СВІТ ФІЗИКИ

№4 2014

науково-популярний журнал

2014 – Міжнародний рік кристалографії

Якби ви вчились так, як треба,
То й мудрість би була своя

Тарас Шевченко

ТАРАС ШЕВЧЕНКО І НАУКА

2014 рік пройшов під знаком 200-річчя від дня народження Тараса Шевченка

Пам'ятники Тарасові Шевченку встановлено у багатьох країнах світу. Лише в Україні їх понад тисячу. Іменем Кобзаря названо вулиці, проспекти, населені пункти.

З іменем великого Українця тісно пов'язана й історія української науки.

Перша українська академія наук – Наукове товариство імені Шевченка (НТШ) було засновано 1873 року у Львові як Літературне товариство імені Т. Шевченка, 1892 року назву змінено на Наукове товариство ім. Т. Шевченка.

Ім'я Кобзаря пов'язане з Київським національним університетом імені Тараса Шевченка, Луганським національним університетом імені Тараса Шевченка, Чернігівським педагогічним університетом імені Тараса Шевченка, Кременецьким обласним гуманітарно-педагогічним інститутом імені Тараса Шевченка та іншими.

Нині успішно працюють Інститут літератури імені Шевченка НАН України, Національна опера імені Тараса Шевченка,Тернопільський, Волинський, Харківський драматичні театри, Дніпропетровський український музичний драматичний театр, Криворізький театр драми та музичної комедії, Черкаський та Чернігівський музично-драматичні театри, а також численні кінотеатри.

В Україні створено музеї де досліджують спадщину Тараса Шевченка.

Національна премія України імені Тараса Шевченка (Шевченківська премія) – державна нагорода України, найвища в Україні творча відзнака за вагомий внесок у розвиток культури та мистецтва. Заснована 1961 року.

Всеукраїнське товариство "Просвіта" імені Тараса Шевченка – це українська громадська організація культурно-освітянського спрямування. Товариство "Просвіта" виникло ще 1868 року в Галичині. 12 жовтня 1991 року на III позачерговій конференції Товариства української мови імені Тараса Шевченка Товариство було реорганізоване у Всеукраїнське товариство "Просвіта" імені Тараса Шевченка.

Пік Шевченка – вершина 4 200 м на північному схилі Великого Кавказу, у Боковому хребті. Названий на честь Тараса Шевченка українськими альпіністами, які вперше зійшли на вершину Кавказу 1938 року.

Астероїд (5707), відкритий у Кримській астрофізичній лабораторії 1976 року, названий іменем Шевченка, а також на Меркурії є кратер Шевченко.

світ
фізики
науково-популярний журнал

4(68) '2014

Журнал "**СВІТ ФІЗИКИ**",
заснований 1996 року,
реєстраційне свідоцтво № КВ 3180
від 06.11.1997 р.
Виходить 4 рази на рік

Засновники:
Львівський національний університет
імені Івана Франка,
Львівський фіз.-мат. ліцей,
СП "Євросвіт"

Головний редактор
Іван Вакарчук

заступники гол. редактора:
Олександр Гальчинський
Галина Шопа

Редакційна колегія:

Ігор Анісімов
Михайло Бродин
Ярослав Довгий
Іван Климишин
Юрій Ключковський
Богдан Лукіянець
Олег Орлянський
Максим Стріха
Юрій Ранюк
Ярослав Яцків

Художник **Володимир Гавло**
Літературний редактор **Мирослава Прихода**

Комп'ютерне макетування та друк
СП "Євросвіт"

Адреса редакції:
Редакція журналу "Світ фізики"
вул. Саксаганського, 1,
м. Львів 79005, Україна

тел. у Львові 380 (0322) 39 46 73
у Києві 380 (044) 416 60 68
phworld@franko.lviv.ua
www.franko.lviv.ua/publish/phworld

Фізика – це наука, яка вивчає властивості і перетворення речовини та енергії і взаємодії між ними. Для опису фізичних явищ фізики використовують фізичні величини, виражені за допомогою математичних понять, таких, як кількість, вектор, тензор.

Фізика тісно пов'язана з багатьма іншими науками, зокрема такими як хемія, біологія, медицина, астрономія, геодезія, а також з різними галузями промисловості, сільського господарства, літакобудування, військової справи тощо.

Дуже важливим є вивчення фізики ще у школі. Переважна більшість школярів обирають собі майбутню професію вже у випускних класах. Відтак, не маючи доброї підготовки з фізики, вони часто не можуть обрати фах, який їм подобається. Або ті, хто вже навчаються в університетах, починають розуміти, як не вистачає знань з фізики. Нині будь-які професії потребують фундаментальних знань, адже XXI сторіччя вимагає нових технологій, нових матеріалів, нових комп'ютерних інновацій.

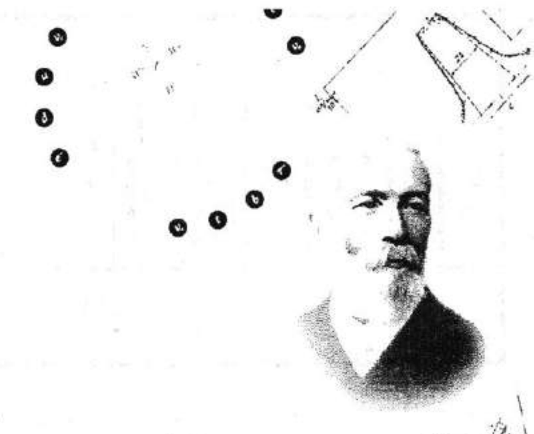
Не забудьте передплатити журнал "Світ фізики"

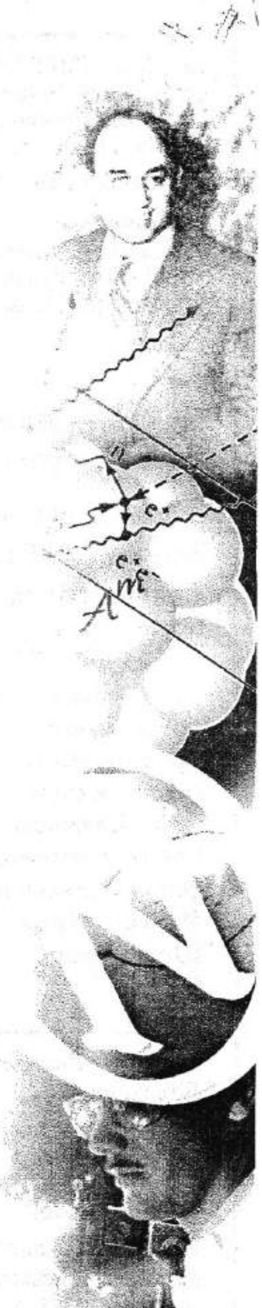
Передплатний індекс 22577

Передрук матеріалів дозволяється лише з письмової згоди редакції та з обов'язковим посиланням на журнал "Світ фізики"

© СП "Євросвіт"

ЗМІСТ





НАУКОВІ ДОСЯГНЕННЯ 2014 РОКУ

Відомий авторитетний журнал "Physics World" назвав найважливіші наукові досягнення 2014 року в галузі фізики.

Найвагомішим досягненням минулого року визнали **висадку на кометі спускового апарату** "Філи" (англ. Philae lander), який відстикувався від зонда "*Розетта*" (*Rosetta*)[1], що був запущений Європейським космічним агентством.

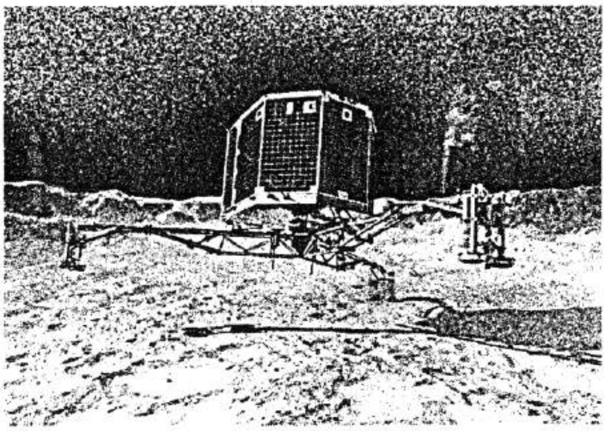
Історична подія відбулася 12 листопада 2014 року, коли модуль "Філи" відділився від "Розетти" і приземлився на поверхні комети 67Р/Чурюмова-Герасименко, яка розташована на відстані 511 млн км від Землі і мчить у напрямку до внутрішньої частини Сонячної системи зі швидкістю майже 55 000 км/год.

