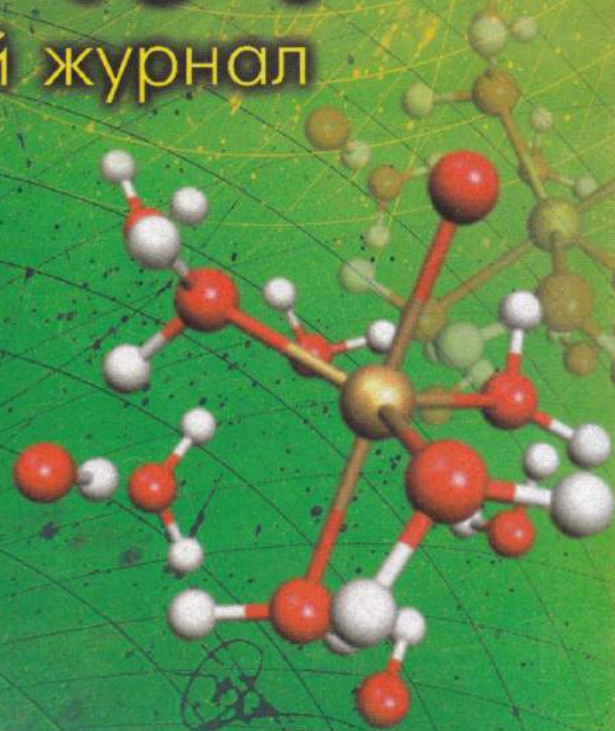


С В І Т

# ФІЗИКИ

№3  
2013

науково-популярний журнал



*Наука має бути найвищим втіленням патріотизму,  
бо серед народів першим завжди буде той,  
хто випередить інших у галузі думки  
та розумової діяльності*

*Луї Пастер*



# 80 років

від дня народження  
**Ярослава Остаповича**  
**ДОВГОГО**

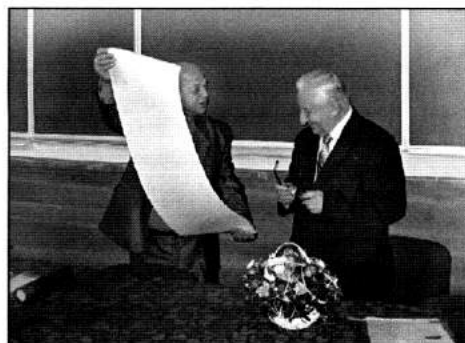
Ярослав Остапович Довгий – науковець, який своє життя присвятив прекрасній науці – фізиці, науковій та педагогічній праці у Львівському національному університеті імені Івана Франка.

Вчений проводить активну громадську діяльність, долучився до відновлення Наукового товариства ім. Шевченка, нині очолює Фізичну комісію НТШ та редколегію “Фізичного збірника НТШ”.

Надаючи велике значення популяризації науки, зокрема фізики, Ярослав Довгий написав кілька книжок для студентів та молодих науковців, опублікував багато наукових та науково-популярних праць у різних журналах і газетах для популяризації українських науковців та їхніх досягнень.

Ярослав Остапович плідно працює в редколегії журналу “Світ фізики”, ідею створення якого сприйняв одразу. А також багато робить для цього видання – не лише цікавими публікаціями для українських школярів та студентів, а й своїми безцінними оригінальними ідеями й пропозиціями.

Ярослав Довгий дуже відповідальна, щира та доброзичлива людина. Він завжди вміє побачити позитивне в кожній людині чи в певній ситуації, уважний і толерантний до студентів. І, звичайно, трохи романтик... Це видно навіть з назви його відомої монографії “Чарівне явище – надпровідність” та стилю написання книжки. Найголовнішим у житті професор вважає пізнання таємниць гармонії Природи, його життєвий принцип – чесність і справедливість, девіз – жити творчо, його гоббі – афористика. Щойно побачив світ перший томик його “Резонансів”.



*Декан фізичного факультету  
Львівського національного  
університету імені Івана Франка  
П. М. Якібчук вітає Ювіляра  
(Львів, 2013 рік)*

*Редколегія журналу “Світ фізики”,  
колектив видавництва “Євросвіт”, вітають*

**професора Ярослава Довгого**

*з 80-річчям,  
бажають йому міцного здоров’я, творчих успіхів  
на науковій та педагогічній ниві.*



Журнал "СВІТ ФІЗИКИ",  
заснований 1996 року,  
реєстраційне свідоцтво № КВ 3180  
від 06.11.1997 р.  
Виходить 4 рази на рік

**Засновники:**  
Львівський національний університет  
імені Івана Франка,  
Львівський фіз.-мат. ліцей,  
СП "Євросвіт"

Головний редактор  
**Іван Вакарчук**

заступники гол. редактора:  
**Олександр Гальчинський**  
**Галина Шопа**

Редакційна колегія:

**Ігор Анісімов**  
**Михайло Бродин**  
**Петро Голод**  
**Семен Гончаренко**  
**Ярослав Довгий**  
**Іван Климишин**  
**Юрій Ключковський**  
**Богдан Лукіянець**  
**Олег Орлянський**  
**Максим Стріха**  
**Юрій Ранюк**  
**Ярослав Яцків**

Художник **Володимир Гавло**  
Літературний редактор **Мирослава Прихода**  
Комп'ютерне макетування та друк  
СП "Євросвіт"

**Адреса редакції:**

Редакція журналу "Світ фізики"  
вул. Саксаганського, 1,  
м. Львів 79005, Україна  
тел. у Львові 380 (0322) 39 46 73  
у Києві 380 (044) 416 60 68  
phworld@franko.lviv.ua  
www.franko.lviv.ua/publish/phworld

## Очікувана Нобелівська премія з фізики 2013 року

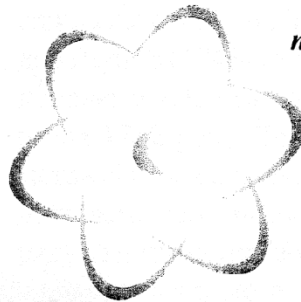
Нобелівською премією з фізики 2013 року нагородили бельгійського фізика Франсуа Енглера (Francois Englert) та англійського фізика Петера Гігса (Peter Higgs), за "теоретичні відкриття механізму, який допоміг зрозуміти походження мас субатомних частинок."

Улітку 2012 року Європейський центр ядерних досліджень (ЦЕРН) оголосив про відкриття частинки, що має характеристики бозона Гігса. Це був результат успішних багаторічних досліджень на Великому адронному коллайдері величезної кількості науковців, інженерів та інших фахівців з різних країн світу, зокрема й України.

Франсуа Енгер разом із американським фізиком-теоретиком Робертом Браутом 1964 року в журналі *Physical Review Letters* опублікували статтю про механізм порушення електрослабкої симетрії, завдяки якому елементарні частинки можуть мати масу. Роберт Браут також претендував би на Нобелівську премію та 2011 року помер.

Петер Гігс ще 1964 року передбачив виявлення частинки, що визначає наявність маси у матерії. Згодом цю частинку почали називати "бозоном Гігса" або "частинкою Бога".

*Не забудьте  
передплатити журнал  
"Світ фізики"*



**Передплатний індекс  
22577**

Передрук матеріалів дозволяється лише з письмової згоди редакції та з обов'язковим посиланням на журнал "Світ фізики"

© СП "Євросвіт"

# ЗМІСТ

## **1. Нові та маловідомі явища фізики**

*Стріха Максим.* Непомічений ювілей  
(науці про напівпровідники – 100 років)

3

## **2. Фізика світу**

*Шона Галина, Хрептак Олександр.* Випадковий винахід,  
який змінив світ. Метод Чохральського

13

## **3. Актуальні проблеми**

*Фесенко Олена.* Шляхи та перспективи розвитку нанонауки  
в Україні та світі

19

## **4. Творчість юних**

*Борейко М. Г., Демкович І. І.* Секрети зоряних війн  
або як стати джедаєм

22

## **5. Олімпіади, турніри...**

Умови задач IV етапу Всеукраїнської олімпіади  
з фізики (Львів, 2012)

27

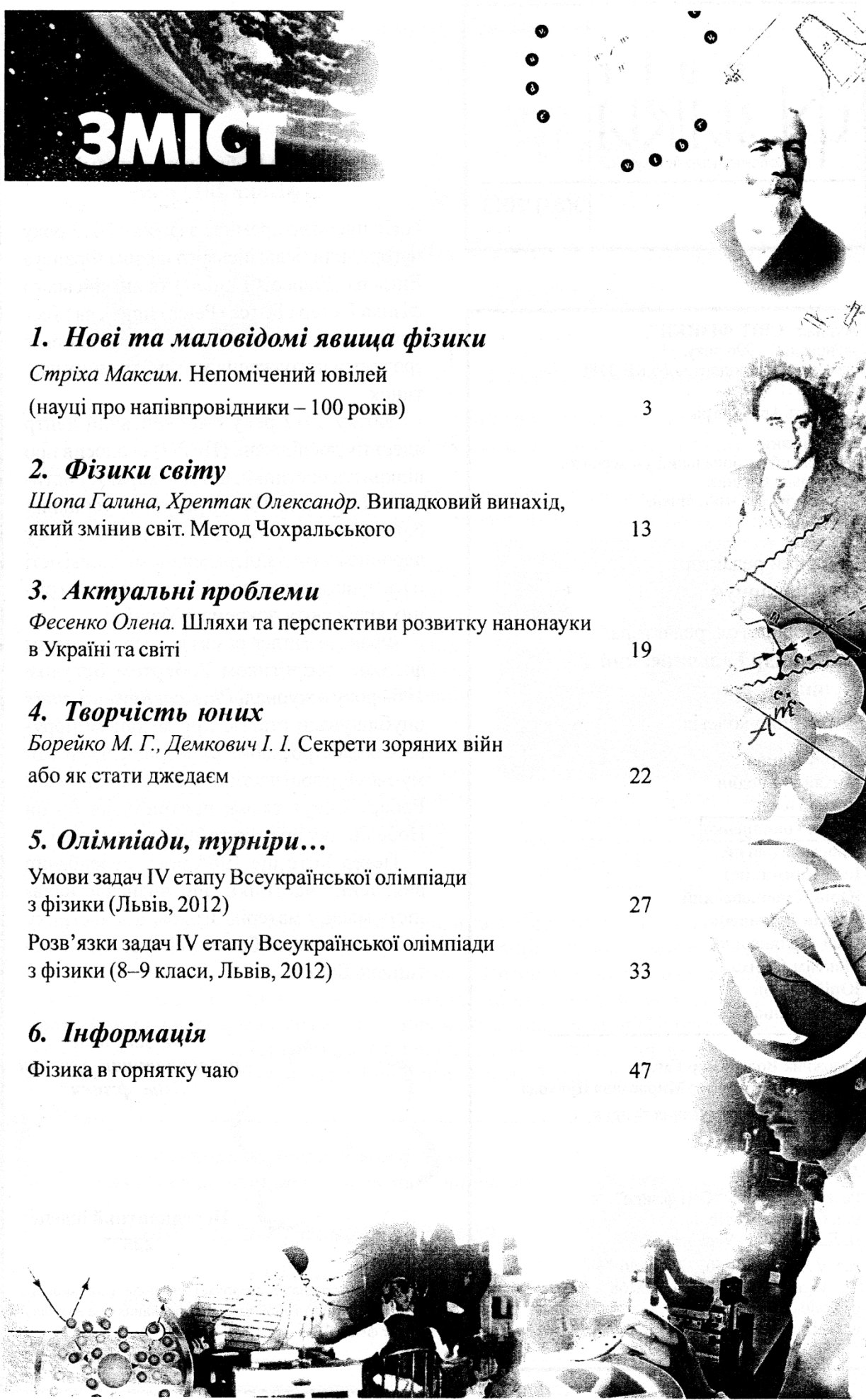
Розв'язки задач IV етапу Всеукраїнської олімпіади  
з фізики (8–9 класи, Львів, 2012)

33

## **6. Інформація**

Фізика в горнятку чаю

47





# НЕПОМІЧЕНИЙ ЮВІЛЕЙ (НАУЦІ ПРО НАПІВПРОВІДНИКИ – 100 РОКІВ)

**Максим Стріха,**  
*президент Українського фізичного товариства,  
доктор фізико-математичних наук*

**С**кільки років науці про напівпровідники? На це просте запитання не зразу дадуть відповіді навіть ті, хто все своє життя пропрацювали в цій галузі. Адже з окремими напівпровідниками (наприклад, з кремнієм) люди мали справу з давніх-давен. Починаючи з XVIII століття, учені активно вивчали електричні властивості різних матеріалів, які ми сьогодні називаємо напівпровідниковими. Але де та межа, яка відокремлює розрізнені емпіричні спостереження від напівпровідникової науки з власним чітко окресленим предметом дослідження? Коли фізики почали чітко виокремлювати напівпровідники як окремий клас матеріалів?

## Провідники й ізолятори

**У** 1729 році англієць Стівен Греї (1679–1736) відкрив явище електропровідності [1]. Він узяв скляну пляшку і закрив її корком, у який ввіткнув металевий стрижень з кулькою зі слонової кістки на кінці. Далі він наелектризував пляшку клаптом сукна. З'ясувалося, що електрика перейшла з пляшки на кульку – це можна було визначити з притягування до неї дрібних порошин, клаптів паперу тощо.

Продовжуючи дослід, Греї встановив, що електрику добре проводять не лише металеві дроти, а й вугільні стрижні, м'язи людини і

тварин. До того ж, почавши від коротких металевих стрижнів, учений довів наявність провідності в дротах довжиною до 250 метрів. Він пересвідчився: електрика однаково легко перетікає і горизонтальними, і вертикальними провідниками (тоді електрику уявляли як особливу рідину і досліджувався Греєм факт відтак вимагав експериментальної перевірки).

Водночас Греї встановив: не проводять каучук, віск, шовкові нитки і порцеляна, які можуть слугувати ізоляторами, що перешкоджають витокові електрики. Про свої дослідження учений повідомив у листі до Королівського товариства від 8 лютого 1731 року. Проте причини такої відмінності в поведінці різних речовин учений пояснити, звісно ж, не міг.

Як стверджує у своїй інформативній розвідці з ранньої історії напівпровідників Георг Буш [2], саме слово “напівпровідник” уперше вжив славетний італійський учений Алессандро Вольта (1745–1827) у доповіді перед Лондонським Королівським товариством 14 березня 1782 року. Доторкаючись до електрометра різними предметами, він встановив, що доторк металу призводить до миттєвого розряду електрометра, доторк діелектрика не розряджає електрометра зовсім, та існують певні матеріали, через які електрометр теж розряджається, але упродовж певного скінченного часу. Їх Вольта й назвав “напівпровідниками”.



У 1800 році, поставивши одне на одне понад сто металевих (цинк і срібло) кружалець, розділених змоченим солоною водою папером, Вольта отримав досить потужне джерело електрики – “вольтів стовп”. На противагу попереднім джерелам електрики, в основі яких лежала електризація тертям, “вольтів стовп” діяв не одну мить розряду, а постійно, що відкрило величезні можливості перед фізиками та інженерами. Використовуючи щойно відкрити термопару (вона давала стабільнішу напругу, аніж “вольтів стовп”), німецький учений Георг Симон Ом (1787–1854) зумів 1826 року встановити основний закон електричних кіл, названий його ім’ям.

#### Напівпровідники: перші експериментальні факти

Використовуючи “вольтів стовп”, англійський фізико-хімік Гемфрі Деві (1778–1829) у 1821 році встановив факт залежності електричної провідності від температури, до того ж зі збільшенням температури провідність металів (тоді вживали термін “сила провідності” – “conducting power”) зменшувалася. Геніальний учень Деві Майкл Фарадей (1791–1867) у 1833 році виявив дивовижну властивість сульфиду срібла  $Ag_2S$ : за кімнатної температури його провідність була дуже низькою, однак за  $175\text{ }^\circ\text{C}$  різко зростала до “металічних” значень. Таким чином, було відкрито, що провідність з температурою може в окремих речовинах зростати. На жаль, Фарадей, який віддавав перевагу якісним експериментам, не залишив при цьому жодних кількісних таблиць чи графіків.

Пізніше з’ясувалося, що на провідність твердих тіл може впливати не лише температура, а й світло. У 1839 році молодий французький фізик Едмон Беккерель (1820–1891), помістивши в електроліт платівку хлориду срібла з платиновими контактами, вперше спостерігав

явище фотоелектру – появи напруги при освітленні. Англійський інженер Вілловбі Сміт (1828–1891) у 1873 році встановив факт різкого зменшення опору селену при його освітленні. На цьому ефекті упродовж скоро майже півтора століття діють різноманітні експонетри. Однак фізична природа ефекту залишалась незрозумілою упродовж майже 60 років.

Наступного, 1874 року німецький фізик і винахідник Карл Фердинанд Браун (1850–1918) відкрив те, що точковий контакт металу з сульфідом металу може бути випростувачем: пропускати струм в одному напрямку і не пропускати в іншому. Це відкриття широко застосовувалося в перших “детекторних” приймачах, які не потребували електричного живлення (й тому використовувалися в українських селах аж до 1950-х років). Пізніше Браун активно співпрацював з винахідником радіо Гульєльмо Марконі, їх разом було вшановано Нобелівською премією з фізики 1909 року.

#### Класична теорія електропровідності

Новим потужним методом вивчення твердих тіл стало застосування ефекту Холла, відкритого американцем Едвіном Холлом (1855–1938) у 1879 році. Проте фізична природа носіїв заряду в провідниках, які відхиляються під час руху магнетним полем, все ще була незрозумілою (це питання довго залишалося відкритим, від XVIII століття вірили в існування спеціальної “електричної рідини”, здатної перетікати між тілами). У 1897 році англійський учений Джозеф Джон Томсон (1856–1940) показав, що катодні промені складаються з негативно заряджених частинок – електронів. Так було остаточно розв’язано питання про матеріальні переносники електричного струму.

На підставі цих відкриттів німецький учений Пауль Друде (1863–1906) побудував кла-



сичну електронну теорію електропровідності металів (1900). Згідно з нею, в струм у металі переносять електрони, які поводять себе як класичний ідеальний газ. У проміжках між зіткненнями (середній час вільного пробігу між двома зіткненнями позначимо  $\tau$ ) вони рухаються вільно, пробігаючи деякий шлях  $l$ . Зіткнення електронів відбуваються переважно з йонами ґратки, і це приводить до теплової рівноваги між електронним газом і кристалічною ґраткою (в цьому полягає відмінність електронного газу від звичайного, де молекули газу розсіюються одна на одній).

Середню швидкість теплового руху електронів можна оцінити як:

$$\langle u \rangle \sim \sqrt{\frac{kT}{m_0}},$$

де  $T$  – температура;  $k$  – стала Больцмана;  $m_0$  – маса електрона.

За кімнатної температури ця швидкість за порядком величин дорівнює  $10^7$  см/с.

З прикладанням електричного поля з напруженістю  $E$  електрони починають рухатися з пришвидшенням:

$$a = \frac{e}{m} E. \quad (1)$$

Середня швидкість електронів, що переносять струм у полі, становитиме приблизно половину тієї швидкості, яку електрон набуде перед черговим зіткненням:

$$v = \frac{a\tau}{2}. \quad (2)$$

Густину струму з його “електростатичного визначення” (струм – це заряд, що проходить через одиницю перерізу за одиницю часу) легко записати як:

$$j = env. \quad (3)$$

Тут  $n$  – концентрація електронів (їх число в одиниці об’єму – його можна експериментально визначити з ефекту Холла);  $e$  – заряд одного електрона.

Підставивши в цей вираз середню швидкість електронів (2), отримаємо:

$$j = \frac{e^2 n \tau}{2m} E. \quad (4)$$

Цей вираз збігається із записом закону Ома для ділянки кола в диференціальній формі:

$$j = \sigma E. \quad (5)$$

Більше того, пояснивши закон Ома, теорія дала й вираз для питомої електропровідності (величини, оберненої до питомого опору):

$$\sigma = \frac{e^2 n \tau}{2m}. \quad (6)$$

Оскільки концентрація електронів у всіх металах приблизно однакова, залежність провідності від температури й характеристик металу визначається середнім часом вільного пробігу. Більше того, оскільки з підвищенням температури електрони мусять розсіюватися інтенсивніше, середній час життя і провідність мають падати. Так теорія якісно пояснила встановлене експериментально ще Деві збільшення питомого опору металів  $\rho = 1/\sigma$  з температурою (що справедливо для діапазону не надто низьких температур):

$$\rho(t) = \rho_0(1 + \alpha t), \quad (7)$$

де  $t$  – температура в градусах Цельсія;  $\alpha$  – коефіцієнт пропорційності.

(Кількісно формулу (7) для діапазону достатньо високих температур з урахуванням розсіяння електронів на коливаннях ґратки – фононах отримав Фелікс Блох лишень у 1930 році).

