок законів збереження і додавання швидкостей.

І ЗНОВУ про ЛАЗЕРИ

Європейський рентґенівський лазер

На межі двох німецьких земель Гамбурґа і Шлезвіґ-Гольштайна будують складну систему тунелей для європейського рентґенівського лазера на вільних електронах (XFEL – X-ray free-electron laser). Довжина установки становить 3,4 км.

Рішення про реалізацію такого проєкта прийняли ще 2005 року, коли 13 країн підписали протокол про наміри створення такого лазера. Його будівництво розпочали вже за два роки. Технологія створення установки ґрунтується на напрацюваннях Німецького пришвидшувача електронів ДЕЗІ (DESY). Фінансують проєкт із різних джерел: 50 % вартості робіт фінансує Федеральне міністерство освіти і наукових досліджень Німеччини, 10 % – федеральні землі Гамбурґа і Шлезвіґ-Гольштайна і 40 % – міжнародні партнери. Такий лазер планують побудувати до 2014 року.

Лазер значно переважатиме за технічними характеристиками аналогічні, які також будують у США та Японії.

Рентґенівський лазер відкриває для наукових досліджень нові перспективи застосування завдяки використанню короткохвильового рентґенівського випромінювання із надвисокою енергією. У лазері електрони максимально пришвидшуються і починають виділяти рентґенівське випромінювання з особливими властивостями, довжина хвилі якого така мала, що з'являється змога розділяти навіть деталі атомів і молекул. Розподіл за часом у лазері на порядки вищий, ніж в інших джерелах, які є нині: рентґенівський спалах коротший на 100 квадральйонів секунди. Це час, за який і формуються хемічні сполуки, і групи молекул змінюють своє положення. Відтак з'являється змога отримати зображення молекул під час дуже швидких хемічних реакціях, які досі не можна було зафіксувати жодними методами.

Дослідники сподіваються за допомогою цієї установки у реальному часі вивчати процеси утворення і руйнування молекул і миттєво реєструвати фазові переходи у матеріалі, що відбуваються під дією потужного імпульсного випромінювання.

Зміна поверхні води

Дослідники з Французького університету довели експериментально, що потужності звичайного лазера із DVD-плеєра вистачає, щоб подолати поверхневий натяг води і викривлення цієї поверхні з утворенням невеликої нерівності: і впадини, і випуклості.

Учені вміють викривляти поверхню води за допомогою джерел оптичного випромінювання ще з 1973 року, однак тоді для цього використовували потужні лазери.

Досі вважали, що викривлення можна досягти за допомогою лазерів потужністю не менше 10 Вт. Тому ніхто навіть не намагався отримати подібні результати за допомогою лазерів із меншою потужністю.

Французькі вчені вирішили провести експеримент зі слабким лазерним випромінюванням у конфігурації, відомій як повне внутрішнє відбивання, у межах якої сили розподіляються трохи інакше, ніж у випадку прямого випромінювання.

Якщо спрямувати промінь світла на воду під деяким кутом, то сумарна сила тиску світла складатиметься із взаємодії трьох променів: початкового, того, що пройшов крізь поверхню, і відбитого від поверхні. Сумарна сила тиску буде вертикальною (горизонтальна компонента сумарної сили дорівнюватиме нулеві). Та коли промінь світла падає на поверхню води з її товщини під кутом понад 49 градусів, він майже повністю відбивається назад. У цьому випадку горизонтальна складова сили зберігається (за ефектом Ґуса–Генхена (Goos–Hanchen–Effekt) і діє на воду у напрямку центра променя. Виникає викривлення поверхні.

Дослідники під час експерименту використовували зелений двадцятиміліватний аргоновий лазер. Промінь світла спрямовували під кутом до поверхні посудини з водою, на дні якої поклали дзеркало. Лазерний промінь декілька разів відбивався від дзеркала і поверхні, і врешті потрапив на сенсор. Видовжене зображення променя свідчило про викривлення поверхні води. Учені були здивовані тим, що попри очікувані випуклості вони отримали заглибини.