Це перша в історії успішна посадка на комету.

Під час приземлення модуль двічі відскочив від поверхні, далі зайняв стійке положення і почав збирати дані, які відправляв на Землю через зонд "Розетта".

Апарат "Розетта" запустили 2 березня 2004 року. За десять років зонд подолав шлях 6,4 млрд км (це в п'ять разів більше від відстані між Землею та Сонцем). Апарат кілька разів змінював напрямок польоту, щоб вийти на ціль, один раз зблизившись з Марсом і тричі – із Землею.

[1]"*Розетта*" (англ. *Rosetta*) – космічний апарат, який призначений для дослідження комети. Розроблений і виготовлений Європейським космічним агентством у співпраці з НАСА. Він складається з двох частин: власне зонда "Розетта" і спускового апарата "Філи" (англ. Philae lander).



Вчені очікують, що робота зонда "Розетта" і спускового модуля "Філи" дасть змогу зрозуміти, як формувалася та еволюціонувала Сонячна система, а далі можливо, – як на Землі з'явилося життя.

Хоча посадка на комету не пройшла ідеально, – модуль пристикувався в тіні, тому його сонячні панелі не отримували достатньо сонячного світла для підзарядки, – "Філи" вдалося завершити всі заплановані вимірювання і проби до того, як від'єдналося живлення. Ймовірно, він "прокинеться" навесні та продовжить свою роботу.

Попередній аналіз даних, надісланих модулем "Філи", свідчить, що німецький інструмент *COSAC (Cometary Sampling and Composition Experiment)* виявив на кометі 67Р/Чурюмова-Герасименко органічні молекули. Припускають, що це дасть змогу дослідникам по-новому поглянути на можливу роль комет у формуванні деяких хемічних будівельних блоків, з яких згодом виникло життя на Землі.

Інші дослідження, що були проведені за допомогою інструменту *MUPUS (Multi-Purpo-*

se Sensors for Surface and Sub-Surface Science)[2] після приземлення "Філи", показують, що поверхня комети переважно покрита льодом і тонким шаром пилу завтовшки 10–20 см.

Інструменти на борту головного космічного апарату "Розетта" також зробили важливий внесок у наше розуміння Сонячної системи.

За допомогою мас-спектрометра *РОСІНА* (*ROSINA*) вчені з'ясували, що відношення дейтерію до водню на кометі набагато більше, ніж на Землі. Це доводить, що вода на Землю була доставлена не кометами, як вважалося раніше, а астероїдами.

Себастьяно Канталупо (*Sebastiano Cantalupo*), П'єро Мадау (*Piero Madau*) і Хав'єр Прочаска (*Xavier Prochaska*) з Каліфорнійського університету в Санта-Крус (США) та Фабріціо Арригоні-Батайя (*Fabrizio Arrigoni-Battaia*) і Джозеф Еннаві (*Joseph Hennawi*) з Інституту Макса Планка в Гайдельберзі (Німеччина) за допомогою випромінювання, що виходить від квазара, **зловили перші проблиски волокон космічної павутини.**

Матерія у Всесвіті не розподілена рівномірно та існує у своєрідній волокнистій структурі з величезними порожніми просторами. Вважається, що нитки космічної павутини утворилися за 380 000 років після Великого Вибуху. Астрономи помічали матерію, зокрема, вбудовану в галактику, але при цьому не могли виявити нитки холодного газу. Канталупо та його колеги виявили випромінювання цього газу в той момент, коли він поглинає ультрафіолетове світло, що випускають квазари.

За словами дослідників, майбутні вимірювання з використанням інших квазарів обіцяють дати значно більше інформації про ранній Всесвіт.

Колаборація БОРЕКСІНО *(BOREXINO)*[3] першою **зареєструвала потоки нейтрино від основної ядерної реакції на Сонці**.

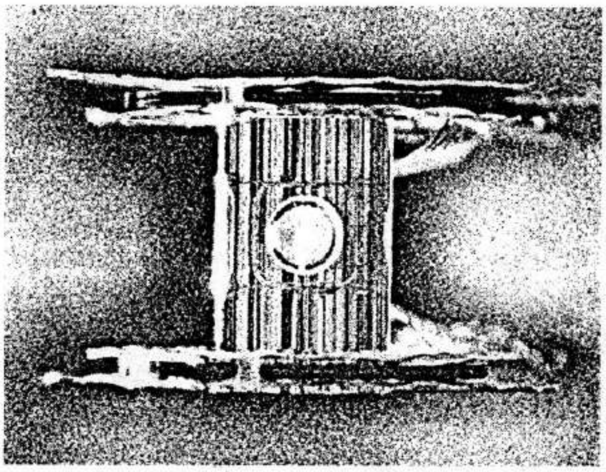
Майже вся енергія, що виробляється в корі Сонця, містить у собі ланцюжок ядерних реакцій, що починається із злиття двох ядер водню з утворенням ядра дейтерію. Розрахунки вчених свідчили про те, що майже 60 млрд нейтрино проходять кожну секунду через кожний квадратний сантиметр поверхні Землі, але низькоенергетичні нейтрино знайти було надзвичайно важко, тому теорія довгий час не могла бути доведена.

Детектор, встановлений у підземній лабораторії Ґран Сассо (*Gran Sasso*) під Апеннінськими горами в Італії, виявив кілька спалахів світла під час зіткнення нейтрино з електронами в гігантському резервуарі рідини. Насправді дослідники БОРЕКСІНО не очікували побачити нейтрино, але детектор був так добре налаштований, що їм вдалося виміряти потік 66±7 млрд нейтрино на квадратний сантиметр, що підтверджує давні теорії сонячного синтезу. В експерименті брали участь дослідники з Італії, США, Німеччини, Франції та Росії. Детектор почав вимірювання у травні 2007 року, а перші дані досліджень було опубліковано у серпні 2007 року.

---

[2] *Інструмент MUPUS* – багатофункціональні сенсори для поверхневих і підповерхневих досліджень. Прилад розроблено для вимірювання деяких фізичних властивостей поверхні ядра комети, зокрема температури, твердості поверхні та об'ємної щільності.

[3] БОРЕКСІНО (*BOREXINO*) – експеримент фізики елементарних частинок, створено для вивчення низькоенергетичних (~860 кеВ) сонячних нейтрино, що народжуються на Сонці.
Експеримент дає змогу глибше зрозуміти процеси, які відбуваються у ядрі Сонця, а також допомагає визначити параметри нейтринних осциляцій.



Омар Хуррікан (*Omar Hurricane*) та його колеги з Національного комплексу лазерних термоядерних реакцій (*NIF*) лабораторії імені Лоуренса в місті Лівермор, а також Національної лабораторії в Лос-Аламосі (США) вперше **отримали паливо в ході експерименту лазерного термоядерного синтезу.**

Ядерний синтез обіцяє величезну кількість чистої енергії, але фізики, що працюють над різними експериментами в цьому напрямку, майже не отримують результатів. Хуррікан з колегами використовували ультра-потужний лазер, щоб розчавити крихітні гранули дейтерію і тритію палива.

Відтак, вдалося збільшити кількість енергії термоядерного синтезу, що виділяється в процесі.

Вчені зосередилися на досягненні стабільного стиснення гранул, і в одному випадку вдалося домогтися виділення енергії в 2,5 рази більшої, ніж було витрачено лазерної енергії.

Хоча результат, як і раніше далекий від довгоочікуваної мети, останні результати є важливим кроком на шляху до термоядерної енергетики.