Нарешті, на якісному рівні стала зрозуміла й різниця між металами й діелектриками: в перших є багато електронів провідності (це зумовлює їхній характерний “металічний” блиск – поверхневий заряд добре відбиває світло), у других електронів провідності чомусь немає.

Для підтвердження теорії Друде було проведено низку дослідів. Німецький фізик Карл



Рікке в 1901 році взяв три циліндри – два мідних і один алюмінієвий – з добре відшліфованими торцями, зважив їх і склав послідовно в коло мідь–алюміній–мідь. Крізь такий складений провідник упродовж року безперервно пропускали постійний струм. За рік крізь цей провідник пройшов велетенський заряд – майже  $3,42 \cdot 10^6$  Кл. Дослідження циліндрів показало, що пропускання струму не вплинуло на вагу циліндрів. Більше того, не було виявлено проникнення одного металу в інший на торцях циліндрів. Таким чином, досліди показували, що перенесення заряду в метали здійснюється не атомами, а таки електронами.

**Кенігсбергер вводить новий клас матеріалів: напівпровідники**

Однак наявності матеріалів, опір яких з температурою зменшується, теорія Друде пояснити не могла. Наступний крок у спробах пояснити таку “аномалію” зробив професор Фрайбурзького університету в Німеччині Йоганн Георг Кенігсбергер (1874–1946). Професор Кенігсбергер був різнобічним ученим, його праці стосувалися електричних, оптичних та термічних властивостей багатьох природних мінералів та штучних сполук. Крім того, учений цікавився спектроскопією, термічним випромінюванням і геофізичними явищами.



*Йоганн Кенігсбергер*

У праці [3] Кенігсбергер разом з Шіллінгом показав, що температурна залежність питомого опору низки матеріалів (наприклад, титану і цирконію), має вигляд кривої з мінімумом, а опір кремнію знижується в усьому досліджуваному діапазоні температур.

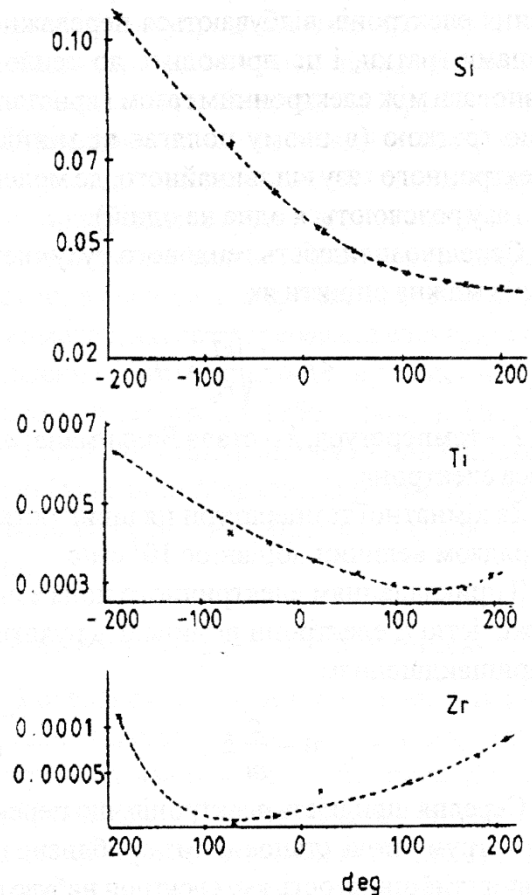


Рис. 1. Температурна залежність питомого опору Si, Ti, Zr (графіки з праці [3])

Намагаючись пояснити отримані залежності, Кенігсбергер постулював, що насправді носії провідності в будь-якому матеріалі з’являються в результаті дисоціації атомів на вільні електрони та позитивні йони, кількість яких дорівнює:

$$N = N_0 \exp\left(-\frac{Q}{t + 273}\right), \quad (8)$$





де величина  $Q$  пропорційна енергії дисоціації.

Це припущення дало змогу модифікувати вираз (7) як

$$\rho(t) = \rho_0(1 + \alpha t) \exp\left(\frac{Q}{t + 273}\right), \quad (9)$$

що очевидно може пояснити криві з мінімумами з рис. 1. Хоча сам Кенігсбергер не міг запропонувати жодної моделі для визначення енергії дисоціації, однак у дальшій праці [4] він розділив усі матеріали на метали, ізолятори і “змінні провідники” (нім. *variable Leiter*) саме за значенням  $Q$ : для ізоляторів  $Q$  прямує до нескінченності (отже, вільних електронів провідності в них немає), а для металів за високих температур – до нуля (тому в металах число електронів провідності дорівнює числу йонів – Друде виходив саме з цього припущення). У “змінних провідниках” натомість значення  $Q$  скінченне, що призводить до експоненціального зниження їхнього питомого опору з підвищенням температури!

Слід наголосити: Кенігсбергер також експериментально показав, що значення  $Q$  у “змінних провідниках” критично залежить від ступеня їхнього очищення та наявності структурних недосконалостей досліджуваних зразків. Це дає нам змогу датувати початок науки про напівпровідники саме 1914 роком – часом появи праці [4]. Адже віднині експериментальні факти стосувалися вже не розрізнених “аномальних” матеріалів, а нового класу речовин з цілком визначеними властивостями.

Цікаво, що самого терміну “напівпровідник” (нім. *Halbleiter*) Кенігсбергер при цьому не вживав. Це слово вперше застосував його студент Вейсс у захищеній 1910 року докторській дисертації. Але навіть ця термінологічна неузгодженість не заважає оголосити саме Йоганна Кенігсбергера “батьком” сучасного поняття “напівпровідники”.

### Нові експериментальні факти

Паралельно з Кенігсбергером і його учнями напівпровідникові матеріали активно вивчав також професор фізики в університеті в Йені Карл Бедекер (1877–1914). Талановитий фізик, син видавця всесвітньовідомих туристичних путівників Фріца Бедекера, загинув на фронті 37-річним у перший же тиждень Першої світової війни. Тому його список праць короткий, але головні його роботи відзначаються великою ретельністю й піонерським підходом, а книга “Електричні явища в металічних провідниках” (1911) правила за підручник ще упродовж двох десятиліть.



Карл Бедекер

Чи не найбільшим “бичем” тодішнього експерименту щодо провідності була дуже погана відтворюваність результатів. У 1907 році Бедекер запропонував новий метод виготовлення зразків. Він наносив тонкі плівки міді, срібла, кадмію, талію та свинцю на скляну або слюдяну підкладку розпорошуванням. При цьому товщину отриманої плівки учений визначав точним зважуванням. Потому ці плівки витримувалися в кисні, або ж парах сірки, селену, миш’яку чи йоду для отримання потрібних сполук.



Найцікавіші результати було отримано на йодиді міді  $\text{CuI}$ . Отримані плівки мали дуже високу, суто металічну провідність, але, залишені на повітрі за кімнатної температури, робилися майже ізоляторами. Але поновне експонування плівки в парах йоду повертало металічну провідність, зменшуючи опір на кілька порядків. Причому такий оборотний процес можна було повторити кілька разів. Звідси впливав очевидний висновок: провідність критично залежала від вмісту в зразку йоду.

Саме Бедекер першим виміряв ефект Холла в напівпровідниковій плівці  $\text{CuI}$ . Першою несподіванкою виявилось те, що полярність Холлівської напруги була протилежною до тієї, яка, за аналогічної геометрії досліду, спостерігалася у вісмуті. Отже, слід було припустити, що струм у  $\text{CuI}$  переносять носії з позитивним зарядом! Так було вперше виявлено діркову провідність у напівпровіднику – хоч ані слова “дірка”, ані слова “напівпровідник” вжито при цьому ще не було. Але, вимірюючи величину сталої Холла і припустивши, що струм переносять носії одного виду, Бедекер підтвердив справедливості постульованої Кенігсбергером формули (8): число носіїв справді експоненціально зростало з температурою!

У наступні роки різними дослідниками було виявлено чимало сполук із напівпровідниковими властивостями. Чи не “найпопулярнішою” з них став закис міді  $\text{Cu}_2\text{O}$ . Як показав професор Геттінгенського університету Бернард Гудден (1892–1945), автор чи не першого огляду з провідності напівпровідникових сполук [5], опір різних зразків  $\text{Cu}_2\text{O}$  за кімнатної температури міг різнитися на 6–7 порядків. При цьому провідність закису міді зростала зі збільшенням тиску кисню.

### Поява теорії напівпровідників

Напівпровідники поставили неабияку загадку перед теоретиками, і розгадати її класична фізика не могла принципово. У 1927

році, відразу ж після створення основ квантової механіки, Вольфганг Паулі й Енріко Фермі розробили теорію сильно виродженого електронного газу в металах, а швейцарець Фелікс Блох (1905–1983), тоді пост-док у Гайзенберга в Ляйпцігу, у 1928 році отримав загальний вигляд хвильових функцій у періодичному потенціалі і двома роками пізніше розвинув теорію температурної залежності опору металів з урахуванням розсіяння носіїв на коливаннях йонів ґратки. Він отримав відомий “класичний” граничний випадок для високих температур ( $\rho \sim T$ ) і показав, що за низьких температур може реалізуватися т. зв. “режим Блоха–Грюнайзена”  $\rho \sim T^5$ . Проте Блох навіть не намагався пояснити існування металів, напівпровідників та ізоляторів.

Тому “батьком” зонної теорії твердих тіл можна по праву вважати британця Аллана Вілсона (1906–1995), який, після навчання у Ролфа Фаулера в Кембріджі, стажувався на початку 1930-х у Ляйпцігу в Гайзенберга, де й познайомився з роботами Блоха.



Аллан Вілсон

Дві класичні статті Вілсона [6, 7] з’явилися впродовж 1931 року. В них учений вперше запровадив звичну для нас картинку з зонами дозволених енергій і забороненими зонами поміж ними, ввів поняття “донорів” і “акцепторів”, запропонував розрізняти “власні” (*intrinsic*) і “домішкові” (*extrinsic*) напівпровідники, де провідність у першому випадку зумовлена переходами електронів між двома



дозволеними зонами, а в другому – переходами з домішкового рівня в дозволена зону. Таким чином, інтуїтивно запроваджене Кенігсбергером поняття “енергії дисоціації” отримало фізичний зміст енергії забороненої зони (реально за стану тодішніх технологій – енергії термічної активації домішкового рівня), а запропонований 1914 року поділ на метали, діелектрики і напівпровідники отримав пояснення й підтвердження.

Варто зазначити, що остаточно поняття “дірок” як носіїв струму з позитивним зарядом було запроваджено того ж 1931 року Вернером фон Гайзенбергом [8], який інтерпретував таким чином вільні місця у майже заповненій валентній зоні.

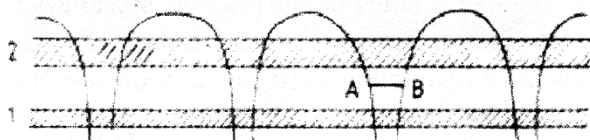


Рис. 2. Найперша зонна діаграма напівпровідника з праці А. Вілсона

У ті ж роки незалежно Я. Френкель [9], К. Вагнер і В. Шотткі [10] та Р. Йост [11] розробили власні моделі точкових дефектів у кристалічних ґратках, які не лише дали змогу описати електронну провідність йонних кристалів, а й відіграли велику роль у дальшому розвитку науки про напівпровідники.

Паралельно в 1930 році російський учений Ігор Тамм розробив квантову теорію розсіяння світла в кристалах і ввів уявлення про пружні коливання в твердому тілі (фонони). Ідея фонона містилася вже в ранніх працях А. Айнштейна (1907) і П. Дебая (1912) з теорії теплоємності твердих тіл, але сам термін належить Таммові. Так на початку 1930-х було закладено підвалини теорії напівпровідників.

### Матеріали, які змінили життя людства

Однак, цілковита нерозробленість технологій отримання “чистих” матеріалів аж до кінця 1940-х років ставила під сумнів саму можливість експериментального дослідження “власних” напівпровідників. Усі реальні тогочасні напівпровідники були “брудними”, сильно “домішковими”, а результати на них – погано відтворюваними. У [2] процитовано лист Паулі до Рудольфа Паєрлса, написаний 1931 року: “З напівпровідниками працювати не варто, вони – суцільна плутанина, хтозна, чи існують ці напівпровідники взагалі”. Як зазначає автор [2] Георг Буш, таке ставлення до напівпровідників зберігалось загалом до кінця 1930-х років.



Джон Бардін, Вільям Шоклі,  
Волтер Браттейн

Таке ставлення радикально змінилося лише після винайдення американським ученим Вільямом Шоклі (1910–1989) та його колегами Джоном Бардінім (1908–1991) і Волтером Браттейном (1902–1987) транзистора на  $p-n$  переходах (1951).

Цей винахід уможливив неймовірний технологічний прорив людства майже в усіх галузях і був вшанований Нобелівською премією 1956 року.



Слід зазначити: працюючи над винаходом, Шоклі розв'язав диференціальні рівняння для дифузійного й дрейфового руху носіїв струму, побудував модель рекомбінації через домішкові рівні (модель Шоклі-Ріда). Отримані ним результати лягли в основу фундаментальної монографії "Електрони і дірки в напівпровідниках" (1950).

Першу інтегральну мікросхему – два транзистори, опір і декілька конденсаторів – було зібрано 1959 року на одному кристалі діаметру 2 см фактично вручну. Дуже швидко застосування мікросхем радикально розширило можливості людини в усіх галузях – від обчислень і зв'язку до побутової електроніки.



Рис. 3. Перший транзистор

Стрімкий розвиток мікроелектроніки на початку 1960-х стимулював активні дослідження в галузі фізики напівпровідників у всьому світі. Проте в Україні розвиток фізики напівпровідників почався значно раніше. Ще з 1929 року під керівництвом засновника Інституту фізики ВУАН Олександра Гольдмана тривали роботи з дослідження нових аспектів фотогоальванічного ефекту Беккереля, у яких брали участь також О. Г. Миселюк, Г. А. Федорус, М. П. Лукасевич, В. К. Бернадський та інші дослідники.

Слід пам'ятати: один з великих здобутків напівпровідникової науки ХХ століття пов'язаний саме з Києвом. Майбутній академік АН УРСР Вадим Лашкар'юв (1903–1974), повернувшись в Україну після відбуття заслання в Архангельську на посаду завідувача відділу напівпровідників Інституту фізики й водночас – завідувача кафедри фізики в Київському університеті імені Тараса Шевченка, зробив головне відкриття свого життя. Досліджуючи за допомогою термозонду запірні шари примітивних міднозакисних випрямлячів, учений відкрив  $p-n$ -перехід. Тоді ж він з'ясував роль  $p-n$ -переходу у виникненні вентильного фото ефекту – появи напруги при освітленні контакту ділянок напівпровідника з двома типами провідності.

Ця праця Лашкар'юва [12] за своїм науковим значенням не поступалася працям Шоклі, Бардіна й Браттейна, які були нагороджені Нобелівською премією. Адже функціонування  $p-n$ -переходу лежить в основі роботи сучасних напівпровідникових приладів – від простих випрямлячів до найскладніших інтегральних схем. А фото ефект у напівпровідниках забезпечує роботу відомих усім сьогодні сонячних батарей. Проте тоді на цю роботу не звернули тієї уваги, на яку вона заслуговувала. Можливо, через те, що точилася Друга світова війна, можливо, тому, що вона суттєво випереджала тодішній розвиток технології германію і кремнію, яким у наступному десятилітті судилося стати основними напівпровідниковими матеріалами.

Після війни Вадим Лашкар'юв реалізує велику програму дослідження напівпровідників. Робить він це паралельно в Інституті фізики і в Київському університеті імені Тараса Шевченка. Тут він створює і в 1952–1957 роках очолює потужну кафедру фізики напівпровідників, яку пізніше упродовж понад 20 років очолював його учень Віталій Стріха (1931–1999), творець загальної теорії контакту ме-



тал-напівпровідник, один із піонерів розвитку української сенсорики. На базі відділу напівпровідників Інституту фізики у 1960 році було організовано новий Інститут напівпровідників АН УРСР, який учений очолював упродовж наступного десятиліття і який сьогодні носить ім'я Вадима Лашкарьова.



*Першопрохідці: кафедра фізики напівпровідників Київського університету ім. Т. Г. Шевченка (1956)*

*Зліва направо сидять: Н. Я. Карханіна, В. І. Ляшенко, В. Є. Лашкарьов, Ю. І. Карханін, Г. А. Холодар, Ю. І. Гриценко; стоять: І. Г. Самбур, Є. М. Березняковський, В. Житков, В. Є. Кожевін, Г. П. Пека, Г. П. Зубрін, В. І. Стріха, Р. М. Бондаренко*

Роботи академіка Лашкарьова знайшли широке практичне застосування в електроніці, автоматиці, телемеханіці, обчислювальній техніці.

Розвиток напівпровідникової науки в Україні пов'язаний з іменами експериментаторів В. І. Ляшенка, П. Г. Борзяка, О. В. Снітка, М. П. Лисиці, Б. О. Нестеренка, М. К. Шейнкмана, Л. І. Даценка, Є. А. Салькова, Д. Г. Семака, Г. А. Шепельського, П. І. Баранського, С. В. Свечнікова, В. Ф. Мачуліна, В. Г. Литовченка, О. Є. Беляєва, М. Я. Валаха, В. С. Лисенка, П. Ф. Олексенка, Ф. Ф. Сизова, М. Л. Дмитрука, С. М. Рябченка, теоретиків С. І. Пекара,

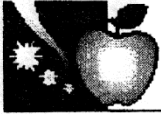
К. Б. Толпига, К. Д. Товстюка, М. Ф. Дейгена, І. М. Дикмана, Е. Й. Рашби, В. О. Кочелапа, І. І. Бойка, З. С. Грібнікова, Ф. Т. Васька, П. М. Томчука та багатьох інших першорядних учених. Докладніше про сторінки розвитку фізики напівпровідників можна довідатися з книжки [13].

### Що далі?

Починаючи з певного етапу, кожна наука проходить стадію своєрідної "вичерпаності". Це стосувалося й фізики напівпровідників, де після побудови зонної теорії і теорії домішкових станів, глибокого вивчення транспорту носіїв та оптичних переходів в основних напівпровідникових матеріалах, появи технологій отримання високочистих матеріалів напівпровідникової електроніки з наперед заданими властивостями почало здаватися, що основні фундаментальні проблеми вже розв'язано, залишилися важливі, але загалом непринципові деталі.

Однак перехід до наносистем, де рух носіїв принципово квантований, поява на додачу до традиційної "зарядової електроніки" також спінтроніки, де переноситься не заряд, а проекція спіну, дали на межі нового тисячоліття потужний поштовх "традиційній", здавалося б галузі. Додатковим імпульсом стали потреби розвитку фотовольтаїки, яка, за оцінками експертів, покликана зробити важливий внесок у розв'язання енергетичних проблем людства і забезпечення сталого, екологічно безпечного розвитку [14], і сенсорики – адже тільки сенсори в режимі реального часу здатні дати відповіді на тисячі й тисячі запитань, які ставить життя перед людиною. Низку окремих цікавих фундаментальних і прикладних задач формулює освоєння нового терагерцового діапазону хвиль випромінювачами й детекторами.

В річищі ідей фізики напівпровідників лежить і чимало задач нової фізики графену [15], яка стрімко розвивається після отримання в



2004 році моношарового вуглецю і вже призвела до появи цілої низки інших аналогічних матеріалів (борат молібдену, сіліцен, германен тощо).

На жаль, поважною перешкодою для розвитку напівпровідникової науки в Україні є жалюгідний стан орієнтованої на застарілі технології ресурсовитратної національної економіки, загибель української мікроелектроніки, відсутність національного замовника на роботи в багатьох високотехнологічних напрямках. Ця проблема має позанауковий характер, і вирішено її може бути лишень спільними зусиллями політиків, бізнесу і всього суспільства.

Тому відзначення 100-річчя напівпровідників дає ще одну добру нагоду не лише згадати славні сторінки минулого (які самі по собі важливі для сьогоднішніх і майбутніх дослідників), а й поновити суспільну дискусію про роль науки і високих технологій для сьогоднішньої України. А для цього потрібно, щоб непомічений досі ювілей нарешті помітили.

На завершення автор хоче присвятити цей нарис світлій пам'яті свого батька, одного з піонерів напівпровідникової науки в Україні Віталія Іларіоновича Стріхи, а також усім дослідникам з того прекрасного і героїчного покоління, які починали вивчення нового і загадкового класу матеріалів – напівпровідників, що їм судилося значною мірою змінити обличчя людства.

1. В. І. Ільченко, О. Т. Проказа, М. В. Стріха. *Фізичні теорії: люди, ідеї, події. Навчальний посібник.* – Луганськ: Елтон-2, 2012. – 384 с.

2. Georg Busch. *Early history of the physics and chemistry of semiconductors – from doubts to fact in a hundred years* // *Eur. J. Phys.*, 1989. – Vol. 10. – P. 254–264.