Дослідники вважають, що виявлений ефект можна використати для створення невеликих оптичних лінз, які можна налаштовувати.

Лазер – громовідвід

Французькі учені з Лабораторії прикладної оптики провели експерименти, де продемонстрували, що можна не лише створювати розряд блискавки за допомогою фемтосекундного лазера і керувати цим розрядом, а й відхиляти його у будь-якому напрямку.

Нині вже є подібні ракети, що відводять блискавки. Новий пристрій має перевагу у великій дальності дії лазера і низьких затратах.

Як відомо, лазерні імпульси надкороткого хвильового діапазона здатні створювати ділянки йонізованого газу, які працюють як “провідники”.

Під час експерименту лазерний промінь йшов від електрода сферичної форми до другого плаского електрода з протилежним електричним зарядом. Промінь “вихоплював” електрони атомів, які перетворювались у йони.

Так було сформовано плазменний канал, який проводив заряд у просторі між двома сусідніми електродами.

Щоб визначити можливість відхилення електричного розряду від звичної траєкторії, у систему вмонтували третій електрод, який розмістили ближче до джерела розряду.

Експерименти показали, що за умов без використання лазера, розряд блискавки насправді проходить крізь електрод з вищим зарядом. Однак як тільки в систему увімкнути лазер, розряд у 100 % випадках удалось перенаправити до другого електрода, що у природних умовах неможливо.

Перенаправлення лазера проходило багаторазово, що є великим досягненням французьких фізиків.

Лазер на основі біологічної клітини

Одним із важливих елементів конструкції лазера є активна речовина – середовище, в якому відбувається генерація лазерного випромінювання. З часу створення першого лазера як активну речовину використовували напівпровідники, кристали, органічні барвники, гази та інші.

Учені з США і Південної Кореї створили лазер, у якому активною речовиною є біологічна клітина із вживленим у неї зеленим флуоресцентним білком. Цікаво, що після генерації лазерного випромінювання, клітина залишається живою.

Нині лазери стали невід’ємною частиною передових наукових досліджень і сучасної промисловості.

Блискавичне перевтілення

Ернест Резерфорд був нагороджений Нобелівською премією з хемії за створення теорії радіоактивного розпаду атомів.

Якось його запитав журналіст:

– Як Вам, фізикові, вдалося одержати премію з хемії?

Професор відповів:

– Мені часто доводилось мати справу із різноманітними перетвореннями дуже різної тривалості, та найшвидше з усіх, мені відомих, – це моє власне перевтілення з фізика на хеміка. Воно відбулося блискавично.

Найпривабливіші жінки

Поль Дірак любив поміркувати на різні теми.

Якось він припустив, що існує оптимальна відстань, на якій жіноче обличчя виглядає найпривабливіше, оскільки у двох граничних випадках – на нульовій і нескінченній відстані – "привабливість перетворюється в нуль" (нічого не видно), то між цими межами, природно, мусить існувати максимум.

Одиниця балакучості

Американський фізик Роберт Міллікен славився своєю балакучістю. Жартуючи над ним, його колеги запропонували ввести нову одиницю для вимірювання балакучості – "Кен". Його тисячна частина, тобто міллікен, мала перевищувати балакучість пересічної людини.

Квадратні колеса

Зустрічаються якось фізик і математик. Фізик запитує:

– Слухай, чому у потяга колеса круглі, а коли він їде, то вони стукають.

– Це елементарно, – відповів математик.

– Формула круга: πR^2. Так ось цей квадрат якраз і стукає.

НОВИНКИ..... .....НОВИНКИ

Вакарчук І. О. ***Квантова механіка.*** Підручник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2012. – 872 с.: 78 іл.