Шломі Котлер (*Shlomi Kotler*), Ніцан Акерман (*Nitzan Akerman*), Нір Навон (*Nir Navon*), Їнон Глікман (*Yinnon Glickman*) і Рої Озері (*Roee Ozeri*) з Наукового інституту Вейцмана (Ізраїль) першими **виміряли надзвичайно слабку магнетну взаємодію двох одиночних електронів**.

З 1920-х років відомо, що електрон володіє спіном і пов'язаним із ним магнетним моментом. Дослідники вже давно змогли виміряти магнетне поле окремих електронів. А ось виявити магнетні взаємодії між двома електронами виявилося значно важче.

Магнетні взаємодії максимально сильні, коли електрони знаходяться один від одного на віддалі атомного масштабу. Однак у цей момент виміряти магнетну взаємодію майже неможливо, оскільки домінують інші сили. Якщо ж електрони відсувати далі один від одного, то магнетна взаємодія зменшується і зрештою "губиться" у шумі.

Котлер із колегами подолали ці проблеми, залишивши два електрона в тривалому заплутаному стані, що гарантувало середовище з низьким рівнем стороннього шуму.

Вчені змогли виміряти силу взаємодії двох електронів за допомогою лазера, а також визначити – спіни електронів є паралельні чи антипаралельні.

Араш Мафі (*Arash Mafi*) та його колеги з Університету Нью-Мехіко (США), Університету Вісконсін-Мілуокі (США) та Університету Клемсона (США) використали феномен "локалізації Андерсона" для **створення досконалішого оптичного волокна для передачі зображень.**

Невпорядкований стан в оптичному волокні, зазвичай, розмиває передане зображення, але Мафі з колегами показали, що, створивши "правильний" безлад у потрібному місці, можна підвищити здатність волокна передавати чіткі зображення. Їм вдалося отримати зображення чіткіше, ніж у кращих доступних комерційних апаратах.

Технологія передбачає використання "локалізації Андерсона", завдяки якій світло не поширюватиметься в середовищі з певною мірою безпорядку. Команда створила волокно з 80000 ниток двох різних матеріалів, які розташовані випадковим чином поряд одна з одною. В результаті вийшов невпорядкований стан у поперечному напрямку і порядок у тому напрямку, в якому поширюється світло.

Олександр Хітун (*Alexander Khitun*) і Фредерік Ґерц (*Frederick Gertz*) з Каліфорнійського науково-дослідного університету (США), а також А. Кожевніков та Ю. Філімонов з Інституту радіотехніки й електроніки імені Котельнікова РАН **створили новий тип голографічної пам'яті, заснований на інтерференції спінових хвиль**.

Голограма – це запис інтерференційної картини двох когерентних променів світла – відбитого від тривимірного об'єкта та променя, який приходить безпосередньо від лазера. Голографічна пам'ять має великий потенціал для зберігання та вилучення великих обсягів інформації, але щільність зберігання обмежена довжиною хвилі світла. Спінові хвилі, які використовував Хітун у пристроях магнетної голографії, значно коротші, ніж хвилі видимого світла, тому їх можна використовувати для зберігання даних з більшою густиною.

Прототип пристрою складається з двох крихітних магнетів, сполучених магнетним дротом. Зберігають дані, посилаючи спінові хвилі великої амплітуди проводами та перевертаючи орієнтацію магнетів. Зчитування відбувається за допомогою хвиль меншої амплітуди шляхом вимірювання їхньої взаємодії з магнетами.

Джанлука Ґреґорі (*Gianluca Gregori*) та Йєна Мейнеке (*Jena Meinecke*) з Оксфордського університету (Великобританія) разом з міжнародною командою використали одну з найпотужніших у світі лазерних установок для **створення крихітних версій вибухів наднових**.

Вибухи наднових залишають після себе гарячі та щільні красиві хмари пилу і газу.

Один з таких залишків у сузір'ї Кассіопея довгий час залишався загадкою для астрономів через неправильну заплутану структуру, яка передбачає наявність дуже сильних магнетних полів. Саме цю наднову змоделювали вчені, які випустили три лазерних променя в крихітний вуглецевий стрижень, поміщений у заповнену аргоном камеру. Вибух створив асиметричну ударну хвилю, яка розширюється завдяки аргону, так само як і наднова в космосі. Пластикові сітки, які імітували нерівномірний розподіл газу в ділянці наднової, були розміщені на шляху ударної хвилі. В результаті виникли сильні магнетні поля, аналогічні до тих, які спостерігаються в Кассіопеї.

Цю технологію можна також використовувати для моделювання широкого спектру астрофізичних процесів, кажуть дослідники.

Авраам Штейнберг (*Aephraim Steinberg*) разом з колегами з Університету Торонто (Канада) вперше продемонстрували **квантовий аналог стиснення даних у лабораторії**.

Звичайні схеми стиснення даних не можуть застосовуватися для квантової інформації, оскільки вони вимагають вимірювання значень бітів даних, які будуть стиснуті – а сам цей процес руйнує квантову інформацію.

У 2010 році чеські фізики довели, що послідовність однаково підготовлених квантових бітів можна стиснути, хоча і не так сильно, як звичайні дані.

Штейнбергові та його колегам вдалося це зробити в лабораторних умовах – вони вмістили інформацію, яка була в трьох квантових бітах на основі фотонів, у два таких біта.

Метод може прокласти шлях для ефективнішого використання квантової пам'яті та пропонує нову методику тестування квантових пристроїв.

Крістін Деморе (*Christine Démoré*) і Майк Макдональд (*Mike MacDonald*) з Університету Данді (Великобританія), Патрік Дал (*Patrick Dahl*) і Ґабріель Спалдінґ (*Gabriel Spalding*) з Університету Веслі (США) з колегами створили перший **акустичний "притягувальний промінь", який може тягнути об'єкти завдяки звуковій хвилі**.

Це відкриття з галузі наукової фантастики – фізики виявили умови, за яких можливо пересувати об'єкт до джерела вихідного променя, що несе імпульс.

Генератор звукового пучка вистрілює два пучки ультразвукових хвиль у бік об'єкта. Промені мають круглі хвильові фронти, які, викривляючись, створюють імпульс. Коли хвиля потрапляє в ціль, викривлений імпульс спрямовується у вигляді звичайного імпульсу. Деякі з цих імпульсів переадресовуються так, що тягнуть об'єкт у бік джерела внутрішнього імпульсу.

Цю властивість можна застосовувати, наприклад, у медицині, коли треба керувати рідинами і тканинами в живому організмі, або, наприклад, доставляти ліки в точне місце в організмі.

*Опрацював **Хрептак Олександр***
за матеріалами сайту physicsworld.com

Епохальне наукове відкриття: гравітаційні хвилі

Астрономи заглянули майже у самий світанок історії Всесвіту.

Міжнародна команда дослідників на чолі з вченими зі США виявила неспростовні докази гравітаційних хвиль – пульсацій часу–простору, що нагадують брижі на воді, які 13,8 млрд років тому спричинила інфляція (стрімкий, експонентний ріст Всесвіту в першу мить після Великого Вибуху).

Відкриття зробили за допомогою детектора поляризації космічного мікрохвильового фону BICEP2, розташованого на Південному полюсі. Сліди гравітаційних хвиль помітили у космічному мікрохвильовому фоні (*CMB*), або ж так званому реліктовому випромінюванні.

Це доводить те, що гравітація, як й інші фундаментальні сили природи, також має квантову природу. Відтак, залишається зробити ще крок до створення так званої "теорії всього", про яку мріяв Альберт Айнштайн, що полягає в об'єднанні чотирьох фундаментальних сил природи – електромагнетної, гравітаційної, сильної та слабкої – у межах однієї теорії.

ЦЕРН святкує 60-річчя

У вересні 2014 року ЦЕРНу виповнилося 60 років від того часу, коли 1954 року дванадцять європейських держав ратифікували конвенцію про створення Європейської організації ядерних досліджень.