3. J. Koenigsberger, K. Shilling. *Ueber die Leitfähigkeit einiger fester Substanzen* // *Phys. Z.*, 1908. – Vol. 9. – P. 347–352.

4. J. Koenigsberger. *Das elektrische Verhalten der variablen Leiter und deren Beziehung zur Elektrophysik* // *Jahrb. Radioakt. Elektron.*, 1914. – Vol. 11. – P. 84–142.

5. B. Gudden. *Elektrizitätsleitung in Kristallisierten Stoffen unter Ausschluss der Metalle* // *Ergeb. Exakten Naturwiss.*, 1924. – Vol. 3. – P. 116–159.

6. A. H. Wilson. *Theory of Electronic Semiconductors I* // *Proc. R. Soc.*, 1931. – Vol. 133. – P. 458–491.

7. A. H. Wilson. *Theory of Electronic Semiconductors II* // *Proc. R. Soc.*, 1931. – Vol. 134. – P. 277–287.

8. W. Heisenberg. *Zum Paulischen Ausschließungsprinzip* // *Ann. Phys. Lpz.*, 1931. – Vol. 10. – H. 888–904.

9. J. Frenkel. *Über die Warmebewegung in festen und flüssigen Körpern* // *Z. Phys.*, 1926. – Vol. 35. – P. 652–669.

10. C. Wagner, W. Schottky. *Theorie der geordneten Mischphasen* // *J. Phys. Chem.*, 1931. – Vol. 11. – H. 163–210.

11. W. Jost. *Diffusion and electrolytic conduction in crystals (ionic semiconductors)* // *J. Chem. Phys.*, 1933. – Vol. 1. – P. 466–475.

12. В. Е. Лашкарев. *Исследования запорного слоя методом термозонда* // *Известия АН СССР, сер. физ.*, 1941. – № 4–5. – С. 442–446.

13. *Институт фізики напівпровідників ім. В. Є. Лашкарьова. 50 років* / За ред. В. Ф. Мачуліна. – К.: Інтертехнодрук, 2010. – 446 с.

14. В. Литовченко, М. Стріха. *Фотовольтаїчні перетворювачі в Україні: наукові здобутки і позанаукові виклики* // *Світ фізики*, 2013. – № 1 (61). – С. 3–15.

15. М. В. Стріха. *Нова “фізика графену”: стан і перспективи* // *Світ фізики*, 2010. – № 3. – С. 3–10.



# Випадковий винахід, який змінив світ. Метод Чохральського



Без цього винаходу не було б смартфонів, ноутбуків і всієї сучасної електроніки. Технологія вирощування монокристалів спочатку була лише цікавинкою. Сьогодні її творець, Ян Чохральський, хоч на батьківщині мало відомий, проте є найцитованішим польським ученим.

7 грудня 2012 року Сейм Республіки Польщі ухвалив рішення оголосити 2013 рік Роком Яна Чохральського. Планують 23 жовтня цього року, у день народження вченого, по всій Польщі унікальну синхронізовану акцію. Рівно о 17.00 год кожен учасник акції мав би показати будь-який портативний пристрій, який завжди носить при собі і який містить кристали Чохральського та упродовж кількох секунд просто показувати його іншим або ж на камери відеоспостереження.

Акцію "Покажи кристал Чохральського" організувала група популяризаторів науки (серед них і Польська асоціація наукових журналістів) за сприяння Інституту фізичної хемії Польської академії наук.

Мобільні телефони, планшети, цифрові камери, mp3-програвачі, портативні ігрові консолі – усе це працює на основі монокристалів, вирощених методом, який розробив Ян Чохральський.

Ян Чохральський (Jan Czochralski) народився 23 жовтня 1885 року в Кщині, невеликому містечку у Пруському розділі між Познанню та Бидгощею, в сім'ї столярів. Був восьмим із десяти дітей. Батькові не подобалися ризиковані хемічні експерименти сина, тому 16-річний Ян переїхав до Кротошина, де працював в аптеці.

1904 року Я. Чохральський переїхав до Берліна, де працював у лабораторії концерну Allgemeine Elektrizitäts Gesellschaft (AEG). Працюючи, він паралельно здобував освіту, й 1910 року отримав звання інженера-хеміка в Берлінській політехніці.

1916 року Я. Чохральський зробив винахід, який за кілька десятків років виявився його найбільшим досягненням: розробив метод вимірювання швидкості кристалізації металів. Історія винаходу доволі комічна: через свою неуважність учений випадково занурив своє перо в тигель із розплавленим оловом замість чорнильниці. Витягуючи ручку, він помітив, що слідом за пером тягнеться тонка нитка застиглому металу. Замінивши перо ручки мікроскопічним шматочком металу, Чохральський переконався, що утворена таким способом металева нитка має монокристалічну структуру.



*Ян Чохральський під час праці  
в лабораторії в Берліні*

Метод виробництва монокристалів за допомогою витягування спершу цікавив лише металознавців. Та згодом, 1950 року, співпрацівники американської корпорації лабораторії Белл (Bell Labs) Г. Тіл (Gordon K. Teal) і Дж. Літл (J. V. Little) використали метод Чохральського для вирощування монокристалу германію високої чистоти, відтак започаткувавши використання методу для промислового отримання напівпровідникових кристалів.

Ян Чохральський 1917 року переїхав до Франкфурта-на-Майні, де обійняв посаду завідувача металознавчої лабораторії (Metallbank und Metallurgische Gesellschaft AG).

Саме там 1924 року дослідник зробив ще один важливий винахід: металевий сплав, який чудово підходив для виробництва залізничних підшипників ковзання (згодом відомий як *Bahnmetal* або метал В).

Сплав спричинив справжню революцію в залізничній галузі, оскільки не містив дорогого та важкодоступного олова, а, отже, був економічний та надійний. Завдяки металові В можна було збільшити швидкість руху потягів. Патент негайно купила німецька залізниця. Його використовували також у США, СРСР, Чехословаччині, Англії, Франції до 1960-х років, коли

на зміну підшипникам ковзання прийшли підшипники кочення.

За успіхами йшли популярність та гроші. Я. Чохральський 1925 року став головою Головного правління німецького металознавчого товариства. Польським ученим зацікавився Генрі Форд, засновник відомого автомобільного концерну. Він запросив Чохральського оглянути свої заводи, після чого запропонував обійняти пост директора в новій лабораторії. Попри спокусливість пропозиції, вечний відмовився.

Ян Чохральський на прохання Президента Польщі та видатного хеміка Ігнація Мосціцького<sup>1</sup>, 1928 році повернувся на батьківщину. Його призначили професором Варшавської політехніки, а в листопаді 1929 року Я. Чохральському присвоїли звання доктора *honoris causa*. Наступного року з рук Президента Польщі він прийняв титул професора. Учений відмовився від німецького громадянства, та процедура не була офіційно завершена.

Професор Чохральський заснував стипендії для студентів. У Варшавській політехніці на базі хемічного факультету він організував Відділ металургії та металознавства.

Під час Другої світової війни він керував Відділом дослідження матеріалів, одним із восьми відділів, створених у Політехніці за дозволом окупаційної влади. Відділ допоміг вижити багатьом польським ученим, але виконував роботи також для Вермахту. Офіційна співпраця з Німеччиною була погоджена із

<sup>1</sup>Ігнацій Мосціцький (Ignacy Moscicki, 1867–1946) – хемік, від 1922 року обіймав посаду професора кафедри фізичної хемії і електротехніки Львівської політехніки, у 1925–1926 роках став її ректором. У 1926–1939 рр. був Президентом Польщі. 1916 року у Львові організував Інститут наукових і технічних досліджень “Мета”. Запроєктував оригінальний метод переробки ропи.





підпільною владою. Сам Чохральський під час війни неодноразово використовував свої зв'язки та добрий матеріальний стан, щоб врятувати не лише вчених, а й митців перед репресіями з боку гітлерівської Німеччини. Йому активно допомагала його родина, особливо старша донька Леонія.

Однак через роботи, які виконував відділ для німців, відразу після війни, професора звинуватили в співпраці з окупантами. На кілька місяців він потрапив під арешт у Пйотркуві Трибунальському. За відсутності доказів вини розслідування було припинено. На захист потерпілого, засвідчуючи його патріотизм, виступив Густав Олеховський, колишній консул Польщі. Попри виправдання з боку прокуратури, у грудні 1945 року, керівництво Варшавської політехніки позбавило Чохральського професорського титулу і фактично вилучило з наукового середовища.

Ображений Чохральський повернувся до Кцині. Там він заснував невелику хемічну компанію BION, яка виробляла крем для взуття, лікувальні солі та рідини для завивки волосся. Після обшуку, проведеного в його котеджі в Кцині Управлінням безпеки, у Яна Чохральського стався інфаркт і 22 квітня 1953 року призначений учений помер у лікарні в Познані.

Професор Ян Чохральський був автором та співавтором понад 120 наукових публікацій, багатьох винаходів і патентів. Нині це найчастіше цитований польський учений. Його найбільшим досягненням був метод вирощування монокристалів. Можна припустити, що якби проф. Чохральський прожив на кілька років довше і дожив до розквіту електроніки та напівпровідникової технології, з величезною ймовірністю Польща мала б ще одного Нобелівського лавреата.

Упродовж багатьох років ім'я Яна Чохральського було замовчуваним. У Варшавській політехніці неодноразово піднімали клопотання про реабілітацію проф. Чохральського. Тільки документи, знайдені 2011 року, дали



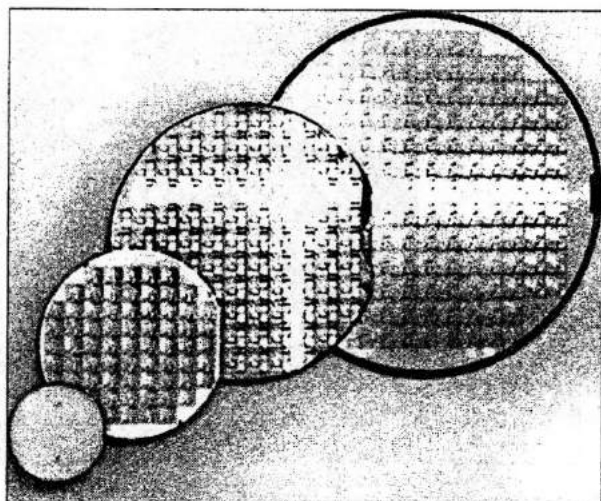
*Проф. Чохральський у своєму кабінеті у Варшавській політехніці (під час німецької окупації)*

змогу однозначно підтвердити співпрацю професора не з окупантами, а з розвідкою штабу Армії Крайової. У цій ситуації Сенат Варшавської політехніки постановою від 29 червня 2011 року – через 66 років – повністю реабілітував ученого.

### Метод Чохральського сьогодні

Ян Чохральський починав із тонкого монокристала олова завдовжки лише 15 см, тоді як перші кремнієві кристали мали приблизно 2,5 см у діаметрі та важили лише 50–200 г. Незабаром виробники зрозуміли, що вигідніше вирощувати кристали більшого діаметра та створювати багато інтегральних схем на одній “вафлі”. Першим стандартом 1973 року було вибрано 3-дюймові (7,62 см) “вафлі”. Пізніше діаметр визначали в міліметрах.

Нині майже 90 % усіх напівпровідникових приладів виготовляють із монокристалічного кремнію. Беручи до уваги велике значення електроніки в технологіях, промисловості та повсякденному житті, цілком очевидно, що монокристали кремнію є одними із найважливіших технологічних матеріалів сьогодні та у найближчому майбутньому. Майже 95 % всіх кремнієвих кристалів виготовляють за до-



Кремнієві пластини ("вафлі")  
з готовими мікросхемами

помогою різноманітних модифікацій методу Чохральського. Підприємства мають десятки великих установок для вирощування монокристалів кремнію.

Про рівень розвитку цього методу свідчить сьогоднішній розмір кремнієвого монокристалу, основного матеріалу для виготовлення інтегральних схем, завдовжки 2 м, діаметром 30 см та масою понад 250 кг (фірма Wacker-Siltronic GmbH у Фрейбурзі поблизу Дрездена (Німеччина) виробляє такі монокристали з 2002 року).

Здавалося, що це межа технологічних можливостей і кремнієві монокристали не можуть досягти діаметра понад 400–450 мм та маси понад 300 кг. Це важливо з економічних причин. Із "вафлі" діаметром 300 мм виготовляють 170 сучасних мікропроцесорів, тоді як на "вафлі" діаметром 200 мм – лише 74.

Вернер Цуленер (Werner Zulehner) із Wacker-Siltronic AG Company (Бурггаузен, Німеччина) склав таблицю зростання параметрів кремнієвих "вафель" та маси кристалів.

Промисловість доволі швидко збільшувала діаметр "вафель" від 100 до 125 мм та до 150 мм, досягаючи цього з інтервалом у три роки.

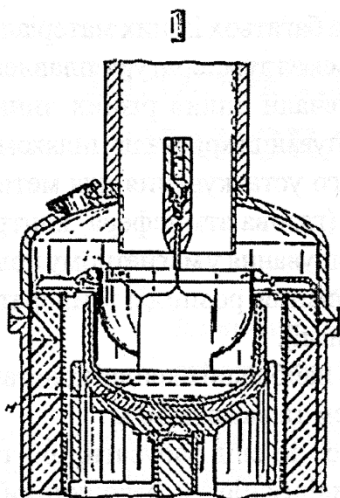
Перейти до розмірів 200 мм забрало трохи більше часу – п'ять років, а діаметр "вафель" розміром 300 мм досягнули за вісім років. Понад половину виробництва уже 2006 року здійснювали на 300-мм "вафлях". Далі з'явилися 450-мм "вафлі".

Розгляньмо конкретний приклад процесу вирощування найбільшого у Європі монокристалу кремнію в компанії Wacker-Chemie GmbH Company (Бурггаузен).

У цьому випадку маємо шість основних етапів. Починається все з того, що у кварцовий тигель діаметром майже 1 м закладають 300 кг подрібненого полікристалічного кремнію високої чистоти під тиском 10–200 мбар аргону. Нагрівають до температури трохи вищої від точки плавлення кремнію (1687 К). Після плавлення досягається теплова рівновага, далі всередину занурюють маленький зародок з кремнію, т. зв. затравку (монокристал розміром 3–5 мм із заданою кристалографічною орієнтацією, зазвичай [100]). Повільне охолодження спричиняє кристалізацію на затравці.

Далі кристал витягують із швидкістю кілька міліметрів на хвилину. Велика швидкість витягування зупиняє поширення дислокацій (одновимірних дефектів структури).

Рік	1950	1956	1962	1967	1972	1973	1980	1984	1988	1992	1997	2005
діаметр	½"	1"	1.5"	2"	2.5"	3"	100 mm	125 mm	150 mm	200 mm	300 mm	400 mm
Маса [кг]	0.05	0.4	1.2	2.5	6	12	24	38	65	110	200	350



*Піч для вирощування монокристалів методом Чохральського*

Отже, після кількох сантиметрів росту отримують бездислокаційний кристал кремнію (т. зв. DF-Si); відповідно із зменшенням температури діаметр кристала зростає. Нарешті, після досягнення очікуваного діаметра кристалу (300 мм), збільшення товщини сповільнюється і кристал “вигинається” (формується т. зв. перетяжка). Саме з цього починається власне витягування монокристалу.

Потрібно майже 3–4,5 дні, щоб виростити кристал діаметром 300 мм та завдовжки 2 м. Залежно від очікуваної чистоти кристалу та його подальшого використання, швидкість витягування циліндричного кристалу становить 0,4–1,2 мм/хв. Параметри росту потрібно постійно контролювати. Маса розплавленого кремнію зменшується від 300 кг до приблизно 35 кг наприкінці процесу. Очевидно, вирощування таких великих монокристалів вимагає багато додаткових умов та допоміжних приладів. Доки кристал кремнію обертається довкола осі витягування, протилежної до обертання тигля, тигель має поступово підніматися, оскільки маса розплаву зменшується. Крім нагрівання, тигель потрібно помістити

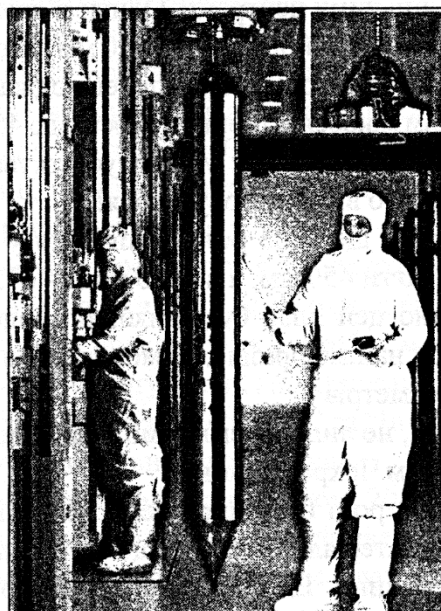
у магнетне поле для зменшення турбулентності у розплаві, а також вмісту кисню у кристалі.

Отриманий кристал кремнію обробляють. Йому надають форму циліндра і розрізають на пластини – “вафлі”. Після полірування такі пластини стають ідеальним матеріалом для побудови електронних компонентів.

Уряд Японії та сім японських виробників кремнію 1996 року створили корпорацію Super Silicon Crystal Institute Corporation (SSi) з метою розроблення та реалізації кремнієвих “вафель” діаметром 400 мм.

Їм довелося подолати чимало технічних та технологічних перешкод. Тільки кварцовий тигель мав діаметр 900 мм та масу 150 кг, механізм підтримки кристалу важив понад 150 кг; доки зберігався початковий діаметр затравки 3 мм, підтримувалася температура майже 1300 К, також забезпечувалося відповідне нагрівання, охолодження.

Позитивний результат досягли 2000 року. Установки мали понад 12 м у висоту та важили 36 т!



*Монокристал кремнію, одержаний методом Чохральського*



Вирощений бездислокаційний кремній був завдовжки 1100 мм і важив 438 кг. Кристал витягали зі швидкістю 0,25 мм/хв (15 мм/год).

У спеціальній доповіді японських фахівців було підкреслено, що хоча програма робіт була оригінальною, проте ґрунтувалася на комбінації іноземних технологій, починаючи від праць Чохральського за 1917 рік, праць Бардина, Браттейна та Шоклі за 1948–1949 рр. і до праць за 1955 р. у компанії Сіменс. Це була чудова інженерна робота поєднання різних елементів та привела до технологічного стрибка.

Фірма SEMICON West 2006 року повідомила про першу кремнієву “вафлю” діаметром 450 мм. Вона була вирізана із монокристалу масою 940 кг, до того ж придатна циліндрична частина кристалу діаметром 450 мм була завдовжки 215 см і важила 800 кг. Вирощування такого кристалу займало 3–5 днів. Цікаво, що такий масивний кристал було отримано із затравки діаметром всього кілька міліметрів!

Вихід за межі 300 мм показав, на скільки важливим для промисловості є співпраця із дослідницькими центрами. Однак, з’ясувалося, що вартість виробництва 450 мм “вафлі” є настільки високою, що це перешкоджає виробникам мікроелектроніки (перехід до 450 мм потребуватиме заміни усього устаткування, яке до цього використовувалося!).

Спершу, ще 2003 року планували у 2009 році досягти 450 мм, а в 2015 році – 675 мм. Фактично цей план буде виконано, але виробники, найімовірніше, відмовляться від великих діаметрів.

Однак, не лише кремній можна отримати за методом Чохральського.

У 1960 році було вирощено перший оксидний матеріал ( $\text{CaWO}_4$ ), що призвело до ефекту лавини. Це послужило для вирощування фероелектричних, феромагнетних, лазерних кристалів, скінтіляторів, напівпровідників, оксидів металів (серед них сапфіри

та рубіни) та багатьох інших матеріалів, які не розпадаються за температури плавлення. Одночасно вивчали вплив різних чинників на якість вирощуваних кристалів, шляхом побудови точнішого устаткування для методу Чохральського (газова атмосфера, контроль домішок, вирощування у магнетному полі, швидкість витягування, розподіл температури та її градієнт у тиглі).

Сьогодні найбільші оксидні кристали є завдовжки 15 см та важать 50 кг.

Очевидно, не слід забувати, що технологічній та цивілізаційній революціям, які ми спостерігаємо, передувала революція фізики напівпровідників. Метод Чохральського досі застосовують для вирощування багатьох різних матеріалів, без яких усі фізичні винаходи, які ми використовуємо у повсякденному житті, були б неможливими.

Сьогодні за допомогою методу Чохральського виготовляють понад 90 % напівпровідникових приладів, що свідчить про значимість його відкриття. Адже, як можна уявити сучасний світ без напівпровідникових процесорів?

Ян Чохральський – один із тих, хто долучився до створення сучасного світу!

#### Література

1. <http://www.pw.edu.pl/Aktualnosci/Rok-prof.-Jana-Czochralskiego>
2. <http://www.naukawpolsce.pap.pl/aktualnosci/news,397664,jan-czochralski-uczony-ktorego-technologie-zmienila-swiat.html>
3. <http://www.janczochralski.com/>
4. *Tomaszewski Pawel E.* Jan Czochralski Restored. – Wrocław: Oficyna Wydawnicza ATUT, 2013. – S. 55–60.