У підручнику подано послідовний виклад фізичних основ і математичного апарату квантової механіки та її застосування до різних задач. Матеріал книжки відповідає стандартній університетській програмі курсу квантової механіки й охоплює всі її розділи. Особливу увагу приділено численним ілюстраціям зв'язку фізичних явищ із фундаментальною величиною – хвильовою функцією та її фазою, принципові суперпозиції, філософському трактуванню ймовірнісної концепції квантової механіки, квантовій інформації. Подано також багато прикладів-задач, серед яких поряд із традиційними є оригінальні та такі, що їх звичайно не включають до підручників. Нарис творення квантової механіки та історичні екскурси, що супроводжують основний матеріал, містять знання, які є необхідним елементом культури фізика.

Для студентів, аспірантів, науковців. Буде корисний для викладачів і всіх, хто цікавиться квантовою фізикою.

РЕЗОНАНСИ

Асоціації та афоризми

з колекції проф. Ярослава Довгого

1. Інверсна істина

Коли ми маємо висловлювання, у якому є глибока істина, то і протилежне висловлювання може містити глибоку істину.

Нільс Бор

2. Відкриття тиші

Звукове кіно відкрило нам тишу.

3. Вік Землі та вік жінки

– Чи можуть фізики визначити вік Землі? – запитали німецького фізика Ріхарда Ганса.

– Питання про вік Землі схоже з питанням про вік жінки.

Їх ніколи не можна визначити цілком точно.

4. Позірна легкість творчості

Коли творчих людей запитують, як вони щось зробили, вони відчувають себе трохи винуватими, тому що вони не зробили нічого насправді, а просто помітили …

Вони змогли зв'язати різні шматки свого досвіду і синтезувати щось нове.

Стів Джобс

5. Дотепний Іванко

– Що поробляєш, Іванку?

– Пишу листа Софійці.

– Так ти ж ще писати не вмієш!

– То нічого. Софійка ще не вміє читати.

6. Цінність теорії

Немає нічого практичнішого, ніж добра теорія.

Роберт Кірхгоф

7. Золота монета

Екскурсовод розповідає туристам:

– Ця печера з'явилася завдяки одному чоловікові, який випадково впустив у лисячу нору золоту монету …

8. Найвидатніше відкриття в астрономії

Найвидатнішим відкриттям в астрономії було відкриття того, що зорі складаються з таких же атомів, що й Земля.

Річард Фейнман

9. Правило джмеля

За всіма законами аеродинаміки джміль не мав би літати.

Але літає!

10. Життя у різних ракурсах

Життя – це трагедія, коли бачиш його великим планом, і комедія, коли дивишся на нього здалеку.

Чарлі Чаплін

Іван Северин
(1882–1964)
Гуцулик-школяр, пастель. 1909.
Національний музей у Львові

Іван Северин народився на Миргородщині. Здобув мистецьку освіту в Харківському художньому училищі, де навчався в Опанаса Сластіона. Завершивши навчання (1905), два роки навчався у Краківській академії красних мистецтв під керуванням Станіслава Виспянського та Яна Станіславського.

Іван Северин за підтримки Митрополита Андрея три роки вдосконалював свою майстерність у всесвітньо відомих центрах культури – Мюнхені, Римі та Парижі. Митрополит придбав у художника для музею види Карпат і портрети їхніх мешканців, мальовані в серці Гуцульщини – селі Довгопіллі над Черемошем.

Його гуцульські краєвиди мали успіх на виставках у Парижі та Львові. Іван Северин був у свій час одним з не багатьох, хто захоплювався красою гуцульського побуту та оспівував у мистецьких творах.

Його найвідоміші твори – «Закопане» (1907), «Вечори в Альпах» (1908–1909), «Околиці Риму» (1910), «Сутінки», «На Україні», «Степ український», «Зимовий вечір у Карпатах», «Кубанський козак», цикл «Гуцульщина» (1905–1911).

Повернувшись на батьківщину, Іван Северин 1913 року як художник брав участь у тривалій географічній експедиції в гори Тянь-Шаню та Тибету. У 1925–1933 рр. викладав у Харківському художньому інституті, створив краєвиди будов Дніпрогесу (1930–1932), портрети Лесі Українки та Івана Франка.

У середині 1930-их років Івана Северина було заарештовано і відправлено у заслання. Помер художник у Києві 1964 року.