Організацію створили після Другої світової війни. Ініціаторами створення були відомі європейські учені, зокрема Нобелівські лавреати Луї де Бройль і Нільс Бор. У повоєнній Європі було важливо об'єднати зусилля, щоб побудувати міжнародну лабораторію для фундаментальних досліджень. Серед держав-засновників були Бельгія, Данія, Франція, ФРН, Греція, Італія, Нідерланди, Норвегія, Швеція, Швейцарія, Велика Британія та Югославія. Нині членами ЦЕРНу є 21 держава, зокрема США, Японія та Індія беруть участь у науково-дослідних проектах.

Українські науковці співпрацюють із ЦЕРНом із 1993 року, а 2013 року Україна уклала Угоду з Європейською організацією ядерних досліджень щодо надання нашій державі статусу асоційованого члена ЦЕРНу. У вересні 2014 року Верховна Рада України прийняла закон про ратифікацію Угоди між Україною і ЦЕРНом щодо асоційованого члена, його підписав Президент України Петро Порошенко. Це ще один крок України до наукової інтеграції до Європи.

Першими успіхами ЦЕРНу було відкриття 1973 року слабких нейтральних струмів, а згодом (1983) відкриття W- і Z-бозонів. На початку 1989 року дослідник ЦЕРНу Тім Бернерс-Лі (Tim Berners-Lee) створив World Wide Web (перші сервери працювали до кінця 1990 року), а згодом було запущено Великий електрон-позитронний колайдер (LEP). У 2000 році його було демонтовано і на його місці було створено Великий адронний колайдер (ВАК).

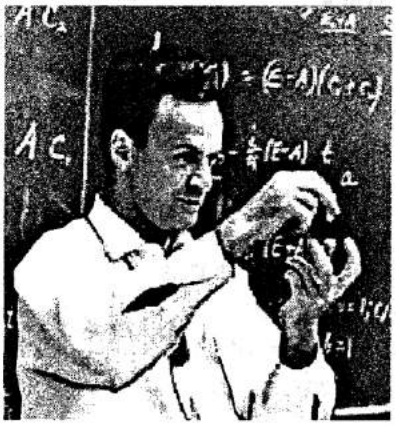
Безсумнівно, ВАК є найвідомішим і успішним проектом ЦЕРНу – роботи почалися ще 1999 року. Уперше колайдер запустили у вересні 2008 року, однак за два дні через несправність магнетів його зупинили. Коллайдер знову запустили в листопаді 2009 року, а за декілька років успішної роботи в липні 2012 року було зафіксовано невловимий бозон Ґіґса.

У лютому 2013 року ВАК було вимкнено для запланованого, капітального ремонту та програми оновлення після успішної трирічної роботи, який працював за енергії 7 ТеВ. Дослідники ЦЕРНу планують поступово перезапустити колайдер весною 2015 року і значно збільшити енергію до 13 тераелектронвольт. Далі будуть проводити інтенсивні тестування. Лише за позитивних результатів запустять колайдер на повну силу.

Директором ЦЕРНу досі був Рольф Гойлер (Rolf Heuer). У грудні 2014 року на грудневій сесії директором ЦЕРНу з січня 2016 року обрали італійського фізика Фабіолу Ґіанотті (Fabiola Gianotti). 2015 рік буде перехідний, де попередній директор передаватиме справи новому. Ф. Ґіанотті працює в ЦЕРНі з 1994 року, була керівником проекту експерименту ATLAS з березня 2009 року до лютого 2013 року, в час, коли було оголошено про відкриття бозона Ґіґса.

Вона є автором понад 500 праць, має велику кількість нагород і почесних ступенів, а також почесне звання професора Університету Единбурґу. Ф. Ґіанотті сказала: "Це велика честь і відповідальність для мене бути обраною наступним директором ЦЕРНу. ЦЕРН є центром наукових знань і джерелом гордості й натхнення для фізиків з усього світу. Це також колиска для технологій та інновацій, джерело знань і освіти, яскравий приклад світової наукової співпраці і миру".

ДИВОВИЖНІ РОЗУМИ[1]



Будучи випускником Прінстонського університету, я працював асистентом-дослідником під керуванням Джона Вілера[2]. Він давав мені завдання, я працював, дуже старався, але справа не рухалася. Тому я повернувся до ідеї, яка у мене була раніше, в Массачусетському технологічному інституті (МТІ).

Ідея полягала в тому, що електрон не діє сам на себе, а діє на інші електрони. Проблема була в тому, що коли струшують електрон, він випромінює енергію, тобто втрачає деяку її частину. Отже, на нього мусить діяти сила. І ця сила відрізняється у двох випадках – коли електрон заряджений і коли він незаряджений[3] (якби сили були однакові, в одному випадку він би втрачав енергію, а в іншому – ні. Але ж не може бути двох різних відповідей в одній і тій же задачі).

За стандартною теорією сила створювалася електроном, яка діяла на самого себе (вона називається силою реакції випромінювання).

У мене ж електрони діяли лише на інші електрони. Досі було зрозуміло, що є труднощі. (У МТІ виникла лише ідея, а проблем я не помітив, але до часу переїзду до Прінстона, я вже знав, у чому проблема.) Я подумав: потрушу цей електрон; це змусить струситися сусіднього електрона, а зворотна реакція сусіднього електрона на перший і буде тією причиною, яка викликає силу реакції випромінювання.

Отже, я зробив деякі обчислення і показав їх Вілеру.

Вілер відразу відповів:

– Ну, це не правильно, тому що ефект змінюється обернено пропорційно до квадрату відстані до другого електрона, а потрібно, щоб взагалі не було залежності ні від якої з цих змінних. Ефект також буде обернено пропорційний до маси другого електрона і пропорційний до його заряду.

Я захвилювався і подумав, що він, мабуть, уже робив це обчислення. Лише згодом я зрозумів, що така людина як Вілер відразу бачить всі ці речі, як тільки даєш йому завдання. Я міг лише обчислювати, а він міг бачити.

Він продовжив:

– Крім того, буде затримка в часі – хвиля повертається із запізненням, – тому все, що Ви описали, – просто відбите світло.

– О, звичайно, – відповів я.

– Та зачекайте, – сказав він, – давайте припустимо, що дія повертається випереджувальною хвилею – діє назад з часом – і встигає якраз до потрібного моменту.

– Ми бачили, що ефект змінюється обернено пропорційно до квадрату відстані, але припустимо, що є багато електронів, вони у всьому просторі, їхня кількість пропорційна до квадрату відстані. Тоді, можливо, нам і вдасться все компенсувати.

З'ясувалося, що все це справді можна зробити. Все вийшло дуже добре і результати дуже добре збігалися.

---

[1]Із книжки Р. Фейнмана "Ви, звичайно, жартуєте, містер Фейнман" ("Surely You're Joking, Mr. Feynman!").

[2]*Джон Вілер* (John Wheeler, 09.07.1911–13.04.2008) – американський фізик-теоретик, член Національної академії наук США, ввів поняття "чорна діра".

[3]*Електронне нейтрино* – разом із електроном є першим поколінням лептонів – одним із трьох видів нейтрино (є ще мюонне нейтрино і тау-нейтрино).

Ця була класична теорія, яка могла б бути правильною, навіть якщо вона й відрізнялася від максвелівської або лоренцевої стандартної теорії. У ній не було жодних проблем з нескінченною самодією, і вона була хитромудрою. У ній були взаємодії і затримки, випередження і запізнювання з часом, – ми назвали це піввипереджувальними-півзапізнювальними потенціалами.

Вілер і я подумали, що наступне завдання – перехід до квантової теорії, в якій були труднощі (як я думав) із самодією електрона.

Ми розраховували, що позбувшись труднощів спочатку в класичній фізиці та розвинувши далі з цього квантову теорію, ми могли б і її привести в порядок.

Тепер, коли ми отримали правильну класичну теорію, Вілер сказав:

– Фейнман, Ви – молодий науковець, маєте виступити на семінарі. Вам потрібно набиратися досвіду виступати з доповідями. Тим часом я розроблю квантову частину і згодом організую семінар на цю тему.

Отже, це мала бути моя перша практична доповідь. Вілер домовився з Ю. Вігнером[4], щоб мою доповідь поставили у план постійних семінарів.