Галина Шопя,  
Олександр Хрепак,  
Львівський національний  
університет імені Івана Франка

## ШЛЯХИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ НАНОНАУКИ В УКРАЇНИ ТА СВІТІ

Олена Фесенко,

кандидат фізико-математичних наук,  
Інститут фізики Національної академії наук України

У мальовничому карпатському туристичному комплексі “Буковель” Івано-Франківської області від 25 серпня до 1 вересня 2013 року відбувалася Міжнародна науково-практична конференція “Нанотехнології та наноматеріали” (НАНО-2013) у межах виконання проекту “Нанотвінінг” Сьомої Рамкової Програми Європейської Комісії. Організатори конференції були: Інститут фізики НАН України (Україна), Тартуський університет (Естонія), European Profiles A. E. (Греція), Туринський університет (Італія), Університет П'єра та Марії Кюрі (Франція).

Конференція була проведена як широкомасштабний міжнародний захід. Перші три дні були проведені у формі Міжнародної літньої



*Виступає директор Інституту фізики НАН України член-кореспондент НАН України Леонід Петрович Яценко*

школи “Нанотехнології: від фундаментальних досліджень до прикладних застосувань” для молодих учених, чотири останні дні були реалізовані у форматі міжнародної конференції НАНО-2013.

Цей міжнародний захід в Україні проходить уже вдруге.

1-ша Міжнародна літня школа відбулася улітку 2012 року та була направлена на ознайомлення молодих учених з результатами досліджень та перспективами прикладних застосувань у нанонауці й сприяла подальшій реалізації нанотехнологій в інновації для задоволення потреб суспільства.

Наукову школу 2012 року, що перетворила українські Карпати на кілька днів у “науковий центр Європи”, відвідали науковці та студенти з понад 10-ти країн Європи: Польщі, Італії, Іспанії, Франції, Австрії, Німеччини, Греції, Білорусі, Росії та Молдови.

1-а Міжнародна літня школа отримала позитивні відгуки від міжнародних експертів і викликала зацікавлення у засобах масової інформації: роботу школи висвітлювало дві телепрограми: “Вікно в Європу” та “Інтелект” на 5-му національному телеканалі.

2-а Міжнародна літня школа 2013 року надала змогу молодим дослідникам із різних країн світу відвідати лекції та круглі столи, що були сфокусовані на перспективи розвитку нанонауки і нанотехнологій і сприяла науковій дискусії між дослідниками з різних суміжних галузей нанонауки. Всесвітньо визнані екс-



Кандидат фізико-математичних наук  
Олена Фесенко

перти з багатьох університетів і дослідницьких інститутів світу поділилися своїми знаннями та досвідом.

Під час літньої школи була організована піша екскурсія на гору Довга та полонину, де виготовляють бринзу. Метою екскурсії було ознайомлення учасників школи з гуцульськими традиціями та спілкування у неофіційній атмосфері, що сприяє налагодженню дружніх відносин між учасниками з різних країн світу.

Учасників 2-ої Міжнародної літньої школи обирали на конкурсній основі. Було надано 30 грантів для молодих науковців (віком до 36 років) із різних країн світу, які покрили витрати на участь у лекціях та круглих столах, комплект для учасника літньої школи, програму школи, сертифікат, збірник тез та проживання.

У Міжнародній школі брало участь понад 50 молодих науковців, деякі з них були делеговані Партнерами Інституту фізики з Нанотвінінг-проекту та приїхали з Італії, Франції, Греції, Естонії.

Кожен робочий день школи був присвячений одному з тематичних напрямів школи. Зранку проходити лекції, а другий половині дня – доповіді молодих учених та обговорення їх із лекторами та іншими учасниками школи.

Під час проведення 2-ої Міжнародної школи був оголошений конкурс серед молодих науковців на найкращу доповідь. До членів журі входили лектори школи з Польщі, Естонії, Франції, Росії, Італії, України, Англії. Оцінювання відбувалося за п'ятибальною шкалою. Усі лектори зазначили дуже високий рівень підготовки молодих учених та актуальність їхніх досліджень.

За підсумками оцінювання 1-ше місце зайняв Луїс Кайлард (Luis Caillard) із Університету П'єра та Марії Кюрі (Франція), 2-ге місце зайняла Сара Краванзола (Sara Cravanzola, Італія), 3-тє місце – Ворохта Михайло з Карлового університету (Чехія), 4-тє місце посіла Анна Риндер із Інституту фізики НАН України.

Організаційний комітет конференції 2013 року отримав майже 423 заявки від науковців з понад 20 країн світу. Учасники з України презентували майже всі її регіони, серед яких було багато представників провідних науководослідних інститутів і вищих навчальних закладів нашої країни та Європи.

Конференція зібрала науковців із різних країн світу, що працюють у галузі нанотехнологій та наноматеріалів, а також у сферах, що знаходяться на стику наукових напрямів.

Під час відкриття конференції прозвучали привітання від представника з питань міжнародних відносин Європейської комісії Тері Дєрваса, Голови Державного агентства з питань науки, інновацій та інформатизації Володимира Семиноженко, Директора державного фонду фундаментальних досліджень Богдана Кияка, заступника директора Науково-технологічного центру Віктора Корсуня, Директора представництва фонду CRDF в Україні Наталії Артюховської. Всі вони підкреслили важливість проведення таких широкомасштабних міжнародних заходів та побажали учасникам конференції натхнення у науковій роботі та отримання визнання від наукового

міжнародного співтовариства, а конференції подальшого розвитку та перетворення у щорічну конференцію й досягти найвищого рівня наукової співпраці між Україною та Європою й іншими країнами світу.

Під час проведення конференції були заслухані пленарні та усні секційні доповіді, а також відбулися презентації та огляд стендових доповідей.

2-а Міжнародна літня школа та конференція НАНО-2013 також викликала велике зацікавлення у засобах масової інформації: роботу конференції висвітлювало чотири телепрограми: “Вікно в Європу” та “ІнтелектUA” на 5-му національному телеканалі; програма “Сьогодні” на телеканалі ТВі та програма “Соціальний пульс” на національному телеканалі Тоніс. Також були присутні журналісти “Віче”.

У день відкриття НАНО-2013 конференції 29 серпня 2013 року за підтримки Прес-центра Національної академії наук України було проведено прес-конференцію, яка була присвячена 95-річниці Національної академії наук України та перспективам співпраці з Європейською науковою спільнотою. До прес-конференції були залучені провідні науковці та експерти з нанотехнологій із різних країн світу – Естонії, Італії, Франції, Англії, Росії та України.

Під час конференції були обговорені важливі на сьогодні теми, які стосуються майбутнього розвитку нанотехнологій у різних країнах світу та перспективи впровадження їхнього досвіду в Україні.

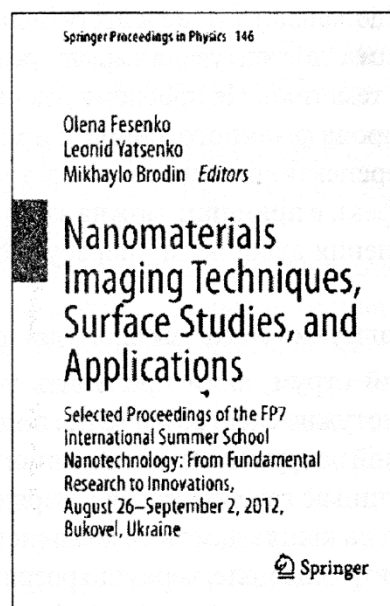
Особливу увагу було приділено графену та галузям його практичного застосування.

Під час проведення конференції було проведено Святковий вечір (Welcome party) в гуцульських традиціях, на який запросили колектив народних музикантів, які виконували українські пісні та грали на національних інструментах: цимбалах, скрипці, бубені. В україн-

ських гуцульських хороводах кружляли разом французи, поляки, українці, італійці, естонці, росіяни та білоруси.

В останній день конференції була організована екскурсія до Львова, під час якої учасники відвідали історичний центр міста, що внесений до списку Всесвітньої спадщини ЮНЕСКО.

Перший день конференції йшов у форматі відеоконференції з online трансляцією, яку переглянуло понад 200 бажаючих з понад 12 країн світу. Під час конференції відбулася також online відеопрезентація книжки видавництва Springer, в яку ввійшли матеріали минулорічної школи. Презентацію проводила представник видавництва Springer US Сара Гейкерот (Sara Heukerott).



Конференція стимулювала плідні наукові дискусії між науковцями та дослідниками з різних дисциплін і країн та є яскравим прикладом наукової співпраці науковців України з Європейським науковим співтовариством.



# Секрети зоряних війн або як стати джедаєм

М. Г. Борейко, І. І. Демкович,

студенти III курсу радіофізичного факультету  
Київського національного університету імені Тараса Шевченка

Якщо під високовольтну лінію електропередач (ЛЕП) помістити лампу денного світла, то вона світитиметься, що дуже нагадує джедаєвські мечі із фільму “Зоряні війни”.

На Всеукраїнському студентському турнірі фізиків 2012 року, що проходив у Харкові, та Міжнародному студентському турнірі фізиків 2013 року (Лозанна, Швейцарія), команда “Оператор b1” радіофізичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка презентувала варіант розв’язку задачі цієї тематики. Ця проблема демонструє не лише прояв фізичного явища, а й має достатньо перспективне прикладне застосування. Цей ефект, в принципі, можна застосувати для освітлення ділянок, що перебувають під ЛЕП.

Проаналізуємо механізм цього явища.

Змінний струм, який проходить у ЛЕП, створює потужне електромагнетне поле. Завдяки значній напруженості електричного поля в лампі виникає газовий розряд. Заряд накопичується на кінцях лампи та компенсує зовнішнє електричне поле, через що розряд затухає. Під час розряду у лампі протікає струм, носіями якого є вільні електрони та йони. Внаслідок випадкових зіткнень електронів з атомами газу, атоми збуджуються, це призводить до ультрафіолетового випромінювання.

Далі процес повторюється. Ультрафіолетове випромінювання поглинається люмінофором, яким покриті стінки лампи, а він у свою чергу перевипромінює світло у видимому спектрі.

Щоб обчислити напруженість електричного поля, замінімо еліптично поляризоване електромагнетне поле сумою електростатичних полів.

Зробимо такі зауваження. У ЛЕП проходить трифазний змінний струм, висота кожного дроту над землею однакова, так само як і відстань між дротами (рис. 1).

Розрахуємо електричне поле у довільній точці під ЛЕП як суму електричних полів від кожного дроту та їхніх дзеркальних відображень у землі.

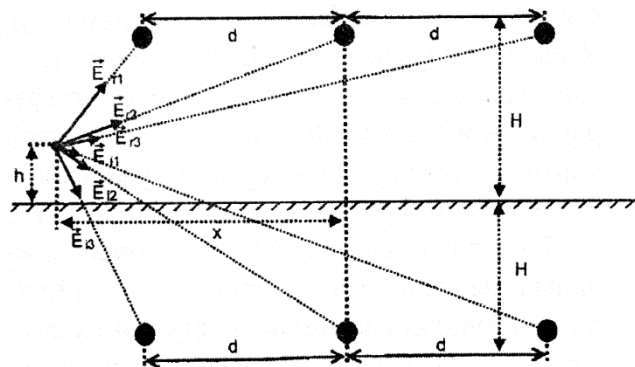


Рис. 1. Схема моделі

Напруженість електричного поля від кожного дроту знайдемо за допомогою закону Гауса, зв’язку між напруженістю та потенціалом і граничних умов:

$$E(r) = \frac{U}{r \cdot \ln \frac{r_1}{H}},$$

де  $U$  – амплітуда напруги;  $r_1$  – радіус дротів;





$H$  – висота дротів над землею;  $d$  – відстань між дротами;  $r$  – відстань від дроту.

Знайдімо напруженості електричного поля у моменти часу, коли максимальна напруга на першій фазі буде:

$$U_1 = U, \quad U_2 = U_3 = -\frac{U}{2};$$

$$E_1 = \frac{U}{2 \cdot \ln \frac{r_1}{H}} \left( \frac{2(H-h)}{(H-h)^2 + (x-d)^2} - \frac{(H-h)}{(H-h)^2 + x^2} - \frac{(H-h)}{(H-h)^2 + (x+d)^2} + \frac{2(H+h)}{(H+h)^2 + (x-d)^2} - \frac{(H+h)}{(H+h)^2 + x^2} - \frac{(H+h)}{(H+h)^2 + (x+d)^2} \right).$$

Аналогічно для максимумів на другій та третій фазах.

Побудуємо залежність напруженості електричного поля поблизу землі від горизонтальної координати (рис. 2).

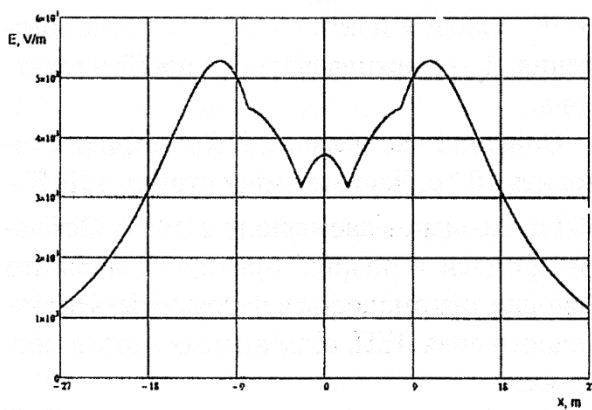


Рис. 2. Залежність напруженості електричного поля поблизу землі від горизонтальної координати

Аналізуючи вольт-амперну характеристику газового розряду, можна зробити висновок, що у цьому випадку спостерігається жевріючий розряд, оскільки несамостійний розряд не може стабільно горіти без зовнішнього джерела електронів, а дуговий розряд призведе до руйнування лампи.

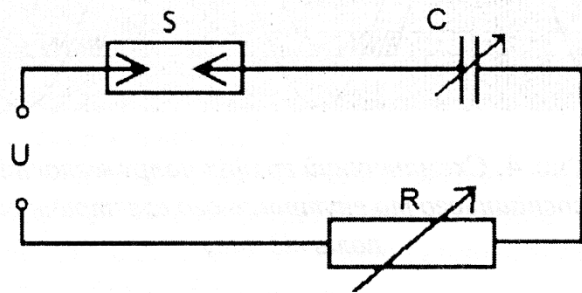


Рис. 3. Еквівалентна електрична схема:  $S$  – газовий розрядник;  $C$  – змінний конденсатор;  $R$  – змінний опір;  $U$  – напруга між контактами лампи

Тепер розгляньмо еквівалентну електричну схему, яка б відтворювала всі характеристики процесу (рис. 3).

Спочатку лампа не світиться, отже напруга  $U$  між контактами лампи менша, ніж напруга запалювання розрядника. Напруженість зовнішнього електричного поля зростає і в деякий момент, коли напруга між контактами  $U$  дорівнює напрузі запалювання розрядника, відбувається увімкнення кола. Зарядка конденсатора  $C$  у схемі моделює накопичення заряду на межах розряду у лампі (на контактах лампи). Час релаксації  $RC$  комірки набагато менший, ніж період коливань у промисловій ЛЕП, тому  $U$  напруга швидко зменшується до напруги гасіння розрядника, коло вимикається і лампа гасне. При цьому сумарне електричне поле у лампі складається із зовнішнього електричного поля і поля, створеного внаслідок накопичення перерозподілених зарядів на контактах лампи. Зовнішнє електричне поле продовжує зростати за модулем і знову напруга між кон-



тактами стає достатньою, щоб відбувся розряд. Цей процес повторюється у часі.

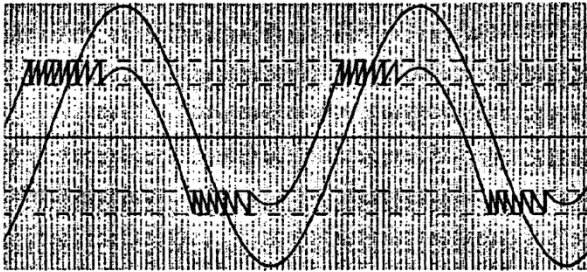


Рис. 4. Схематичний графік напруженості зовнішнього та внутрішнього електричних полів від часу

Щоб розрахувати тривалість одного розряду і кількість розрядів за один період, потрібно знати параметри елементів в еквівалентному електричному колі. Вважаючи, що в лампі є лише аргон і вміст ртуті менше від 1 %, а розподіл електронів за енергіями максвеллівський, можна отримати таку формулу для опору газу в лампі:

$$R = \frac{\sqrt{6 \cdot m_e \cdot \sigma \cdot k \cdot T}}{e^2} \cdot \frac{L}{p \cdot S},$$

де  $\sigma$  – ефективний переріз атома аргону;  $p$  – частка вільних електронів;  $L$  – довжина лампи;  $r$  – радіус лампи;  $T$  – температура газу в розряді (5500 К).

Застосовуючи закон Ома в диференціальній формі:

$$j = \gamma \cdot E,$$

отримаємо провідність лампи:

$$\gamma = n \cdot e^2 \cdot \tau / m_e$$

і виразивши час між зіткненнями електрона як  $\tau = \lambda / v$ , тобто

$$\tau = \sqrt{\frac{k \cdot T \cdot m_e}{6 \cdot \sigma^2 P^2}},$$

де  $P$  – тиск газу в лампі.

Врахувавши розміри лампи, отримаємо її опір:

$$R = \frac{\sqrt{6 \cdot m_e \cdot \sigma \cdot k \cdot T}}{e^2} \cdot \frac{L}{\pi \cdot p \cdot r^2}.$$

Ємність лампи отримано з таких міркувань. Під час протікання розряду у лампі виникає велика кількість йонів та електронів. Заряди розташовані хаотично. Беручи до уваги те, що середовища з великою кількістю зарядів прагнуть зменшити напруженість електричного поля всередині і не спотворюють лінії електричного поля ззовні, можна зробити висновок, що поле, яке створене перерозподіленими зарядами в лампі, компенсує зовнішнє поле в межах лампи.

Зробивши наближення, що в межах лінійних розмірів лампи створене ЛЕП поле однорідне, отримаємо формулу, аналогічну як для плоского конденсатора:

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot \pi \cdot r^2}{L}.$$

Напруженість електричного поля вимкнення та увімкнення розрядника, відповідно буде:

$$E_{\min} = \frac{W_i}{e \cdot \lambda_e} \cdot \frac{\lambda_e}{3 \cdot r} + \frac{W_{ex}}{e \cdot \lambda_e},$$

де  $W_i$  – енергія йонізації;  $W_{ex}$  – енергія збудження;  $\lambda_e$  – довжина вільного пробігу електрона.

Оцінений час релаксації  $RC$  комірки становить  $10^{-6}$  с. Частота зміни струму в ЛЕП – 50 Гц, що відповідає періоду  $2 \cdot 10^{-2}$  с. Оскільки процеси в розряді проходять набагато швидше, ніж змінюється напруженість електричного поля ЛЕП, ці зміни вважаються миттєвими.

Кількість розрядів за період коливань у ЛЕП буде:

$$n = 2 \left[ \frac{U - U_i}{U_i - U_{ex}} \right],$$



де  $U$  – амплітуда напруги, що наводиться на лампі;  $U_i$  – напруга, що відповідає напруженості електричного поля увімкнення розрядника;  $U_{ex}$  – напруга, що відповідає напруженості електричного поля вимкнення розрядника.

Це можна побачити зі схематичного зображення залежності напруги між контактами лампи від часу (рис. 4).

Електричну потужність, яку споживає лампа, можна обчислити за такою формулою:

$$N = \frac{n \cdot f \cdot C \cdot (U_i^2 - U_{ex}^2)}{2 \cdot \ln(U_i / U_{ex})}$$

Враховуючи ККД лампи, що є сталою величиною для люмінесцентних ламп, отримано світловий потік, що випромінює лампа:

$$F = \frac{\pi \cdot P \cdot \sigma \cdot \epsilon_0 \cdot \gamma \cdot f \cdot r \cdot L (W_{ex} + W_i)}{\sqrt{2} \cdot e \cdot k \cdot T \cdot \ln(W_i / W_{ex})} \times$$

$$\times \left[ E_{external} - \frac{\sqrt{2} \cdot P \cdot \sigma \cdot W_{ex}}{e \cdot k \cdot T} \right],$$

де  $P = 400$  Па – тиск газу у лампі;  $\sigma = 1,04 \text{ \AA}^2$  – ефективний переріз атома аргону;

$\gamma = 70 \frac{\text{Лм}}{\text{Вт}}$  – ККД лампи;  $f = 50$  Гц – робоча частота ЛЕП;

$r = 13$  мм – радіус лампи;  $L = 1,2$  м – довжина лампи;  $W_{ex} = 10,7$  еВ – енергія збудження;  $W_i = 15,5$  еВ – енергія йонізації.