За день чи два до доповіді я побачив Вігнера в коридорі.

– Фейнман, – сказав він, – я думаю, що дослідження, яке Ви проводите з Вілером, дуже цікаве, тому я запросив на семінар Генрі Рассела[5].

Г. Рассел, був на той час уже відомим астрономом, мав прийти на мою доповідь!

Вігнер продовжував:

– Я думаю, професор фон Нейман також зацікавиться.

Джон фон Нейман[5] був найвідомішим у світі математиком.

– І професор Паулі приїжджає зі Швейцарії, так вже вийшло, я і його запросив прийти.

Паулі був дуже знаменитим фізиком, і я відчуваю, що стаю жовтим.

Нарешті, Вігнер сказав:

– Професор Айнштайн дуже рідко відвідує наші щотижневі семінари, та Ваша робота така цікава, що я запросив його спеціально, так що він також буде.

Тут я, мабуть, позеленів, бо Вігнер сказав:

– Ні, ні, не хвилюйтеся! Втім, потрібно попередити Вас, що якщо професор Рассел засне – а він безсумнівно засне, – це не означає, що семінар поганий. Він засинає на всіх семінарах. З іншого боку, якщо професор Паулі киває головою увесь час і здається, що він з усім погоджується, не звертайте уваги. Просто у професора Паулі нервовий тік.

Я повернувся до Вілера і назвав йому всіх великих, знаменитих людей, які збираються прийти на доповідь, яку він змусив мене зробити, і сказав йому, що дуже хвилююся.

– Все в порядку, – відповів той. – Не турбуйтеся. Я буду відповідати на всі запитання.

Отже, я підготував доповідь, і коли прийшов призначений день, увійшов і зробив щось таке, що часто роблять молоді науковці, які не мають досвіду виступати, – я списав дошку занадто великою кількістю формул. Бачите,

[4]*Юджин Пол Вігнер* (Eugene Paul Wigner, 17.11.1902–01.01.1995) – американський фізик угорського походження. Нобелівський лауреат 1963 року за внесок в теорію атомного ядра та елементарних частинок.

[5]*Генрі Норріс Расселл* (Henry Norris Russell, 25.10.1877–18.02.1957) – американський астроном, член Національної АН США.

[6]*Джон фон Нейман* (John von Neumann, 28.12.1903–08.02.1957) – американський математик угорського походження, що зробив значний внесок у квантову фізику, функціональний аналіз, теорію множин, інформатику, економічні науки та в інші численні розділи знання. Він став засновником теорії ігор разом із Оскаром Морґенштерном 1944 року. Розробив архітектуру (так звану "архітектуру фон Неймана"), яку використовують в усіх сучасних комп'ютерах.

хлопець не знає, що можна просто сказати: "Звичайно, це змінюється обернено пропорційно, а це відбувається так..." – адже кожен, хто слухає, вже це знає, вони можуть бачити це. Але він не знає. І може отримати відповідь лише після того, як насправді приведе всю алгебру. Звідси – стоси формул.

Коли я перед початком семінару писав ці формули всюди на дошці, увійшов Айнштайн і люб'язно сказав:

– Привіт, я прийду на ваш семінар. Але спочатку, де ж чай?

Я привітався з ним і продовжував писати формули.

Тоді прийшов час виступати із доповіддю, і ось всі ці дивовижні розуми переді мною, в очікуванні!

Моя перша практична доповідь і в такій авдиторії! Та вони просто вичавлять мене як мокру ганчірку! Я дуже добре пам'ятаю, як тремтіли руки, коли я витягував свої записи із коричневого конверта.

Та далі сталося диво, як це траплялося знову і знову в моєму житті, і це велика удача для мене.

Тоді, коли я починаю думати про фізику і треба сконцентруватися на тому, що я пояснюю, ніщо інше більше не займає мою голову – повний імунітет до нервового стану. Так що після того як я почав виступати, я вже не пам'ятав, хто був у кімнаті. Я лише пояснював ідею, і це все.

Семінар закінчився, почався час, відведений для запитань. Найперше Паулі, що сидів поруч з Айнштайном, встає і заявляє:

– Я не думай, що ця теорія може бути правильна, тому що те-то, те-то й те-то", – і він повертається до Айнштайна і каже: "Ви погоджуєтеся, чи не так, професоре Айнштайн?"

Айнштайн каже:

– Ні-і-і! – таке миле, яке звучить німецькою "Найн" – дуже ввічливо. – Я думаю, що буде дуже важко створити відповідну теорію для гравітаційної взаємодії.

Він мав на увазі загальну теорію відносності, яка була його дітищем. Він продовжував:

– Оскільки на цей раз у нас не так уже й багато експериментальних даних, я незовсім впевнений у правильності гравітаційної теорії.

Айнштайн розумів, що ситуація могла б відрізнятися від того, що стверджувала його теорія. Він був дуже терпимий до інших ідей.

Як би я хотів, щоб те, що сказав Паулі, запам'яталося – через роки з'ясувалося, що теорія незадовільна з переходом до квантового варіанту. Можливо, ця велика людина відразу зауважила найважливіше і хотіла пояснити її мені в своєму запитанні, а я настільки розслабився нагодою не відповідати на запитання, що фактично й не слухав їх уважно.

Я добре пам'ятаю, як ми з Паулі піднімалися сходами Палмеровської бібліотеки і він запитав у мене:

– А що Вілер збирається сказати про квантову теорію, коли він буде доповідати?

Я відповів:

– Не знаю. Він не ділився зі мною. Він працює над цим сам.

– О? – сказав він. – Керівник працює і не розповідає своєму асистентові, що він робить з квантової теорії?

Він підійшов ближче до мене і сказав тихим голосом змовника:

– Вілер ніколи не виступить з цим на семінарі.

І це правда. Вілер не зробив доповіді. Він думав, що буде легко розробити квантову частину теорії, вважаючи, що вона майже вже у нього "в кишені". Та це було не так. І до часу передбачуваного семінару він усвідомив, що не знає, як це зробити, а, отже, йому нема з чим доповідати.

Я також не розв'язав цю задачу – квантову теорію напіввипереджувальних, напівзапізнювальних потенціалів – хоча я працював над нею багато років.

ВИДАТНИЙ АСТРОНОМ – ЯН ГЕВЕЛІЙ

Микола Шопа,
Ґданський політехнічний університет (Польща)

Портрет Яна Гевелія (1677)

Жоден учений у XVII сторіччі не був так відомий як Ян Гевелій. Його досягненнями цікавилися не лише інші астрономи, а й монархи.

Ян Гевелій (нім. Johannes Hevelcke, пол. Jan Heweliusz) народився 28 січня 1611 року у Ґданську (нині Польща) – видатний астроном, автор перших карт Місяця, конструктор телескопів.

Я. Гевелій походить з багатої німецької сім'ї пивоварів. Його предки поселились у Ґданську ще 1526 року. Спершу вони були купцями, а згодом його прадід зі своїм братом заснували пивоварню.

Батько Гевелія успадкував пивоварний завод. У їхній сім'ї було десятеро дітей, четверо з яких померли ще в дитинстві, найстарішим з них був Ян. Його батько хотів аби син студіював право і економіку та згодом продовжив сімейний бізнес.

Ян Гевелій 1618 року почав навчатися у Ґданській академічній гімназії, де під впливом професора Петера Крюґера (Peter Krüger), учня відомих в Європі астрономів Йоганна Кеплера і Тихо Браге, зацікавився астрономією. Тоді ж він побудував свої перші інструменти.

У січні 1622 року Гевелій вступив до університету Кеніґсберга на факультет вільних мистецтв, та 1627 року повернувся до Академічної гімназії, де продовжував поглиблювати свої знання.

Я. Гевелій відвідав Прагу, де ознайомився з обсерваторією Тихо Браге, в Нідерландах, Англії та Франції вивчав юриспруденцію і вдосконалював свої знання з оптики та механіки. Та навіть тоді кожну вільну хвилину присвячував астрономії. Зрештою, перервавши навчання, після двох років подорожей, повернувся до Ґданська.

У 1631–1634 роках Гевелій подорожував по Англії та Франції. Там він познайомився з провідними вченими того часу. З багатьма з них продовжував стосунки, вів жваве листування, дехто з них відвідав його обсерваторію в Ґданську.

Повернувшись до Ґданська, Гевелій взявся керувати пивоварними заводами.

Я. Гевелій у 24-річному віці (1635) одружився на доньці багатого пивовара Кетрін Ребешке (Katarzyna Rebeschke), родина якої мешкала по сусідстві. Як придане батько Кетрін віддав доньці два будинки і пивоварню. Коли помер батько Гевелія, він об'єднав обидві компанії, там почали виробляти пиво дуже доброї якості. Його результати у пивоварному бізнесі високо оцінили й 1643 року Гевелія прийняли до Гільдії пивоварів Ґданська.

Водночас Гевелій брав активну участь у громадському житті, був присяжним і муніципальним радником у Раді Ґданська. Як радник він використовував герб із зображенням журавля, що символізував витривалість, пильність і увагу.

Займаючись пивоварінням, Гевелій ніколи не відмовлявся від свого захоплення астрономією. У 30-річному віці він вирішив посвятити цьому увесь свій час. На дахах своїх будинків 1639 року дослідник побудував обсерваторію, де розмістив інструменти для досліджень, які сам виготовив. З часом його обсерваторія стала найбільшою в світі та найкраще оснащеною в Європі, яку відвідували відомі вчені та королі. Там Гевелій вивчав рухи небесних тіл, створював карти Місяця і сузір'їв.

Ян Гевелій був дуже старанним і уважним спостерігачем. Він придумав десятки різних способів спостереження за небесними тілами.

Карта Місяця Гевелія

Результати його спостережень були опубліковані у декількох книжках, деякі з яких нарахували кілька сотень сторінок. Його знаменита книжка "Селенографія" (1647) користувалася великим успіхом по всій Європі. Вона присвячена Місяцеві, там міститься 40 малюнків різних фаз Місяця, майже 600 деталей поверхні Місяця. У праці є результати спостережень Сонця і планет Меркурія, Венери, Юпітера і Сатурна. Це було найкраще дослідження Місяця на той час, і різні дослідники використовували їх упродовж наступних 150 років.

Я. Гевелій ще 1652 року застосував маятник для спостереження сонячного затемнення за два роки до подачі заявки Гюйгенса на маятниковий годинник. З великою цікавістю спостерігав за кометами, чотири з яких сам відкрив. Першим серед астрономів зауважив, що комети рухаються не по прямих лініях, як це вважав на початку XVII сторіччя Кеплер, а по вигнутих траєкторіях.

Особливо велику заслугу перед наукою зробив Гевелій, як дослідник положення зір. Хоча він визначав положення зір за допомо-

Ян Гевелій з дружиною Елізабет в обсерваторії

гою інструментів без телескопів, точність спостережень не поступалася тим, де використовували телескопи.

У Квадранті кола (Quadrant), який він зробив, була шкала з поділками 5'. Ця величина трималася кілька десятиріч, перш ніж Тихо Браге створив кола з поділками через кожні 10'. Результатом спостережень став створений ним Каталог положень 1564 зір, перевагою якого було те, що вперше зорі було віднесено до небесних тіл, а не до екліптики.

Я. Гевелій був одним з перших спостерігачів подвійних зір. Він 1658 року відкрив нову зорю у подвійній, як α Козерога (Capricorni) і 61 Лебедя (Cygni), у 1648–1662 роках проводив спостереження довгострокових змін в яскравості змінних зір, що називають о Центавра (о Ceti).

Рік 1662 видався для Я. Гевелія дуже важким. Померла його дружина Кетрін. Дітей вони не мали. Сім'я дружини докучала йому справами про спадок. Учений почувався дуже самотнім. І він вирішив одружитися вдруге. Його обраницею стала молода, з доброю освітою Елізабет Купман (Elżbieta Koopmann), донька багатого купця. Ученому на той час було 52 роки, його нареченій – 16. Багато мешканців Ґданська осуджували цей шлюб.

Та любов до астрономії об'єднала їх. Невдовзі Елізабет стала самостійним дослідником зоряного неба і, напевно, першою жінкою-астрономом. Її ім'я нині носить кратер на Венері та мала планета № 12625.

Їхній шлюб був вдалим і щасливим. У них народилося три доньки. Його син, який народився першим, помер ще в дитячому віці.

Маючи потяг до знань, його дружина розуміла чоловіка і стала йому найближчим помічником в обсерваторії. Гевелій ще з більшим завзяттям взявся працювати. За участю дружини учений почав досліджувати комети і 1668 року видав книжку "Кометографія" (Cometographia), яка містила понад тисячу сторінок. Вона складалася з 54 карт для кожного сузір'я та двох півсфер неба.

У ній учений подав своє бачення на природу комет і описав комету, яку він спостерігав у 1652, 1661, 1664 та 1665 роках. У доданих таблицях зібрано інформацію про майже 250 комет від найдавніших часів, що містилися в астрономічних, історичних і філософських працях.

Гевелій виділив на небі 11 нових сузір'їв, даючи їм нові імена. Гончі Пси, Жираф, Ящірка, Малий Лев, Секстант, Одноріг, Лисичка, Щит Собеського (нині Щит) використовують й досі, вони були схвалені Міжнародним астрономічним союзом.

Книжку "Кометографія" автор присвятив французькому королю Людовику XIV.

У фундаментальній праці М. Колестіса (Machinae Coelestis) "Будова неба. Частина перша", що була опублікована 1673 року, описано астрономічні прилади Гевелія, його багато оснащену обсерваторію, історію астрономії.

Автор книжки описав найбільший інструмент Гевелія – трубу довжиною 46 м, підвішену на жердині висотою 30 м. Труба телескопа не мала суцільного тубуса, лише ажурний. Його було встановлено на галявині перед Олівською брамою. Зроблено вражаюче, але Гевелій рідко ним користувався, бо той був дуже незручним у користуванні.

Також варто звернути увагу на великий квадрант азимут, – дуже толково зроблений інструмент, описано його у тій же праці. Радіус квадранта був 1,5 м, а радіус азимута кола 0,5 м. На його побудову пішло дуже багато часу. Почали будівництво ще 1618 року – для учителя Я. Гевелія Петера Крюґера, а закінчив будівництво вже Гевелій 1644 року. Крім класичних проектних рішень, він використав у ньому мікрометричний гвинт, що значно підвищило точність вимірювань.

Більшість своїх спостережень Гевелій проводив неозброєним оком, без використання телескопів. Це були спостереження за положенням небесних тіл. Звичайно, за рухом Сонця, Місяця, планет, комет на початку XVII сторіччя спостерігали за допомогою телескопів.

Результатом багаторічних астрономічних спостережень стало створення каталогу розташувань понад 1500 зір. За успішні дослідження 1664 року Я. Гевелія прийняли в члени Королівського товариства в Лондоні. Це був перший іноземний член цього Товариства. У Державному архіві Ґданська зберігається диплом. Учений на той час вже був відомий і авторитетний у Європі, про що свідчить те, що 1669 року йому запропонували очолити обсерваторію в Парижі, яку щойно було побудовано. Однак той відмовився.

Гевелій також поводив власні спостереження сонячних плям, щоб визначити період

Карта зоряного неба Гевелія

обертання Сонця. Результати спостереження Гевелія сонячних плям у 1642–1679 роках важливі й мають велике значення для астрономії й сьогодні.

Спостереження Гевелій проводив без перерви майже 40 років.

У 1679 року ученого спіткала ще одна біда – сталася велика пожежа, яка знищила всі їхні будинки, обсерваторію та дорогоцінні інструменти. З часом, вдалося відновити обсерваторію, та значну кількість обладнання було втрачено.