Отриманий результат є достатньо цікавим, оскільки світловий потік лінійно залежить від напруженості електричного поля. У цій формулі немає залежності від температури зовнішнього середовища, оскільки вважається, що вона вища ніж температура, за якої запал уже не відбудеться.

Для положення з максимальною напругою між контактами лампи отримано:

$$F = 0,45 \text{ Лм.}$$

Також було проведено структурне комп'ютерне моделювання. У теорії розрядів досить широко використовують структурне моделювання під час дослідження різних електричних процесів і систем. Структурне моделювання ґрунтується на системному підході, за якого досліджуваній об'єкт розглядають як система, що складається з підсистем або елементів. Окремі модельні компоненти перебувають поруч, не проникаючи при цьому один в одного. Взаємодія між ними здійснюється через електромагнетні поля.

Моделювання відбувалося для параметрів системи, які в теоретичній частині відповідали максимальному значенню світлового потоку, що випромінює лампа.

Отже, у результаті комп'ютерного моделювання:

$$F = 0,48 \text{ Лм.}$$

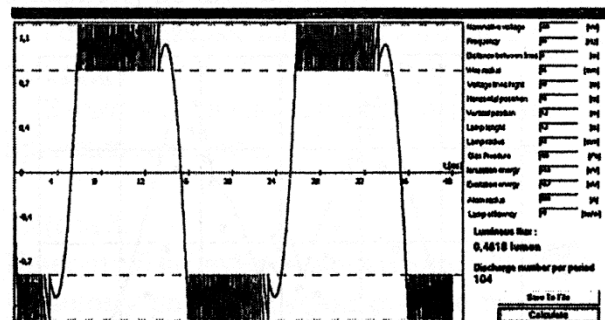


Рис. 5. Результати комп'ютерного моделювання

На жаль, комп'ютерне моделювання займає надто багато часу для знаходження залежностей від параметрів системи. Проте ми провели експеримент, що дає змогу співставити теорію та дослід.

У руках експериментатора є штатив, на якому закріплена люмінесцентна лампа. До лампи причеплений люксметр, розташований датчиком впритул до лампи. Нижній електрод лампи заземлений за допомогою



провідника. На землі позначені позначки з ціною поділки в 1 метр. Початок відліку є під середнім дротом ЛЕП.

Отримано залежність світлового потоку від відстані до проекції середнього дроту на землю.

Аналізуючи одержані залежності, варто зазначити, що характер теоретичної кривої співпадає з динамікою експериментальних точок. Мінімуми та максимуми також розташовані на одній вертикалі в межах похибки. Експериментальні точки розташовані трохи нижче від теоретичної кривої, що можна пояснити такими чинниками: електрони не повністю підкоряються максвеллівському розподілу за енергіями; утворення розряду відбувається не по однорідних стовпцях, тому представлення ємності лампи не є точним; не враховано переноси тепла у лампі, яке виділяється внаслідок проходження струму.

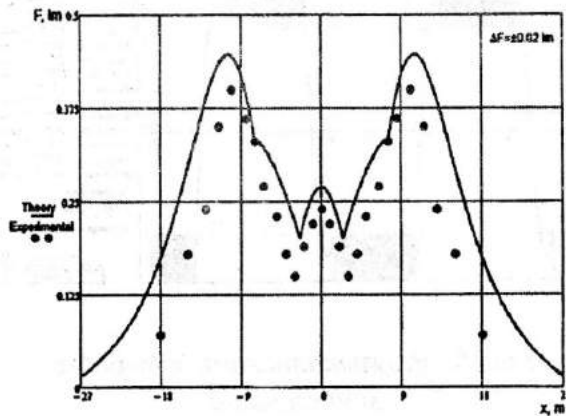


Рис. 6. Порівняння експериментальних та теоретичних залежностей світлового потоку лампи від горизонтальної координати

Для підтвердження теоретичних припущень виміряно залежність електричного поля від часу поблизу лампи (рис. 7).

Спостерігаються часті стрибки напруженості електричного поля, що пов'язано з частими розрядами, які відбуваються у лампі, тобто принципові припущення, зроблені в теоретичній частині, справедливі й підтверджують попередні викладки.

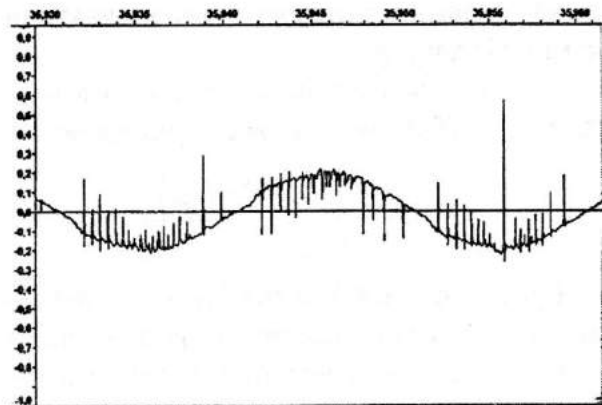


Рис. 7. Наведений потенціал на лампі

Отримані результати відрізняються всього лише на 7 % відсотків від теоретично обчислених, що свідчить про допустимі наближення, які були проведені в теоретичних розрахунках.

Із проведеного аналізу можна зробити декілька цікавих висновків:

- максимум напруженості електричного поля розташований за декілька метрів від крайнього фазового дроту;
- зі збільшенням зовнішнього електричного поля яскравість свічення лампи збільшується дискретно;
- частота розрядів всередині лампи набагато більша від частоти зовнішнього електричного поля.

Цей ефект можна застосовувати для освітлення ділянок, що знаходяться поблизу ЛЕП, не застосовуючи додаткових затрат, оскільки енергія на світіння так, чи інакше випромінюється лініями електропередач.

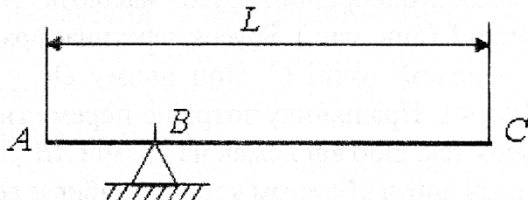
## УМОВИ ЗАДАЧ ІV ЕТАПУ ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ З ФІЗИКИ (Львів, 2012)

### 8 клас

#### Задача 1.

Неоднорідний стрижень довжиною  $L$  має одну точку опори  $B$  (див. мал.) та утримується в горизонтальному положенні за допомогою вертикальної сили, яку прикладають у точці  $C$ . Відомо, що за двох різних положень точки опори, якщо  $AB = x_1$  та  $AB = x_2$  ( $x_1 > x_2$ ), для забезпечення горизонтального положення стрижня потрібно прикласти однакову за величиною силу:

$$F_1 = F_2 = F.$$



Знайдіть положення центра тяжіння  $x_0$  відносно точки  $A$  та масу стрижня  $m$ , якщо відомі  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $F$ ,  $L$ .

#### Задача 2.

Від круглого Сонця за допомогою квадратного дзеркальця можна пускати сонячні зайчики. Такий зайчик за певних умов може мати форму подібну або до дзеркальця, або до Сонця.

Поясніть причину зміни форми сонячного зайчика.

Пояснення проілюструйте малюнком.

Вертикальний екран розташуйте перпендикулярно до сонячного променя, що відбив-

ся від квадратного дзеркальця. А дзеркальце – під кутом  $30^\circ$  до горизонту так, що дві його горизонтальні сторони перпендикулярні до відбитого променя.

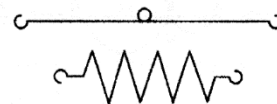
Визначте освітленість  $E$  у центрі цього сонячного зайчика, якщо відстані  $R_1 = 5$  м і  $R_2 = 15$  м між дзеркальцем та екраном (відповіді виразити в одиницях освітленості  $E_0$ , яку створюють прямі сонячні промені на перпендикулярному до них екрані).

Розміри дзеркальця  $10$  см  $\times$   $10$  см, кут, під яким видно диск Сонця,  $\alpha = 0,5^\circ$ .

Втрати сонячної енергії під час відбиття променів знехтуйте.

#### Задача 3.

Нам потрібна пружина жорсткістю  $300$  Н/м, та у вашому розпорядженні є лише пружини жорсткістю  $500$  Н/м і легкі дротяні стрижні (див. мал.), які можна використовувати для з'єднання цих пружин.



Запропонуйте спосіб отримання потрібної жорсткості, використовуючи мінімальну кількість пружин. Стрижні можна розрізати і робити на них петельки для з'єднання. Псувати пружини забороняється.

Зробіть розрахунки і схематично зобразіть конструкції.

## 9 клас

**Задача 4.**

Маємо замкнену лижну трасу завдовжки 5 км. У парних змаганнях на 20 км беруть участь команди з двох учасників, які на двох мають тільки одну пару лиж. Перемагає та команда, яка першою збереться на фініші після проходження кожним учасником чотирьох повних кругів. Час команди реєструють за результатами останнього спортсмена, який дійшов до фінішу.

Розрахуйте найменший час, за який може фінішувати наймолодша команда з двох однокласників і наведіть приклад можливого розкладу руху, якщо швидкості, з якими хлопчик та дівчинка йдуть без лиж сніжною трасою,  $u_x = 6$  км/год і  $u_d = 5$  км/год, а швидкості, з якими вони пересуваються на лижах,  $v_x = 15$  км/год і  $v_d = 20$  км/год, відповідно.

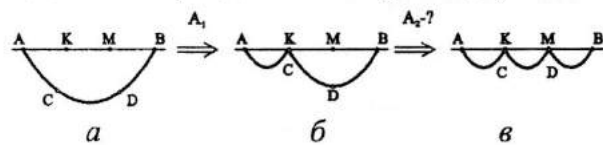
Одночасно користуватися лижами може лише одна людина. Користуватися лижами іншої команди заборонено.

**Задача 5.**

Важкий ланцюжок підвішено між точками  $A$  й  $B$  (мал. 1,  $a$ ). Точки  $C$  й  $D$  ділять ланцюжок на три рівні частини, а точки  $K$  й  $M$  ділять на три рівні частини відрізок  $AB$ .

Щоб з'єднати точку  $C$  із точкою  $K$  (мал. 1,  $b$ ), потрібно виконати роботу  $A_1 = 12$  Дж.

Яку роботу треба виконати, щоб після цього підняти точку  $D$  до точки  $M$  (мал. 1,  $в$ )?

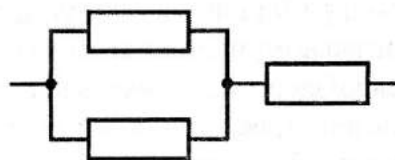


Мал. 1.

Задачі запропонували:  
 А. П. Федоренко (1),  
 О. Ю. Орлянський (2–4),  
 Є. П. Соколов (5)

**Задача 1.**

Монтажник має збирати однакові ділянки кола (див. мал.) з резисторів опором  $R_1 = 9$  кОм. У корзині, що стоїть коло нього є однакова кількість резисторів двох різних опорів  $R_1$  і  $R_2$ . Він випадковим чином бере з корзини резистор і складає потрібні ділянки кола. Зібравши багато таких ділянок кола, він витратив однакову кількість резисторів обох типів. Вимірювання показали, що середнє арифметичне значення опору зібраних ділянок кола дорівнює 6,7 кОм.



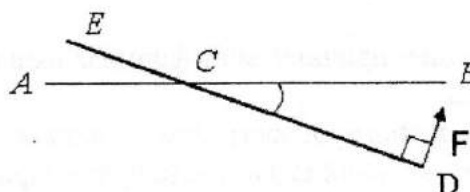
Визначте значення опору  $R_2$ .

**Задача 2.**

На горизонтальній площині вздовж прямої  $AB$  лежить однорідний брусок масою  $m$  і довжиною  $L$  (див. мал.). Брусок перетинає пряму  $AB$  у деякій точці  $C$ . При цьому  $DC = x$ ,  $L/2 \leq x < L$ . Працівнику потрібно перемістити брусок так, щоб він лежав на прямій  $AB$ . Для того він поруч з бруском у точці  $C$  забиває вертикальний стрижень. У точці  $D$  перпендикулярно  $DE$  він прикладає горизонтальну силу  $F$  та обертає брусок довкола стрижня.

Залежно від значення  $x$  знайдіть: величину мінімальної сили  $F$ ; величину реакції  $R_C$  з боку стрижня; той бік бруска, з якого потрібно вбити стрижень.

Коефіцієнт тертя ковзання між бруском і площиною  $\mu$ .



**Задача 3.**

Промінь потужного лазера обертається довкола горизонтальної осі, перпендикулярної до променя. Під час повільного обертання променя, на суцільній однорідній поверхні хмар, що знаходиться на висоті  $h = 10$  км спостерігається одна рухома пляма. Швидкість обертання променя збільшують.

За якого максимального періоду обертання променя на поверхні хмар з'являться дві рухоми плями?

Дальність видимості плями від лазерного променя  $L = 20$  км.

**Задача 4.**

“Ємність” акумулятора зменшується при багаторазовій зарядці залежно від напруги, до якої він заряджений.

Для акумулятора за один цикл зарядки-розрядки максимальний заряд спадає на 2 мА·год за напруги 4,2 В і на 10 мА·год за 4,3 В.

Акумулятор заряджали автоматичним пристроєм. На початку напруга, до якої заряджали акумулятор, становила 4,2 В, а початкова ємність – 1 А·год.

Далі, через помилку, зарядний пристрій почав заряджати акумулятор до 4,3 В з досягненням “ємності” 800 мА·год. Зі зменшенням “ємності” до 500 мА·год акумулятор замінили.

Упродовж якого часу працював мобільний телефон із цим акумулятором, якщо його струм споживання становить 40 мА?

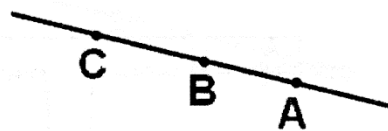
Скільки б він працював, якби напруга зарядки весь час становила 4,2 В?

*Вказівка:* “Ємністю” акумулятора називають максимальний повний заряд, який може пройти через навантаження, приєднане до нього (у А·год). Часом, який витрачають на зарядження акумулятора, знехтуйте.

**Задача 5**

Зображення точкового джерела одержано в точці  $A$  (див. мал.) за допомогою тонкої лінзи. Якщо замінити цю лінзу іншою і розташувати її в тому самому місці, можна отримати зображення в точці  $B$ . Якщо далі першу лінзу поставити впритул до другої, то зображення переміститься в точку  $C$ .

Визначте побудовою положення джерела світла.

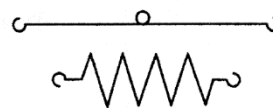


Задачі запропонували:

- І. М. Гельфгат (1),  
А. П. Федоренко (2),  
В. П. Сохацький (3),  
О. І. Кельник (4),  
С. У. Гончаренко (5)*

**10 клас****Задача 1.**

Нам потрібна пружина жорсткістю 300 Н/м, та ми маємо лише пружини жорсткістю 500 Н/м і легкі дротяні стрижні (див. мал.), які можна використовувати для з'єднання цих пружин.



Запропонуйте спосіб отримання потрібної жорсткості, використовуючи мінімальну кількість пружин. Стрижні можна розрізати і робити на них петельки для з'єднання. Псувати пружини забороняється.

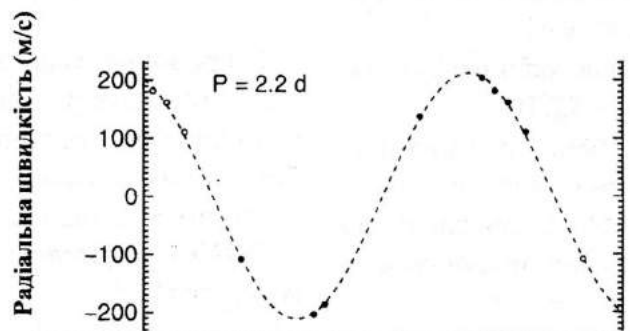
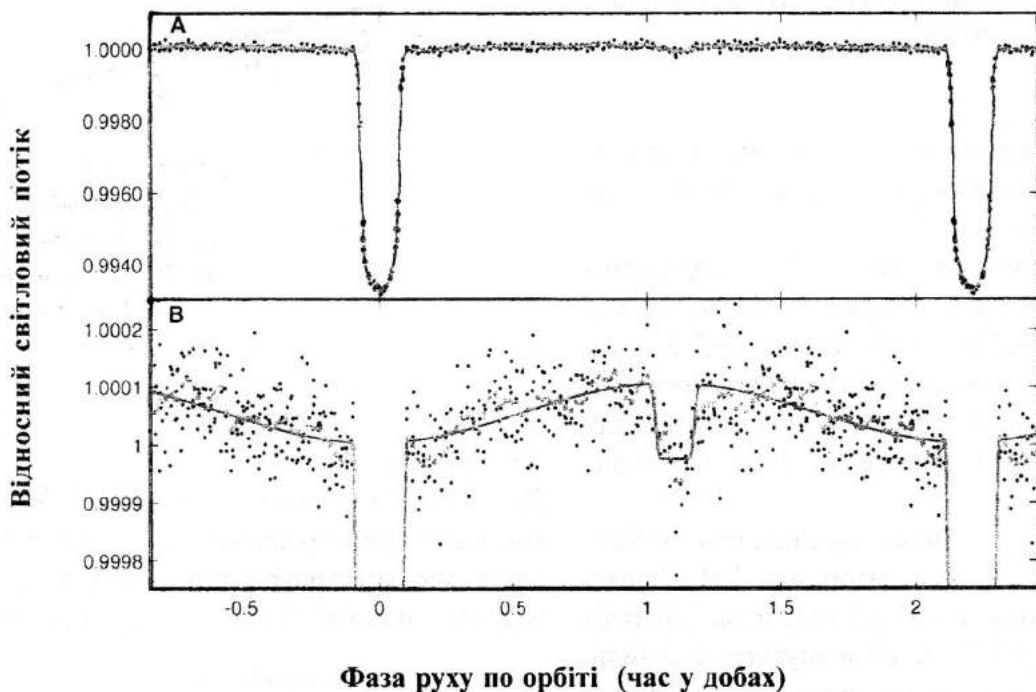
Зробіть розрахунки і схематично зобразіть конструкції.

**Задача 2.**

Космічний телескоп Кеплера був запущений для пошуку транзитних планет (які під час свого орбітального руху періодично проходять по диску зорі, зменшуючи світловий потік від неї). Світловий потік від однієї із зір змінювався з періодом у 2,2 доби, що дало змогу зробити висновок про існування близько розташованої планети і “побачити” не лише затемнення зорі планетою, а й планети зорею.

На малюнку зображено залежність відносного світлового потоку від часу у двох масштабах. Додаткові спостереження дали змогу знайти пришвидшення вільного падіння  $g = 120 \text{ м/с}^2$  на поверхні зорі та залежність її радіальної швидкості (проекція вектора швидкості зорі на напрямок до спостерігача) від часу (див. мал.).

Користуючись цими даними, оцініть відстань між зорею та планетою, а також їхні маси і радіуси.





**Задача 3.**

З мосту над річкою горизонтально кидають кульку у напрямку проти течії. Початкова висота кульки над рівнем води становить 5 м, початкова швидкість – 10 м/с.

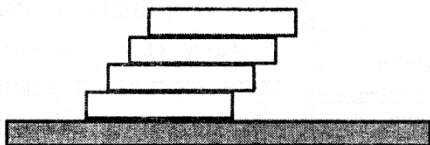
Знайдіть швидкість кульки, в момент коли вона рухатиметься вертикально.

Опором повітря знехтуйте. Вважайте, що швидкість річки всюди однакова і дорівнює 2 м/с. Густина матеріалу кульки дорівнює густині води,  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

**Задача 4.**

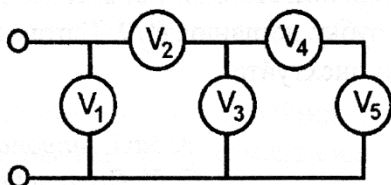
Однорідний брусок завдовжки  $L$  лежить на гладенькій горизонтальній поверхні (див. мал.). На нього кладуть такі самі бруски так, що їхні бічні грані утворюють одну площину, а торець кожного наступного бруска зсувається щодо попереднього на величину  $L/a$  ( $a$  – ціле число).

З якої максимальної кількості брусків може складатися така конструкція?

**Задача 5.**

З п'яти однакових вольтметрів зібрано коло. Покази вольтметрів:  $U_1 = 5 \text{ В}$ ;  $U_2 = 4 \text{ В}$ ;  $U_3 = 2 \text{ В}$ ;  $U_4 = 1 \text{ В}$ ;  $U_5 = 1 \text{ В}$ . У одного з вольтметрів зігнута стрілка, і його покази неправильні.

Який з вольтметрів несправний? Чому дорівнює напруга на цьому вольтметрі?