Італійський астроном Ґалілео Ґалілей 1609 року досліджував небо за допомогою телескопа, який також побудував сам. Телескоп був маленький і давав невелике збільшення, але відкрив абсолютно нові можливості для вивчення таємниць неба. Навіть дивлячись на Місяць, у ньому було видно високі гори і великі пласкі ділянки, неправильно витлумачені, як море. Ґалілей відкрив також чотири супутники Юпітера, який був вагомим аргументом на користь геліоцентричної теорії Коперника.

Другим аргументом, доводячи справедливість теорії Коперника, було спостереження фази Венери, які можуть виникнути тільки тоді, якщо Венера обертається довкола Сонця, а не Землі, як у геоцентричній теорії.

Сторіччя минули від перших спостережень, проведених Ґалілеєм, до сучасних оптичних досліджень. Учені створювали щораз потужніші телескопи, а їхнє удосконалення давало змогу досліджувати дуже далекі небесні тіла.

Картами Місяця, які створив Гевелій, користувалися аж до середини XIX сторіччя, коли були створені вже досконаліші.

Дослідження Гевелій проводив на 39-метровому телескопі, що дуже дивував фахівців, які згодом вивчали результати досліджень ученого.

Жоден учений у XVII сторіччі не був так відомий як Ян Гевелій. Його досягненнями цікавилися не лише інші астрономи, а й монархи. Ученого підтримували польські королі Ян Казимир і Ян III Собеський, іменем якого Гевелій назвав одне із відкритих ним сузір'їв "Щит Собеського". Навіть наймогутніший на той час правитель у Європі – король Франції Людовик XIV, вважав за доцільне спонсорувати дослідження астронома. Гевелія було долучено до елітної групи вчених. До цієї когорти учених мали честь долучитись 56 осіб зі світу науки і мистецтва.

Ян Гевелій помер у день свого народження 28 січня 1687 року, маючи 76 років.

Його книжку "Атлас небесних тіл" ("Atlas Ciał Niebieskich"), яка була підсумком наукових досліджень усього його життя, підготувала і надрукувала його дружина Елізабет вже після смерті ученого.

В історичному центрі Ґданська в костелі Святої Катерини збереглася надгробна плита, під якою похований учений. Напис на плиті добре зберігся. Разом з астрономом, також лежать останки його другої дружини Елізабет Купман.

Пам'ятник Янові Гевелію, який було відкрито у Ґданську 2006 року

Збереглися фрагменти телескопа Гевелія, який був розташований на лузі неподалік від Ґданська (біля брами Олівської).

На честь астронома названо астероїд 5703 Гевелій, що був відкритий 15 листопада 1931 року.

Великого астронома шанують і пам'ятають мешканці Ґданська й досі, про що свідчать опитування про найвидатнішого мешканця Ґданська за тисячоліття, яке провів 2000 року щомісячник "30 днів" серед мешканців міста. Ян Гевелій посів почесне перше місце.

У 2006 році у Ґданську було відкрито пам'ятник Яну Гевелію.

З нагоди 400-річчя від дня народження ученого 2011 рік Польща оголосила роком Яна Гавелія.

Пошта Польщі 2011 року ввела в обіг пам'ятну поштову марку з його зображенням.

ЗАКОН ДОДАВАННЯ ШВИДКОСТЕЙ ТА МОМЕНТ ІМПУЛЬСУ

Олег Орлянський,
кандидат фізико-математичних наук,
Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара

У попередніх статтях[1] за допомогою додавання швидкостей ми знайшли вирази для імпульсу та енергії, як фізичних величин, для яких виконуються закони збереження.

Спробуємо тепер знайти фізичну величину L, яка була б пов'язана з обертанням і для якої також виконувався б закон збереження.

Розглянемо найпростіший випадок – рух матеріальної точки.

Якщо зовнішні сили не діють, матеріальна точка рухається рівномірно і прямолінійно, що є проявом закону інерції або окремим випадком закону збереження імпульсу. Рівномірний прямолінійний рух у нашому Всесвіті є природньою властивістю вільних від зовнішнього впливу тіл. Як і імпульс, фізична величина L при цьому також має зберігатися.

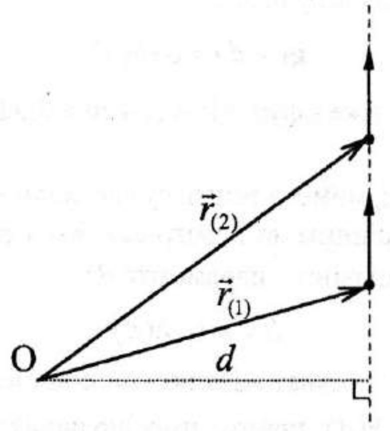


Рис. 1

[1]Читайте у журналі "Світ фізики", 2012. – № 1. – с. 39–45; "Світ фізики", 2012. – № 3. – с. 14–19.

На рис. 1 зображено два послідовні положення матеріальної точки. Її маса m та швидкість $\vec{\upsilon}$ не змінюються. Змінюється лише радіус-вектор $\vec{r}$, який, супроводжуючи матеріальну точку, повертається і збільшує свою довжину. Від чого має залежати L, щоб характеризувати положення та рух матеріальної точки, але подібно до імпульсу не змінюватись? Зазначимо, що зміна радіус-вектора відбувається так, що його проекція d на перпендикуляр до напрямку руху частинки залишається сталою.

Отже, у загальному випадку L може залежати від m, υ, d, тобто бути функцією трьох змінних:

$$L = f(m, \upsilon, d). \tag{1}$$

Зрозуміло, що коли всі три величини m, υ, d сталі, як у розглянутому вище випадку, стале значення матиме і їхня функція

$$L = f(m, \upsilon, d).$$

З'ясуємо тепер вигляд цієї функції.

Можна уявити, що частинка масою m складається з двох частинок масами m_1 і m_2. Тоді значення фізичної величини L, яку будемо називати моментом імпульсу, можна розрахувати двома способами, як момент імпульсу однієї частинки масою $m = m_1 + m_2$ і як сума моментів імпульсу частинки масою m_1 і частинки масою m_2:

$$f(m_1 + m_2, \upsilon, d) = \\ = f(m_1, \upsilon, d) + f(m_2, \upsilon, d). \tag{2}$$

Останнє рівняння виконується для довільних m_1 і m_2 тільки у випадку, коли маса входить у функцію $f(m, \upsilon, d)$ у вигляді множника:

$$f(m, \upsilon, d) = m \cdot g(\upsilon, d),$$

де нова функція $g(\upsilon, d)$ залежить уже від двох змінних.

Справді, рівняння (2) виконується тепер як тотожність:

$$(m_1 + m_2)g(\upsilon, d) = m_1 g(\upsilon, d) + m_2 g(\upsilon, d).$$

Вираз для моменту імпульсу

$$L = m \cdot g(\upsilon, d)$$

дещо спрощується.

З'ясуймо тепер як залежить момент імпульсу від швидкості. Для цього спочатку розгляньмо рух у площині XOY. Під час руху частинки радіус-вектор, протягнутий до неї з початку координат точки *O*, повертається. Він може повертатися проти годинникової стрілки, як зображено на рис. 1, а може й за, якщо, наприклад, на рис. 1 поміняти напрямок швидкості.

Щоб розрізнити один рух від іншого, домовимось вважати, що момент імпульсу

$$L = m \cdot g(\upsilon, d)$$

є додатним, коли радіус-вектор повертається проти годинникової стрілки, і від'ємним, коли за годинникової стрілкою.