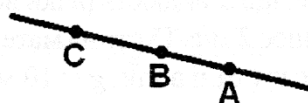


Задачі запропонували:  
О. Ю. Орлянський (1–3),  
С. У. Гончаренко (4–5).

**11 клас****Задача 1.**

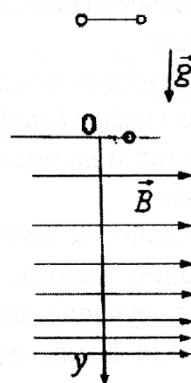
Зображення точкового джерела одержано в точці  $A$  (див. мал.) за допомогою тонкої лінзи. Якщо замінити цю лінзу іншою і розташувати її в тому самому місці, можна отримати зображення в точці  $B$ . Якщо далі першу лінзу поставити впритул до другої, то зображення переміститься в точку  $C$ .

Визначте побудовою положення джерела світла.

**Задача 2.**

Магнетне поле, лінії якого паралельні і горизонтальні, обмежене згори горизонтальною площиною. З цієї площини відпускають маленьку заряджену кульку. З'ясувалося, що вона рухається вздовж кола радіусом  $R$ .

Знайдіть залежність магнетної індукції  $B$  від координати  $y$  (позначення див. мал.).



Якими будуть максимальна швидкість і пришвидження двох таких кульок, з'єднаних легкою нерозтяжною ниткою, якщо їх одночасно відпустити з висоти  $h = 6R$  над горизонтальною площиною?

Вважайте, що залежність  $B(y)$  не змінюється для всіх точок магнетного поля. Опором повітря та розмірами кульок знехтуйте.

**Задача 3.**

З моста над річкою горизонтально кидають кульку в напрямку проти течії. Початкова висота кульки над рівнем води становить 5 м, початкова швидкість – 10 м/с.

Побудуйте графік залежності модуля швидкості кульки від кута  $\alpha$  між цією швидкістю та горизонтом.

Знайдіть модуль швидкості кульки, якщо швидкість напрямлено вертикально.

Опором повітря знехтуйте.

Вважайте, що швидкість річки всюди однакова і дорівнює 2 м/с. Густина матеріалу кульки дорівнює густині води,  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

**Задача 4.**

Численні дані свідчать, що Всесвіт, починаючи з моменту його виникнення (Великий вибух) й до нині, розширюється. До відкриття темної енергії вважали, що майбутня еволюція Всесвіту визначається сучасним значенням середньої густини матерії Всесвіту, залежно від якого Всесвіт може або розширюватись вічно, або розширення колись припиниться, або ж воно колись зміниться стисненням.

1. Вважаючи, що:

$a$  – Всесвіт наближено можна розглядати як сферу змінного з часом  $t$  радіуса  $R$ , де  $R \sim t^n$  ( $0 < n < 1$ ), всередині й на поверхні якої знаходяться галактики;

$b$  – швидкість кожної галактики наближено визначається законом Хаббла:  $V = HR$ , де  $H$  – параметр Хаббла, сучасне значення якого дорівнює 15 км/с на 1 млн світлових років (1 світловий рік – відстань, яку фотон проходить за 1 земний рік), на підставі законів Ньютона знайдіть, за якого сучасного значення середньої густини матерії  $\rho$  Всесвіту його радіус залишиться сталим; збільшуватиметься з часом та зменшуватиметься з часом.

2. Вважаючи, що:

$a$  – сучасне значення середньої густини матерії збігається з так званим критичним значенням, за якого радіус Всесвіту не змінюється;  $b$  – в одному грамі матерії міститься  $6,02 \cdot 10^{23}$  ядерних частинок; знайдіть, скільки ядерних частинок у середньому утримується в цей момент в  $1 \text{ см}^3$  Всесвіту.

3. Вважаючи, що параметр Хаббла зв'язаний з радіусом  $R$  співвідношенням:

$$H = (1/R)(dR/dt),$$

знайдіть сучасний вік Всесвіту, вважаючи  $n = 2/3$ ; вік Всесвіту, якщо густина його маси дорівнювала  $3 \cdot 10^9 \text{ г/см}^3$ .

**Задача 5.**

У вертикально розміщеній, відкритій з одного кінця в атмосферу трубці легенький тепло-непроникний поршень відділяє водень від рідини, яку налито поверх поршня (див. мал.).



Водень повільно нагрівають, і поршень повільно переміщується. До моменту, коли поршень перемістився настільки, що вся рідина з трубки вилілася, водень одержав кількість теплоти  $Q = 100 \text{ Дж}$ .

Визначте об'єм водню в початковому стані, якщо відомо, що він удвічі більший, ніж об'єм рідини, який, у свою чергу, дорівнює об'ємові атмосферного повітря в трубці.

Атмосферний тиск  $P_0 = 10^5 \text{ Па}$ . Додатковий тиск, створений стовпом рідини, спочатку налитої в трубку, дорівнює  $P_0/9$ . Тертям поршня об трубку знехтуйте.

*Задачі запропонували:*  
 С. У. Гончаренко (1, 5),  
 О. Ю. Орлянський (2–3),  
 С. Й. Вільчинський (4).

## РОЗВ'ЯЗКИ ЗАДАЧ ІV ЕТАПУ ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ З ФІЗИКИ (Львів, 2012)

8 клас

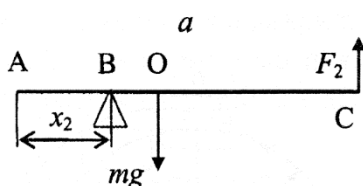
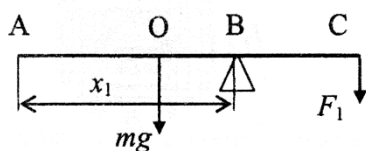
### Задача 1.

Для рівноваги, коли опора (т.  $B$ ) зміщена від центра тяжіння (т.  $O$ ) у бік точки  $C$  ( $x_1 > x_0$  на мал. 1, а) момент сили тяжіння має бути скомпенсований моментом сили  $F_1$ , що спрямована донизу:

$$F_1(L - x_1) = mg(x_1 - x_0).$$

Звідси,

$$F_1 = mg \frac{(x_1 - x_0)}{(L - x_1)}. \quad (1)$$



б

Мал. 1.

За рівноваги, коли опора ближча до точки  $A$  ( $x_2 < x_0$  на мал. 1, б), момент сили тяжіння компенсується моментом сили  $F_2$ , що спрямована догори:

$$F_2(L - x_2) - mg(x_0 - x_2) = 0$$

або

$$F_2 = mg \frac{(x_0 - x_2)}{(L - x_2)}. \quad (2)$$

За умовою  $F_1 = F_2 = F$ .

Тоді прирівнюючи праві частини (1) і (2), маємо:

$$mg \frac{(x_1 - x_0)}{(L - x_1)} = mg \frac{(x_0 - x_2)}{(L - x_2)}.$$

Звідси знаходимо положення центра тяжіння:

$$x_0 = \frac{L(x_1 + x_2) - 2x_1x_2}{2L - (x_1 + x_2)}. \quad (3)$$

Оскільки сила  $F$  відома, то масу можна знайти і з виразу (1), і з виразу (2).

В обох випадках з урахуванням (3) отримуємо:

$$m = \frac{2L - (x_1 + x_2)}{x_1 - x_2} \frac{F}{g}.$$

### Задача 2.

Як відомо, зображення у плоскому дзеркалі будується симетричним (дзеркальним) відбиттям предмета у площині дзеркала. Далі проводимо промені від зображення крізь дзеркало, наче зображення це реальний предмет, який перебуває у якомусь задзеркаллі, а дзеркало – віконце у цей задзеркальний світ. Така техніка побудови променів зручна, і ми нею скористаємося.

Замість променів від Сонця, що відбиваються від дзеркальної поверхні, проводитимемо прямі промені від зображення Сонця крізь "отвір" дзеркала.

**Перший спосіб.** Світловий потік від кожної точки поверхні Сонця проходить крізь дзеркало у вигляді піраміди (мал. 1).

Оскільки відстань до Сонця дуже велика, промені у цій піраміді майже паралельні й у перпендикулярному перерізі екрана мають вигляд прямокутника зі сторонами  $a = 10$  см і  $b = a/2 = 5$  см (катет навпроти кута нахилу дзеркала у  $30^\circ$ ).



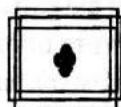
Мал. 1.

Розгляньмо обмежені отвором дзеркала світлові піраміди від кожної крайньої точки Сонця. Після проходження крізь дзеркало центральні промені цих пірамід будуть утворювати конічну поверхню з вершиною у центрі дзеркала (див. мал. 2).



Мал. 2.

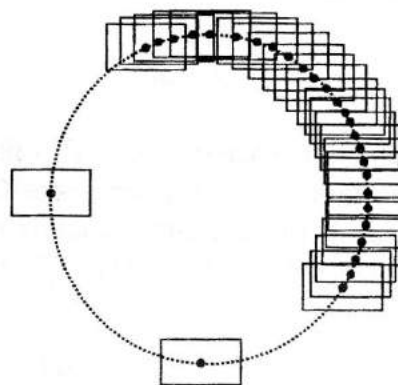
Отже, якщо екран розташований поблизу, малий кут  $\alpha = 0,5^\circ$ , під яким видно диск Сонця, не дає змогу розійтися цим прямокутникам, і вони накладаються один на другий, утворюючи на екрані прямокутник світлової плями з трохи розмитими краями (мал. 3).



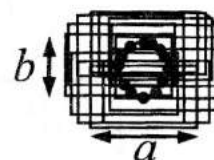
Мал. 3.

Якщо екран розташований далеко, крайні прямокутники утворюють собою фігуру, яка сприймається як коло (мал. 4).

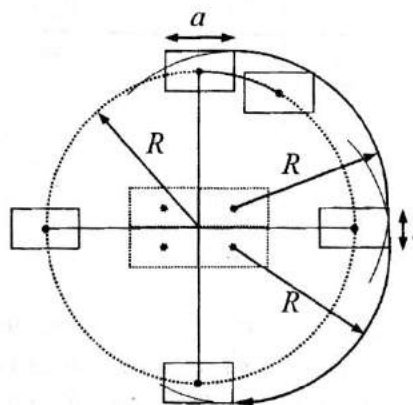
Якщо відстань десь посередині, маємо фігуру проміжної форми (мал. 5), обмежену згори і знизу відрізками завдовжки 10 см, зліва і справа – відрізками по 5 см і по кутах – розпливчастими круговими дугами (мал. 6).



Мал. 4.



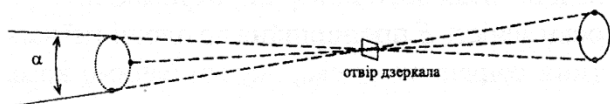
Мал. 5.



Мал. 6.

**Другий спосіб.** Розгляньмо світлові потоки від усього сонячного диска, що проходять через окремі точки прямокутного отвору  $10\text{ см} \times 5\text{ см}$ , і мають вигляд конічних поверхонь з кутом  $\alpha$ . (див. мал. 7).

З усіх таких світлових конусів зосередьмо увагу на тих, чії вершини дотикаються до сторін отвору і далі на екрані формують межі світлової плями (мал. 8). Центральні промені усіх конусів виходять з центра Сонця і їх можна вважати паралельними через величезну відстань до Сонця. Тоді на поверхні екрана точки центральних променів утворюватимуть такий самий прямокутник зі сторонами  $a = 10\text{ см}$  і  $b = 5\text{ см}$ .

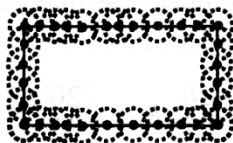


Мал. 7.



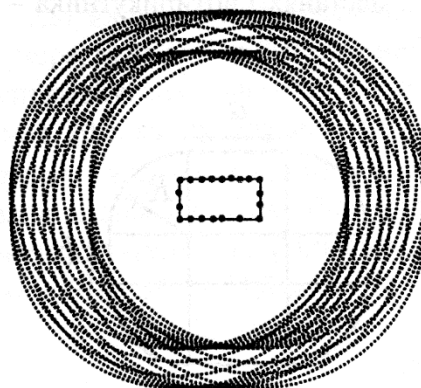
Мал. 8.

Якщо екран розташований поблизу, малий кут  $\alpha = 0,5^\circ$ , під яким видно диск Сонця, не дає змоги розійтись світловим кругам довкола цих точок, то ми отримуємо прямокутник світлової плями з трохи розмитими краями (мал. 9).



Мал. 9.

Якщо екран розташований далеко, світлові кола мають значні радіуси й те, що їхні центри лежать на невеликому прямокутнику вже не впливає на наше сприйняття загальної форми світлової плями як великого кола (мал. 10).



Мал. 10.

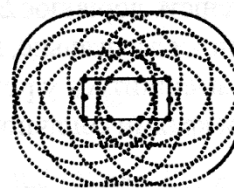
Якщо ж відстань десь посередині, маємо фігуру проміжної форми (мал. 11), обмежену згори і знизу відрізками по  $a = 10\text{ см}$ , зліва і справа – відрізками по  $b = 5\text{ см}$  і по кутах – круговими дугами радіусами

$$R = \frac{\pi}{720} r,$$

де  $r$  – відстань від дзеркала до екрана.

Остання формула отримана з таких міркувань.

Діаметр  $2R$  світлового кола на віддаленому екрані у стільки разів менший від довжини кола  $2\pi r$ , у скільки кут  $0,5^\circ$  менший від  $360^\circ$ .

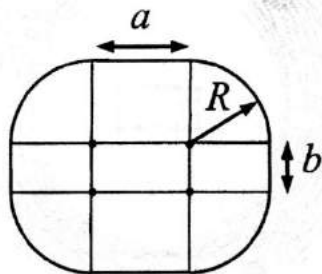


Мал. 11.

Мал. 12 наочно демонструє справжню форму світлового зайчика, пропорції якої можуть змінюватись, але складові (чотири відрізки і чотири чверть кола) залишаються незмінними.

Якщо повернути екран або дзеркальце, форма сонячного зайчика змінюватиметься між подібною на сплюснуте коло (еліпс) на

великих відстанях і чотирикутника – на незначних.



Мал. 12.

Далі розгляньмо освітленість.

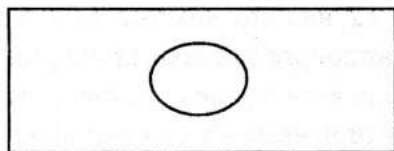
Ми вже розглядали точки на поверхні сонячного диска (як джерела світлового потоку) і точки в прямокутнику дзеркала (як маленькі отвори на шляху світла).

Розгляньмо точки на поверхні екрана, як споживачів світлового потоку.

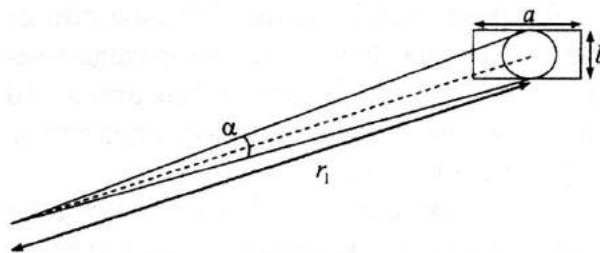
Оскільки за умовою задачі нас цікавить центральна точка світлової плями на екрані, будемо дивитися з неї на Сонце крізь “отвір” дзеркала.

Якщо відстань до дзеркала мала, ми бачимо з цієї точки Сонце повністю (мал. 13).

Отже, всі промені від Сонця попадають у точку, й освітленість дорівнює  $E_0$ . Це продовжується доти, поки дзеркальце, віддаляючись від екрана, не зменшиться у розмірах до дотику з верхніми краями сонячного диска (відстань  $r_1 = \frac{360}{\pi} b \approx 5,73$  м, мал. 14). Тобто на відстані 5 м освітленість  $E$  дорівнюватиме  $E_0$ .



Мал. 13.



Мал. 14.

Після  $r_1 \approx 5,73$  м, освітленість зменшуватиметься, оскільки вже не всі промені від сонячного диска досягатимуть точки на екрані.

Вважаючи яскравість диска однаковою вздовж всієї його поверхні, отримаємо: освітленість  $E$  пропорційна до площі тієї частини сонячного диска, яку ми бачимо крізь прямокутник дзеркала:

$$\frac{E}{E_0} = \frac{S}{\pi R^2},$$

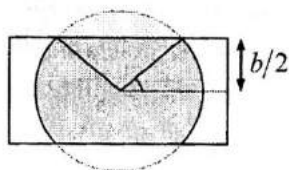
де  $R = \frac{\pi}{720} r$  – радіус проекції Сонця на прямокутник дзеркала.

Послідовну зміну картинки, яку ми спостерігаємо з центра сонячного зайчика, зображено на мал. 15–18. Дзеркальце стане на вигляд меншим ніж Сонце, якщо діагональ прямокутника співпаде з діаметром сонячного диска ( $r \approx 12,8$  м, мал. 17).

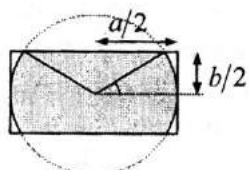
Тоді освітленість стає обернено пропорційною до квадрату відстані  $r$ :

$$E = \frac{ab}{\pi R^2} E_0 = \frac{720^2 ab}{\pi^3 r^2} E_0.$$

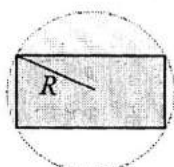
Ця залежність зберігатиметься і на більших відстанях, коли дзеркальце обмежуватиме маленьку частинку диска Сонця. Тобто, на відстані  $r_2 = 15$  м освітленість  $E$  дорівнюватиме  $E_2 = 0,372 E_0$ .



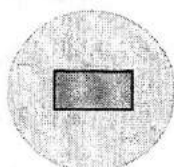
Мал. 15.



Мал. 16.



Мал. 17.



Мал. 18.

Для визначення освітленості можна було лише порівняти кути, під якими видно отвір дзеркальця, з кутом  $0,5^\circ$ , під яким видно диск Сонця. Справжню форму зайчика можна було не з'ясовувати, обмежившись поясненням двох крайніх випадків.

У цій задачі можна побачити аналогію з тим, що спостерігається у камері-обскура.

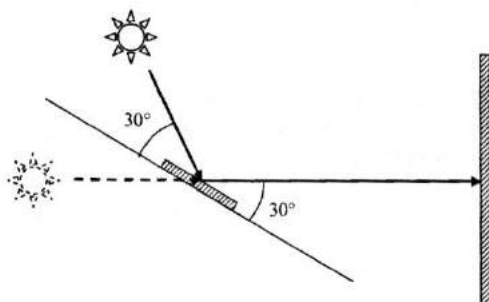
Як бачимо, фізика допомагає нам розуміти довколишній світ у його простих і складних виявах.

### Ще один підхід до цієї задачі

1. Хід променів Сонця до екрана зображено на мал. 19 відповідно до умови.

2. На цьому ж малюнку виконано побудову зображення Сонця у дзеркальці.

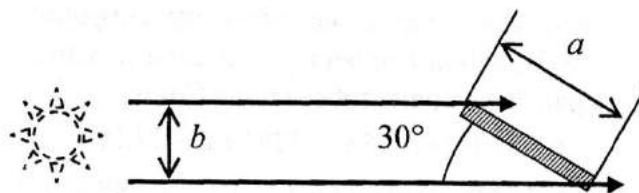
Далі розгляньмо це зображення.



Мал. 19.

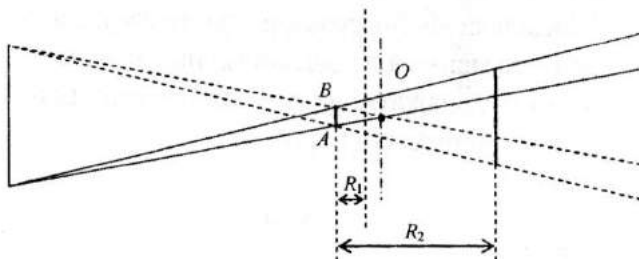
3. Щодо зображення дзеркальце виконує роль отвора, та цей отвір буде вже не квадратним, а прямокутним (завдяки нахилу).

На мал. 20 показано, що висота такого уявного отвора буде:  $b = a \cdot \sin 30^\circ = 5$  см, а ширина залишиться  $a = 10$  см. Діагональ цього прямокутника матиме найбільший лінійний розмір  $c = (10^2 + 5^2)^{1/2} = 11,8$  см.



Мал. 20.

4. За аналогією з камерою-обскура зобразимо пучки, що виходять з двох діаметрально протилежних точок сонячного диска, і проходять через край отвора (мал. 21).



Мал. 21.

5. З малюнка видно, що у його площині обидва пучки перетинаються в межах трикутника, що опирається на дзеркало. Кут при вершині  $O$  є кутом, під яким видно диск Сонця. Відстань точки  $O$  від отвора дорівнює  $x = b/\text{tg}\alpha = b/a$ , де кут має бути записаний у радіанах.

Остаточоно:

$$x = 5 \cdot 180 / 0,5\pi = 573 \text{ см} = 5,73 \text{ м.}$$

6. На екрані, розміщеному в межах відстані  $x$  від отвору, сонячний зайчик матиме форму отвору, а його освітленість у центрі дорівнюватиме  $E_0$ .

7. На відстані, більшій ніж  $X$ , на екрані починає формуватись зображення Сонця. Але доти, поки пучки від діаметрально розташованих точок сонячного диска перекриватимуться завдяки максимальному лінійному розміру отвору  $c$ , зайчик не матиме круглої форми.

8. Відстань  $Y$  точки  $O_1$  від отвору, за якої на екрані буде повне зображення Сонця:

$$Y = 11,8 \cdot 180 / 0,5\pi = 1281 \text{ см} = 12,81 \text{ м.}$$

9. Відтак, на відстані  $R_1 = 5$  м, яка менша від  $x$ , освітленість на екрані буде такою ж, як на дзеркалі-отворі:  $E_1 = E_0$ .

10. Відстань  $R_2 = 15$  м більша від  $Y$ . Тому зайчик матиме округлу форму, а освітленість можна порахувати з виразу:

$$E_0 \cdot a \cdot b = E_2 \cdot \pi r^2,$$

де  $r$  – радіус зайчика на екрані.

Оскільки лінійні розміри отвору-дзеркальця набагато менші від відстані від нього до екрана, можна вважати, що ми бачимо зайчик на екрані з дзеркала під кутом  $\alpha$ .

Звідси,

$$r = R_2 \cdot \alpha.$$

Тоді

$$E_2 = E_0 \cdot a \cdot b / \pi (R_2 \cdot \alpha)^2 = 0,372 E_0.$$

### Задача 3.

Під час послідовного з'єднання пружин додаються обернені величини:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots \quad (1),$$

а за паралельного – самі жорсткості:

$$k = k_1 + k_2 + k_3 + \dots \quad (2)$$

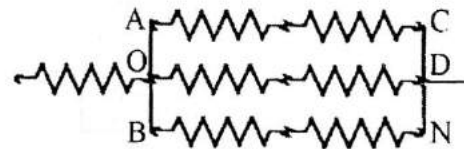
Отже,

$$\frac{k}{k_0} = \frac{3}{5} \text{ або } k = \frac{3k_0}{5} = 3 \cdot \frac{k_0}{5} = 300 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

З останнього рівняння знаходимо, що треба взяти 7 пружин і скласти схему (мал. 1). На малюнку  $AB$  і  $CN$  – стрижні.

До того ж,

$$OA = OB = CD = DN.$$



Мал. 1.

Очевидно, що жорсткість системи, що зображена мал. 2, також дорівнює  $k$ .

Це справді буде так, якщо

$$\frac{MC}{DM} = \frac{PO}{TP} = \frac{l_2}{l_1} = 2. \quad (3)$$

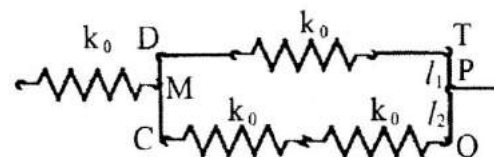
Цю умову отримують, розглянувши рівновагу, наприклад, стрижня  $TO$ . Плечі сил, які діють на нього, знаходитимемо відносно точки  $P$ . Крім того, положення точок  $M$  і  $P$  на стрижнях  $CD$  та  $OT$  має бути таким, щоб видовження частин системи  $DT$  і  $CO$  під час її деформації були однаковими.

Нехай це видовження дорівнює  $x$ .

Тоді

$$k_0 x l_1 = \frac{k_0}{2} x l_2.$$

Звідси відразу впливає умова (3), тобто  $l_2 = 2l_1$ . На підставі мал. 2 видно, що потрібну систему можна створити на основі чотирьох пружин.



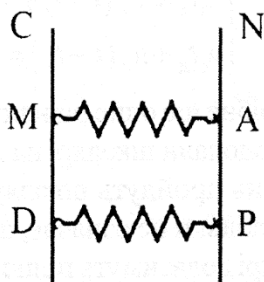
Мал. 2.

Загалом можна запропонувати систему, що складатиметься з двох пружин (мал. 3), до того ж вона матиме жорсткість  $k = 300$  Н/м.



На цьому малюнку  $CD$  і  $NP$  – стрижні однакової довжини.

$M, A, D, P$  – точки приєднання до стрижнів;  $CM = NA = l_1$ ;  $CD = NP = l_2$ .

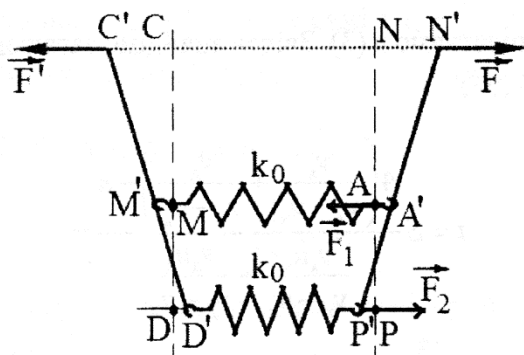


Мал. 3.

Якщо тепер до точок  $C$  і  $N$  прикласти однакові за величиною сили  $F$ , які діятимуть у протилежних напрямках, то здійснюватиметься деформація цієї системи. До того ж пружина  $MA$  видовжуватиметься, а пружина  $DP$  – стискатиметься.

Напрямки дії цих сил вважатимемо перпендикулярними до стрижнів. Величин  $F$  така, що деформацію системи можна вважати малою.

На мал. 4 зображено цю систему у деформованому стані.



Мал. 4.

Тут  $C', N', M', A', D', P'$  – положення точок  $C, N, M, A, D, P$ .

Нехай  $NN' = x$ .

Значення  $2x$  має сенс величини деформації нашої системи:

$$|\vec{F}'| = |\vec{F}| = F = 2kx.$$

Тут  $k$  – потрібна жорсткість системи.

Вважаймо, що  $AA' = x_1$ ;  $P'P = x_2$ .

Розглянувши умови рівноваги стрижня  $N'P'$ , запишімо систему рівнянь:

$$2kx + 2k_0x_2 = 2k_0x_1, \quad (4)$$

$$2k_0l_1x_1 = 2k_0x_2l_2, \quad (5)$$

$$2kx l_1 = 2k_0(l_2 - l_1)x_2, \quad (6)$$

$$\frac{x_2 + x}{l_2} = \frac{x_2 + x_1}{l_2 - l_1}. \quad (7)$$

Рівняння (7) одержано з геометричних міркувань.

Рівність (4) записана на підставі того, що сили  $F$  і  $F_2$  мають бути урівноважені силою  $F_1$ .

Формула (5) отримана, виходячи з того, що плечі сил  $F_1$  і  $F_2$  розраховують відносно точки  $N'$ .

У випадку рівняння (6) плечі сил  $F$  і  $F_2$  знаходимо відносно точки  $A'$ .

Якщо розв'язати систему рівнянь (4)–(7), то одержимо:

$$\frac{k}{k_0} = \frac{(n-1)^2}{n^2+1}, \quad (8)$$

де  $n = \frac{l_2}{l_1}$ .

У нас

$$\frac{k}{k_0} = \frac{3}{5},$$

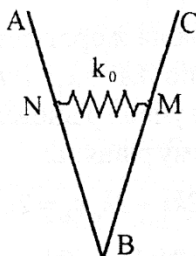
тому

$$n = \frac{5 + \sqrt{21}}{2}. \quad (9)$$

Система, яку ми розглянули має тільки дві пружини. Вона має сенс, коли довжина стрижнів менша від половини довжини пружини.

За відповідної довжини стрижнів можна зробити систему, яка матиме потрібну жорсткість і складатиметься лише з однієї пружини.

Приклад такої системи зображено на мал. 5.



Мал. 5.

На ньому  $AB$  і  $CB$  – стрижні, які в точці  $B$  з'єднані шарнірно. В точках  $N$  і  $M$  пружина приєднана до стрижнів.

Якщо до точок  $A$  і  $C$  прикласти однакові за величиною сили, які діють у протилежних напрямках, то система перейде у деформований стан.

Вважаймо, що ці сили діють паралельно до пружини.

Тоді, розглянувши рівновагу, наприклад, стрижня  $BC$ , знаходимо, що потрібна жорсткість  $k$  системи буде досягнута, якщо

$$\frac{CB}{MB} = \sqrt{\frac{k_0}{k}} = \sqrt{\frac{5}{3}}. \quad (10)$$

#### Задача 4.

По-перше, слід максимально використати лижі.

По-друге, фінішувати хлопчик і дівчинка мають разом, інакше тому, хто фінішував першим, слід було менше користуватися лижами на користь того, хто відстав на фініші, адже результат фіксується за останнім.

Позначимо через  $t_x$  і  $t_d$  час, упродовж якого їхали на лижах, відповідно, хлопчик і дівчинка.

Очевидно, що

$$t_x + t_d < t, \quad (1)$$

де  $t$  – загальний час руху.

Позначмо довжину замкненої дільниці через  $S = 5$  км.

Тоді для руху хлопчика і дівчинки отримаємо:

$$\begin{cases} v_x t_x + u_x (t - t_x) = 4S, \\ v_d t_d + u_d (t - t_d) = 4S. \end{cases} \quad (2)$$

Нам потрібне ще одне рівняння, а саме відстань, яку подолали школярі на лижах. Що більшу відстань пройдуть школярі на лижах – то краще, оскільки це означає, що меншу відстань школярі долатимуть пішки.

Припустімо, що школярі на лижах пройшли повні  $n$  дільниць по  $S = 5$  км.

Тоді

$$v_x t_x + v_d t_d = nS. \quad (3)$$

Що більше  $n$ , то краще. Звісно, можна підібрати найбільше можливе  $n$  (очевидно, що  $n < 8$  і починати потрібно з  $n = 7$ ). Але ми спробуємо все обчислити.

Виразімо з рівнянь (2) час руху на лижах хлопчика і дівчинки:

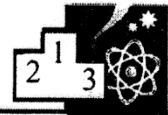
$$\begin{cases} t_x = \frac{4S - u_x t}{v_x - u_x}, \\ t_d = \frac{4S - u_d t}{v_d - u_d} \end{cases} \quad (4)$$

та підставмо в (3). Звідси знайдемо загальний час руху

$$\begin{aligned} t &= S \frac{4 \left( \frac{v_x}{v_x - u_x} + \frac{v_d}{v_d - u_d} \right) - n}{\frac{v_x u_x}{v_x - u_x} + \frac{v_d u_d}{v_d - u_d}} = \\ &= \frac{3}{10} (12 - n) \text{ год} \end{aligned}$$

Тоді

$$t_x = \frac{9n - 8}{45} \text{ год}, \quad t_d = \frac{3n + 4}{30} \text{ год}.$$



Підставмо все в (1) та отримаємо обмеження на  $n$ :

$$n < \frac{164}{27} = 6 \frac{2}{27}$$

Отже, найбільше можливе  $n = 6$ ,

$$t_x = \frac{46}{45} \text{ год}, t_d = \frac{11}{15} \text{ год},$$

а найменший час руху

$$t = 1,8 \text{ год} = 1 \text{ год } 48 \text{ хв.}$$

Розклад руху може бути, наприклад, таким:

1. Дівчинка стартує на лижах, за час

$$t_d = \frac{11}{15} \text{ год} \text{ проходить відстань}$$

$$v_d t_d = 14 \frac{2}{3} \text{ км},$$

тобто майже три кола, двічі обганяючи хлопця, тоді залишає лижі й далі йде пішки. Їй залишається пройти відстань

$$20 \text{ км} - 14 \frac{2}{3} \text{ км} = 5 \frac{1}{3} \text{ км}$$

зі швидкістю

$$u_d = 5 \text{ км/год},$$

тобто ще  $1 \frac{1}{15}$  год, а це у сумі з  $t_d = \frac{11}{15}$  год якраз і становить 1,8 год.

2. Хлопець у момент часу

$$t_d = \frac{11}{15} \text{ год},$$

коли дівчина залишила йому лижі, пройшов відстань

$$u_x t_d = 4 \frac{2}{5} \text{ км}$$

і перебуває на відстані  $\frac{4}{15}$  км  $\approx 267$  м позаду них.

За час  $t' = \frac{2}{45}$  год він добирається до лиж і далі до кінця змагання рухається на лижах зі швидкістю  $v_x = 15$  км/год, долаючи відстань

$$15 \frac{1}{3} \text{ км}, \text{ що залишилась, за час } t'' = 1 \frac{1}{45} \text{ год.}$$

Як бачимо, загальний час руху хлопця

$$t_d + t' + t'' = 1,8 \text{ год} \text{ знову таки збігається з } t.$$

Зазначмо, що якби хлопець і дівчина, виходячи зі здорового глузду, тримали один одного в полі зору, після кожного обгону залишаючи іншому лижі, то, навіть нехтуючи додатковими затримками на знімання та одягання лиж, відповідь була б на третину (36 хвилин!) більшою.

Справді, у цьому випадку

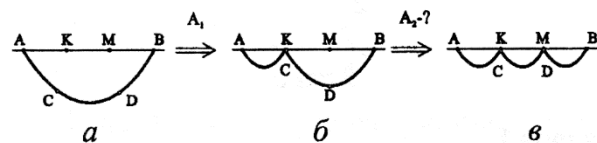
$$n = 4, t = 2,4 \text{ год} = 2 \text{ год } 24 \text{ хв.}$$

Саме таким був би найменший час, якби траса була прямою і не можна було заставити лижі пробігти більше ніж 20 км (у нашому випадку пробіг 30 км).

### Задача 5.

Ланцюжки, які зображено на мал. 1, а та мал. 1, б, можна розглядати як комбінацію менших ланцюжків, подібних до вихідного.

Скористаймося цим, щоб підрахувати потенціальну енергію  $E_p = mgh_{\text{ч.м.}}$  кожної з них.



Мал. 1

Нехай потенціальна енергія вихідного ланцюжка дорівнює  $E_1 = -m_1 g h_1$  (висоту, а точніше "глибину", відраховуємо від рівня  $AB$ ). Тоді енергія ланцюжка, довжина якого становить  $l_2 = 2/3 \cdot l_1$ , дорівнює:

$$E_{2/3} = -m_2 g h_2 = -\frac{4}{9} m_1 g h_1 = \frac{4}{9} E_1.$$

Його маса та усі розміри, зокрема й висота центра мас, у  $2/3$  рази менша, ніж у вихідного ланцюжка.

Аналогічно отримуємо, що потенціальна енергія ланцюжка завдовжки  $l_3 = 1/3 \cdot l_1$ , дорівнює:

$$E_{1/3} = -m_3 g h_3 = -\frac{1}{9} m_1 g h_1 = \frac{1}{9} E_1.$$

Повна потенціальна енергія ланцюжка, зображеного на мал. 1, а, дорівнюватиме:

$$E_a = E_1,$$

зображеного на мал. 1, б:

$$E_b = E_{1/3} + E_{2/3} = \frac{5}{9} \cdot E_1,$$

а на мал. 1, в:

$$E_v = 3 \cdot E_{1/3} = \frac{3}{9} \cdot E_1.$$

Робота, яку ми виконуємо з підйому центра мас у першому випадку, дорівнює:

$$A_1 = E_b - E_a = \frac{4}{9} \cdot |E_1|,$$

а в другому випадку:

$$A_2 = E_v - E_b = \frac{2}{9} \cdot |E_1|.$$

Звідси,

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot A_1 = 6 \text{ Дж}.$$

### 9 клас

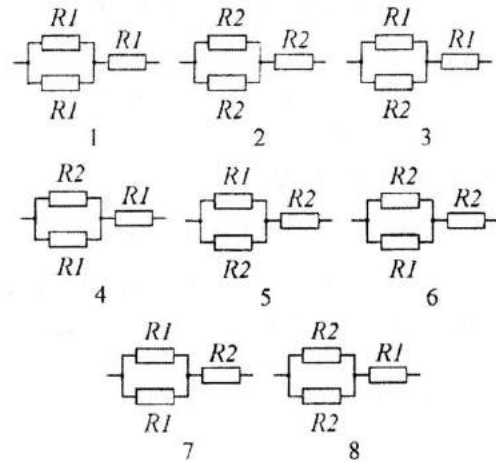
#### Задача 1.

Монтажник випадково вибирав одне з двох можливих значень опорів для кожного з трьох резисторів ділянки кола. Отже, він отримував щоразу одну з восьми можливих ділянок кола (див. мал.).

Після виготовлення великої кількості таких ділянок можна вважати, що всі подані варіанти зустрічались однаково часто. Підкреслимо, що ділянки 3 і 4, які мають однакові опори,

слід розглядати як різні варіанти, оскільки їх отримано у результаті різної послідовності дій монтажника.

Аналогічно для ділянок 5 і 6.



Опори поданих ділянок кола будуть:

$$r_1 = 1,5R_1;$$

$$r_2 = 1,5R_2,$$

$$r_3 = r_4 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_1,$$

$$r_5 = r_6 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_2,$$

$$r_7 = 0,5R_1 + R_2,$$

$$r_8 = 0,5R_2 + R_1.$$

Отже, середнє арифметичне значення опору буде:

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \frac{1}{8} (r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6 + r_7 + r_8) = \\ &= \frac{R_1 R_2}{2(R_1 + R_2)} + \frac{5}{8} (R_1 + R_2). \end{aligned}$$

Звідси отримуємо квадратне рівняння відносно  $R_2$ :

$$5R_2^2 + 2R_2(7R_1 - 4\bar{r}) + R_1(5R_1 - 8\bar{r}) = 0.$$

Розв'язавши рівняння, отримаємо два кореня:

$$R_2 = \frac{4\bar{F} - 7R_1 \pm \sqrt{(4\bar{F} - 7R_1)^2 + 5R_1(8\bar{F} - 5R_1)}}{5}.$$

Корінь рівняння із знаком “-” перед квадратним коренем є від’ємним, а, отже, нефізичним.

Остаточно маємо,

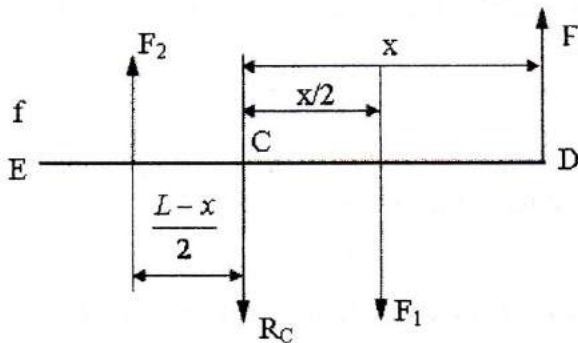
$$R_2 = 1 \text{ кОм.}$$

### Задача 2.

Маса однорідного бруска розподілена рівномірно по його довжині. Тому під час обертання бруска доведеться долати опір сил тертя, які зведемо до двох рівнодійних:

$$F_1 = \frac{\mu mg}{L} x \text{ та } F_2 = \frac{\mu mg}{L} (L - x).$$

Під час обертання бруска довкола точки  $C$  момент сили  $F$  діє в напрямку проти годинникової стрілки, а моменти сил  $F_1$  та  $F_2$  діють в напрямку за годинниковою стрілкою (див. мал.).



Плече сили  $F_2$  дорівнює  $\frac{L-x}{2}$ ;

плече сили  $F_1$  —  $\frac{x}{2}$ .

Сила  $F$  забезпечує рівномірне обертання бруска відносно стрижня, що можна описати рівнянням:

$$\begin{aligned} M_x = F \cdot x &= F_1 \frac{x}{2} + F_2 \frac{(L-x)}{2} = \\ &= \frac{\mu mg}{2L} (L^2 - 2Lx + 2x^2). \end{aligned}$$

Звідси можна знайти значення сили  $F$ :

$$F = \frac{\mu mg}{2L} \left( \frac{L^2 - 2Lx + 2x^2}{x} \right).$$

Реакція  $R_c$ , що виникає при цьому з боку стрижня, визначаємо з умови рівноваги сил на початку руху бруска під дією сили  $F$ :

$$F + F_2 = R + F_1,$$

звідси,

$$R_c = F - F_1 + F_2 = \frac{\mu mg}{2L} \left( \frac{L^2 - 2x^2}{x} \right).$$

Знайдімо, за якого значення  $x$  реакція  $R_c \geq 0$ , якщо

$$L^2 - 2x^2 \geq 0,$$

тобто якщо

$$x \leq \frac{L}{\sqrt{2}}.$$

Якщо  $x = L/\sqrt{2}$  опора у вигляді вертикального стрижня взагалі не потрібна, бо  $R_c = 0$ .

З подальшим збільшенням  $x$  формальне використання формули дає значення  $R_c < 0$ . Це означає, що для забезпечення обертання бруска довкола точки  $C$  потрібно реалізувати реакцію протилежного напрямку.

Отже, щоб брусок обертався довкола точки  $C$ , якщо  $x \geq \frac{L}{\sqrt{2}}$ , стрижень треба забивати з протилежного боку бруска.

Тоді реакцію можна визначити за формулою:

$$R_c = F_1 - F_2 - F = \frac{\mu mg}{2L} \left( \frac{2x^2 - L^2}{x} \right).$$

Знайдімо, яку мінімальну силу  $F$  має прикласти працівник, щоб перемістити брусок:

$$\begin{aligned} F &= \frac{\mu mg}{2L} \left( \frac{L^2}{x} + 2x - 2L \right) = \frac{\mu mg}{2L} \left( \left( \frac{L}{\sqrt{x}} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + (\sqrt{2x})^2 - \frac{2L\sqrt{2x}}{\sqrt{x}} + 2L\sqrt{2} - 2L \right) = \\ &= \frac{\mu mg}{2L} \left( \left( \frac{L}{\sqrt{x}} - \sqrt{2x} \right)^2 + 2L(\sqrt{2} - 1) \right). \end{aligned}$$

Мінімальною сила  $F$  буде, якщо

$$\frac{L}{\sqrt{x}} - \sqrt{2x} = 0,$$

$$F_{\min} = \mu mg (\sqrt{2} - 1), \text{ якщо } x = \frac{L}{\sqrt{2}},$$

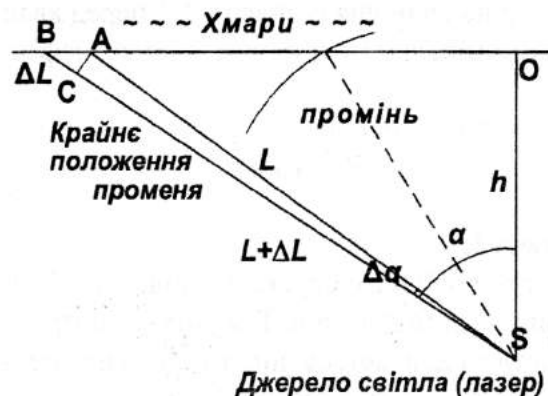
тобто в точці, де  $R_c = 0$ .

### Задача 3.

Дві плями від одного променя виникають внаслідок зміни шляху, який проходить світло від джерела до хмари під час обертання променя. В такому випадку під час швидкого обертання променя він може досягати хмари раніше в положенні, в якому опиняється пізніше. Це призводить до утворення двох плям, одна з яких рухається в напрямку руху променя, а друга – у протилежному, оскільки в попередніх положеннях світло досягає хмар

поступово – тим пізніше, чим більша відстань, яку воно проходить.

Очевидно, що найбільша різниця ходу виникатиме на краю опромінюваної частини хмар.



Розгляньмо два дуже близькі промені, що падають у крайній видимій точці під кутом  $60^\circ$  ( $SB$  та  $SA$ ). Кут між цими променями  $\Delta\alpha$  вважатимемо малим порівняно із кутом нахилу  $\alpha$ . Час повороту променя на кут  $\Delta\alpha$  –  $t_{BA}$  визначається швидкістю обертання променя (або його періодом обертання, тобто часом, за який промінь робить один оборот –  $T$ ):

$$t_{BA} = \frac{T}{2\pi} \cdot \Delta\alpha.$$

За цей час світло променя  $SB$  має подолати різницю відстаней  $SB$  та  $SA$  –  $\Delta l$ :

$$\Delta l = \Delta t \cdot c,$$

де  $c$  – швидкість розповсюдження світла.

З геометричної побудови:

$$AC = L \cdot \Delta\alpha = \Delta L \cdot \text{tg}(SBO),$$

а кут  $SBO$  дорівнює:

$$\frac{\pi}{2} - 60^\circ = 30^\circ.$$

Отже, прирівнюючи часи  $t_{BA}$  та  $\Delta t$ , отримаємо:

$$\frac{T}{2\pi} \cdot \Delta\alpha = \frac{L}{c \cdot \text{tg}30^\circ} \cdot \Delta\alpha,$$

звідси,

$$T = \frac{2\pi L}{c \cdot \text{tg}30^\circ} \approx 7,256 \cdot 10^{-4} \text{ с.}$$

**Задача 4.**

1. Визначмо за скільки циклів зменшується максимальний заряд ( $N$  можна визначити з умови, розділивши різницю максимальних зарядів на початку і на прикінці процесу  $q'_0$  на спад заряду за один цикл).

Якщо втрати відсутні, то

$$N_0 = \frac{q_0 - q'_0}{\Delta q}.$$

Етапи	1 крок	2 крок	3 крок	...	$K$ крок	...	Останній $N$ крок
2.	$q_0$	$q_0 - \Delta q$	$q_0 - 2\Delta q$		$q_0 - k\Delta q$		$q_0 - (N-1)\Delta q$
3.	$t_1 = \frac{q_0}{I_0}$	$t_2 = \frac{q_0 - \Delta q}{I_0}$	$t_3 = \frac{q_0 - 2\Delta q}{I_0}$		$t_k = \frac{q_0 - k\Delta q}{I_0}$		$t_N = \frac{q_0 - (N-1)\Delta q}{I_0}$

4. Повний час становитиме:

$$\begin{aligned} t_{\text{заг}} &= \frac{q_0}{I_0} N - \frac{\Delta q}{I_0} (0+1+2+\dots+(N-1)) = \\ &= \frac{q_0}{I_0} N - \frac{\Delta q}{I_0} \frac{(N-1)N}{2} = \\ &= \frac{q_0}{I_0} N \left( 1 - \frac{\Delta q}{I_0} \frac{(N-1)N}{2} \right). \end{aligned}$$

5. Тоді для першої стадії розрядки:

$$\begin{aligned} q_0 &= 1000 \text{ мА} \cdot \text{год}, \\ q'_0 &= 800 \text{ мА} \cdot \text{год}, \\ \Delta q &= 2 \text{ мА} \cdot \text{год}. \end{aligned}$$

$$N_1 = \frac{q_0 - q'_0}{\Delta q} = \frac{1000 - 800}{2} = 100.$$

Час розрядки акумулятора за даних умов становить:

$$\begin{aligned} t_{\text{заг}} &= \frac{q_0}{I_0} N_1 \left( 1 - \frac{\Delta q}{q_0} \frac{(N_1 - 1)}{2} \right) = \\ &= \frac{1000 \cdot 100}{40} \left( 1 - \frac{2}{1000} \frac{(100 - 1)}{2} \right) \approx 2253 \text{ год.} \end{aligned}$$

6. Для другої стадії розрядки (після виходу зарядного пристрою з ладу):

$$\begin{aligned} q'_0 &= 800 \text{ мА} \cdot \text{год}, \\ q''_0 &= 500 \text{ мА} \cdot \text{год}, \\ \Delta q_1 &= 10 \text{ мА} \cdot \text{год}. \end{aligned}$$

$$N_2 = \frac{q'_0 - q''_0}{\Delta q_1} = \frac{800 - 500}{10} = 30.$$

Час розрядки акумулятора за даних умов становить:

$$\begin{aligned} t'_{\text{заг}} &= \frac{q'_0}{I_0} N_2 \left( 1 - \frac{\Delta q_1}{q'_0} \frac{(N_2 - 1)}{2} \right) = \\ &= \frac{800 \cdot 30}{40} \left( 1 - \frac{10}{800} \frac{(30 - 1)}{2} \right) \approx 491 \text{ год.} \end{aligned}$$

7. Загальний час розрядження акумулятора приблизно становить:

$$t = t_{\text{заг}} + t'_{\text{заг}} = 2253 + 491 = 2744 \text{ год.}$$

8. Якби збою не було, і зменшення “ємності” акумуляторної батареї мобільного телефону відбувалося б зі сталою швидкістю, то:

$$q_0 = 1000 \text{ мА} \cdot \text{год},$$

$$q'_0 = 500 \text{ мА} \cdot \text{год},$$

$$\Delta q = 2 \text{ мА} \cdot \text{год}.$$

$$N_0 = \frac{q_0 - q'_0}{\Delta q} = \frac{1000 - 500}{2} = 250.$$

Час розрядки акумулятора за даних умов становить:

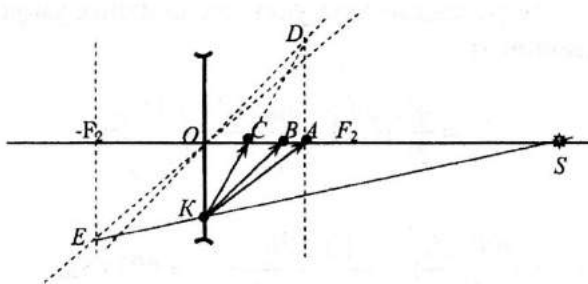
$$t'_{\text{зар}} = \frac{q_0}{I_0} N_0 \left( 1 - \frac{\Delta q (N_0 - 1)}{q_0} \right) =$$

$$= \frac{1000 \cdot 250}{40} \left( 1 - \frac{2 (250 - 1)}{1000} \right) \approx 4694 \text{ год}.$$

Тобто, помилка автоматичного зарядного пристрою зменшила час життя батареї приблизно в 1,69 рази.

### Задача 5

Нехай центр лінзи розташований у певній точці на лінії, яка проходить через точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Загалом можливі такі розташування лінзи, джерела та його зображень (мал. 1).



Мал. 1. Утворення зображень у випадку двох розсіювальних лінз

Нехай промінь від джерела світла потрапляє у точку  $K$  першої лінзи. Після заломлення у ній промінь  $KA$  дає зображення  $A$ .

Якщо розмістити щільно з цією лінзою другу, то за умовою задачі зображення джерела буде у точці  $C$  (промінь  $KC$ ).

Знайдімо побудовою фокальну площину другої лінзи.

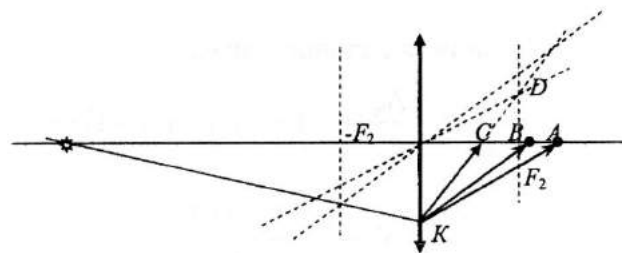
Скористайтесь властивістю зворотності променів. Джерелом у цьому випадку буде світна точка  $A$ , а її зображенням є точка  $C$ .

Перетин променя  $KC$  з побічною оптичною віссю, яка паралельна до променя  $AK$  буде у фокальній площині другої лінзи ( $F_2$ ).

Проведімо симетричну фокальну площину ( $-F_2$ ). Забирімо першу лінзу та отримаймо зображення джерела світла від другої лінзи в точці  $B$ .

Знову використаємо правило зворотності ходу променів з точки  $B$  у точку  $K$  (промінь  $BK$ ).

Після заломлення він перетинається з побічною оптичною віссю у цій фокальній площині у точці  $E$ . Перетин променя  $EK$  до вісі  $ABC$  дає уявне положення джерела. Див. мал. 1 і 2.



Мал. 2. Демонструє випадок утворення дійсних зображень джерел світла





## Фізика в горнятку чаю

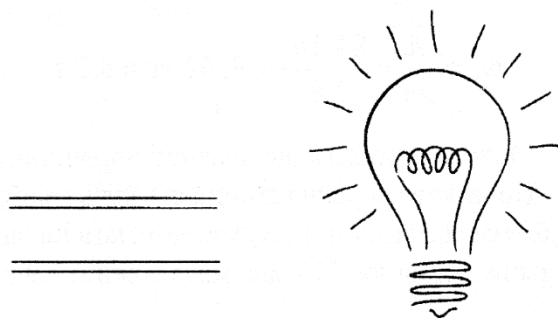


Ви любите більше чай чи каву?  
А чи замислювались ви над тим, скільки енергії містить у собі улюблений гарячий напій?

Нумо, розв'яжімо цікаву задачу!

Візьмімо, до прикладу, горнятко гарячого чаю. У нього налиймо  $m = 250$  г води.

Вважатимемо, що ми щойно заварили чай, тому він охолоджується від температури кипіння води ( $t_1 = 100$  °С) до кімнатної температури ( $t_2 = 20$  °С).



Під час охолодження виділиться така кількість теплоти:

$$Q = cm(t_1 - t_2),$$

де  $c = 4,2$  кДж/(кг·К) – питома теплоємність води.

Отже, одержуємо таке значення:

$$\begin{aligned} Q &= 4,2 \cdot 10^3 \cdot 0,25 \cdot (100 - 80) = \\ &= 84 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 84 \text{ кДж} \end{aligned}$$

Багато це чи мало?

До прикладу, розрахуймо час, упродовж якого може світитися лампочка потужністю  $P = 25$  Вт за умови повного перетворення теплової енергії горнятка чаю в електричну енергію.



Енергія, яку споживає лампочка, дорівнює:

$$E_{el} = Pt,$$

Звідси,

$$t = \frac{E_{el}}{P} = \frac{84 \cdot 10^3}{25} = 3360 \text{ с} = 56 \text{ хв},$$

тобто, лампочка може житися енергією від горнятка чаю майже цілу годину!

Розрахуймо, яку максимальну масу  $m_T$  зможемо підняти на висоту  $h = 1$  м, перетворивши енергію горнятка чаю у механічну роботу  $A$  (вважаймо, що пришвидщення вільного падіння буде  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>):

$$m_T = \frac{A}{gh} = \frac{84 \cdot 10^3}{9,81} = 8562 \text{ кг} \approx 8,5 \text{ т!}$$

Можемо зробити ще цікавіші порівняння.

Початкова середня швидкість куль калібру 7,62 мм, які вилітають із дула автомата Калашникова дорівнює 715 м/с, маса кожної 7,9 г.

Отже, енергія однієї кулі:

$$E_k = \frac{m_k v^2}{2} = \frac{7,9 \cdot 10^{-3} \cdot 715^2}{2} \approx 2020 \text{ Дж}.$$

Звідси бачимо, що одне горнятко чаю містить у собі енергію понад 40 куль, випущених із дула автомата.

Кулі калібру 9 мм, які вилітають із дула пістолета Макарова, мають масу 6,1 г та початкову швидкість 315 м/с.

Енергія однієї такої кулі буде:

$$E_k = \frac{6,1 \cdot 10^{-3} \cdot 315^2}{2} \approx 302,6 \text{ Дж}.$$

В одному горнятку чаю міститься енергія, що дорівнює енергії  $\frac{84000}{302,6} \sim 277$  куль, які вилітають із дула пістолета Макарова.

Убивча енергія!

---

**Мічіо Кайку. *Фізика майбутнього*** / Перекл. з англ. Анжели Кам'янець. – Львів: Літопис, 2013. – 432 с.

У книжці-бестселері Мічіо Кайку досліджує, як три великі наукові революції – квантова механіка, біогенетика і штучний інтелект, – що кардинально змінили світ в останні сто років, змінять наше життя в XXI сторіччі.

Спираючись на дослідження, які вже сьогодні проводять у наукових лабораторіях в усьому світі, Кайку передбачає майбутнє, у якому ми вже не будемо пасивними спостерігачами танцю Природи, а натомість перетворимося на активних хореографів матерії, життя й інтелекту.

“Фізика майбутнього” – захоплива науково-популярна розповідь, що сплітає до купи найновіші досягнення провідних науковців світу. Книжка ґрунтується на інтерв’ю з понад 300 провідними науковцями, тими, що перебувають на передньому краї науки.

Майбутнє комп’ютера, штучного інтелекту, медицини, енергії, космічних подорожей і навіть майбутнє багатства – про це все можна дізнатися з книжки.

Для широкого кола читачів.

**Спектри кристалів. Збірник на пошану професора Ярослава Довгого / Упорядник Галина Шопя.** – Львів: Євросвіт, 2013. – 132 с.

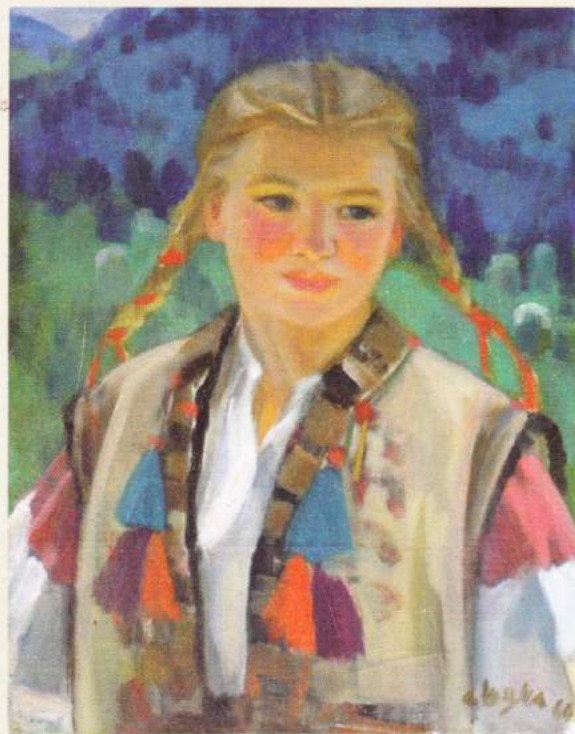
Кристали зачаровують красою граней і грою світла. Спектри кристалів – це їхні зашифровані коди. Професор Я. Довгий уміє розгадувати ці коди, вивідувати таємниці Природи, без знання яких не було б сучасних нанотехнологій і сучасної електроніки. Він навчає цьому студентів та аспірантів.

Пропонована книжка розповідає про творче життя і науково-педагогічну працю Заслуженого професора Львівського національного університету імені Івана Франка, дійсного члена НТШ Ярослава Довгого.

Для науковців, викладачів, аспірантів, студентів та усіх, хто цікавиться історією науки.



1. **Мудреці завжди скромні** )))))))  
Справжній учений не може не бути скромним: що більше він зробив, то йому зрозуміліше, як багато ще залишилось зробити.  
*Анатолій Франс*
2. **Поле комфорту** )))))))  
Посередностям з ним легко. Бо він такий багатий ідеями і йому так мало від інших треба, що щедро дарує ідеї іншим.  
Обдарованому легко також, бо біля нього відчуваєш свободу творчості.
3. **Знай свої можливості** )))))))  
Маленьким човнам слід триматися ближче до берега.  
*Бенджамін Франклін*
4. **Аналогія** )))))))  
Зауважено цікаву закономірність: до наукових ідей повертаються час від часу, як до оранжування гарних народних пісень...
5. **Привабливість** )))))))  
Істина – як жінка: приваблює, поки вона недоступна.
6. **“Ніяк не пригадаю”** )))))))  
Один член Вченої ради “на каві” якось сказав:  
– Є два симптоми старості. Перший – слабшає пам’ять. А другий..., хай його біс, ніяк не пригадаю.
7. **Ідеї, що “носяться у повітрі”** )))))))  
Що “носиться у повітрі” і чого вимагає час, те може виникнути одночасно у ста головах без жодного запозичення.  
*Йоганн Гете*
8. **Нерівноважний стан** )))))))  
Слава – стан нерівноважний. Без підтримки цей стан неодмінно згасає.
9. **Теорія груп** )))))))  
Ніяку множинність не можна опанувати, якщо не згрупувати її, не надавши їй певного ладу.  
*Герман Гессе*
10. **Символ ХХІ сторіччя** )))))))  
Якщо символом ХХ сторіччя був електрон, то символом ХХІ сторіччя буде фотон.



**Андрій Коцка  
(1911–1987)**

Оленка

Андрій Коцка – видатний український живописець. Народився в Ужгороді 1911 року. Твори А. Коцки оригінальні за стилем і відрізняються бездоганним колоритом. Своєрідною візитівкою художника є низка жіночих портретів «гуцулок» та «верховинок».

Навчання в Публічній школі малювання у відомих майстрів Ерделі та Бокшай. Андрій Коцка 1931 року успішно закінчив семінарію і вчителював у с. Тихе. Далі служив у Чехословацькій армії, повернувшись, продовжив учителювати у гірському карпатському селі.

Улюбленими персонажами художника були його учні та селяни Тихого. Андрій Коцка був небайдужим до жіночої краси, а тому не випадково в його творчості центральне місце займає саме образ верховинки.

Твори майстра 1930-х років стали подією в закарпатському живописі того часу. Вже 1933 року відбулася персональна виставка робіт Коцки. За результатами Всеугорської виставки образотворчого мистецтва (1939) Андрій Коцка був нагороджений стипендією для навчання в Академії образотворчого мистецтва в Римі під керівництвом професора Ф. Ферраці.

Характерно, що Андрій Коцка був завжди в епіцентрі культурно-мистецького життя. До його найближчого оточення входили Ерделі, Бокшай, Контратович, Манайло та інші легендарні митці. Художник був членом Товариства діячів образотворчого мистецтва на Підкарпатській Русі з 1933 року. А вже 1946-го року став одним із засновників новоствореної Закарпатської організації Спілки художників України та одним із перших викладачів Ужгородського художньо-промислового училища.

Митець 1982 року отримав звання Народного художника УРСР.

Андрій Коцка помер 1987 року.