Якщо ж тіло не рухається $(\upsilon = 0)$, радіус-вектор не повертається, і момент імпульсу дорівнює нулеві,

$$L = m \cdot g(0, d) = 0.$$

Припустимо, що два астронавти масами m_1 і m_2 перебували один поряд з іншим у стані спокою, тобто мали нульові початкові імпульс та момент імпульсу. Після того, як вони відштовхнулися один від одного й полетіли в протилежних напрямках, перший набув швидкості υ_1, а другий – υ_2. Але внаслідок законів збереження загальний імпульс і момент імпульсу не змінилися, отже,

$$\begin{cases} 0 = m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2, \\ 0 = m_1 g(\upsilon_1, d) - m_2 g(\upsilon_2, d) \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon_2, \\ m_1 g(\upsilon_1, d) = m_2 g(\upsilon_2, d). \end{cases}$$

Зазначимо, що прицільний параметр d обох тіл однаковий, оскільки вони рухаються вздовж однієї прямої. Якщо тепер поділити друге рівняння останньої системи на перше, отримаємо:

$$\frac{g(\upsilon_1, d)}{\upsilon_1} = \frac{g(\upsilon_2, d)}{\upsilon_2}. \qquad (3)$$

Швидкості υ_1 і υ_2, що входять до рівняння (3), можна змінювати незалежно, варіюючи масами тіл, і силою поштовху. На математичному рівні це означає, що зафіксувавши υ_1, а водночас і ліву частину рівняння (3), можна продовжувати змінювати υ_2. Права частина рівняння (3), що залежить від υ_2, при цьому не може змінюватись, оскільки дорівнює незмінній лівій частині.

Відтак відношення $g(\upsilon, d)/\upsilon$ не залежить від швидкості, тобто

$$g(\upsilon, d) = \upsilon \cdot h(d),$$

де $h(d)$ вже є функцією тільки однієї змінної d.

Отже, момент імпульсу частинки має бути пропорційним до її імпульсу $m\upsilon$ і залежати від прицільного параметру d:

$$L = m\upsilon \cdot h(d).$$

Щоб з'ясувати вигляд поки що невідомої функції $h(d)$, припустимо, що наші астронавти спочатку рухались разом уздовж прямої, яка проходить через початок координат, віддаляючись від точки *O* з деякою початковою швидкістю $\vec{\upsilon}$.

Оскільки радіус-вектор при цьому нікуди не повертався, початковий момент імпульсу астронавтів дорівнював нулеві. Далі вони відштовхнулися і розлетілися зі швидкостями $\vec{\upsilon}_1$ і $\vec{\upsilon}_2$ під кутами α_1 і α_2 до попереднього напрямку руху (рис. 2).

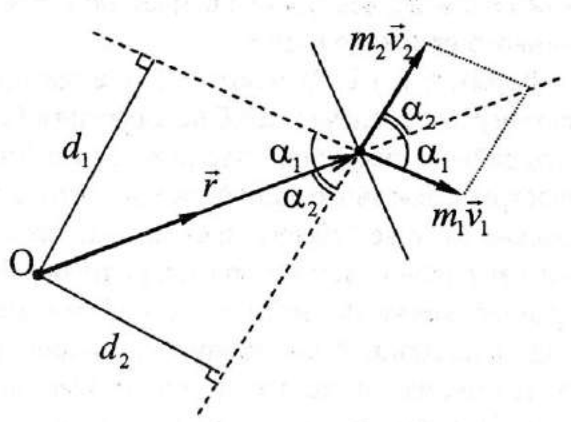


Рис. 2

З рисунку видно, що їх прицільні параметри після розльоту дорівнюють:

$$d_1 = r\sin\alpha_1 \text{ і } d_2 = r\sin\alpha_2,$$

де r – довжина радіус-вектора.

Отже, із закону збереження моменту імпульсу знаходимо:

$$m_1\upsilon_1 \cdot h(r\sin\alpha_1) = m_2\upsilon_2 \cdot h(r\sin\alpha_2). \quad (4)$$

З проекції закону збереження імпульсу

$$(m_1 + m_2)\vec{\upsilon} = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2$$

на напрям, перпендикулярний до початкового напряму руху, знаходимо

$$m_1\upsilon_1\sin\alpha_1 = m_2\upsilon_2\sin\alpha_2. \quad (5)$$

Поділимо обидві частини рівняння (4) на відповідні частини рівняння (5):

$$\frac{h(r\sin\alpha_1)}{\sin\alpha_1} = \frac{h(r\sin\alpha_2)}{\sin\alpha_2}. \quad (6)$$

Як у випадку зі швидкостями (див. аналіз рівняння (3)), ліва частина рівняння (6) залежить від однієї змінної α_1, а права від іншої α_2. Фіксуючи одну змінну, наприклад, кут α_1, і змінюючи α_2, приходимо до висновку, що відношення $\frac{h(r\sin\alpha)}{\sin\alpha}$ не залежить від кута α. Це можливо, якщо функція $h(d)$ прямо пропорційна до свого аргументу, тобто з точністю до сталого множника дорівнює йому:

$$h(d) = d \quad \text{або} \quad h(r\sin\alpha) = r\sin\alpha.$$

Справді, підставляючи останній вираз у (6), після скорочення отримуємо тотожність $r = r$.

Отже, з нашого невеликого дослідження можна зробити висновок, що пов'язана і з рухом, і з положенням частинки фізична величина, для якої виконується закон збереження, може залежати від маси m частинки, її швидкості υ, довжини радіус-вектора r і кута α між ним та швидкістю тільки у вигляді такого добутку:

$$L = m\upsilon r\sin\alpha. \quad (7)$$

Цю фізичну величину називають моментом імпульсу. Формулу (7) можна записати по різному, а за різними записами розглედіти різні інтерпретації. Розуміння цих інтерпретацій потрібне для опанування фізичним змістом моменту імпульсу та вміння невимушено і легко використовувати його під час розв'язування складних задач.

Отже, **інтерпретація перша**.

У формулі (7) зробимо заміни:

$$m\upsilon = p \quad \text{і} \quad r\sin\alpha = d,$$

де p – імпульс частинки; d – прицільний параметр, найкоротша відстань від точки O до лінії, що проходить через вектор імпульсу, або, іншими словами, це проекція радіус-вектора на напрям, перпендикулярний до імпульсу, тобто

$$d = r_{\perp}.$$

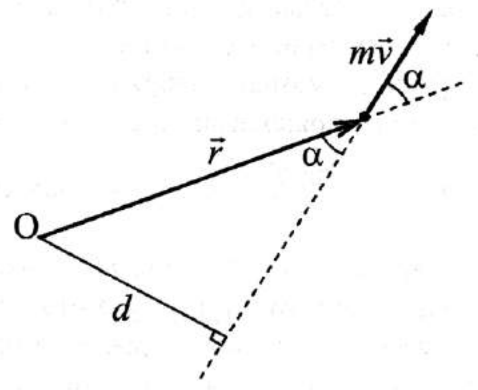


Рис. 3

Момент імпульсу є добутком імпульсу на прицільний параметр

$$L = pd = pr_{\perp} \qquad (8)$$

аналогічно як момент сили $M = Fd$, який є добутком сили на плече. Зазначимо, що плече сили і прицільний параметр визначають однаково і мають подібний зміст.

Друга інтерпретація.

Віднесемо $\sin\alpha$ у формулі (7) не до відстані, а до імпульсу, тобто

$$L = r \cdot p\sin\alpha .$$

Що таке $p\sin\alpha$?

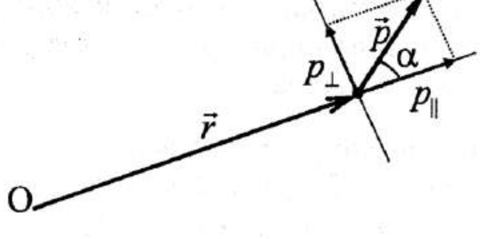


Рис. 4

Із рис. 4 бачимо, що це проекція імпульсу на напрям, перпендикулярний до радіус-вектора,

$$p\sin\alpha = p_{\perp} .$$

Отже,

$$L = r\,p_{\perp} . \qquad (9)$$

Формули (8) і (9) легко запам'ятати.

Є два вектори: радіус-вектор $\vec{r}$ та вектор імпульсу $\vec{p}$.

Момент імпульсу L дорівнює добутку довжини одного з векторів на перпендикулярну до нього проекцію іншого.

Формули (8) і (9) мають різну ефективність у різних задачах. Щоб не витрачати багато зайвого часу слід володіти обома. Для ілюстрації сказаного, спробуємо довести, що момент імпульсу зберігається під час пружного зіткнення двох матеріальних точок. Як і раніше, вважатимемо, що рух відбувається в одній площині. Крім закону збереження імпульсу під час пружного зіткнення зберігається кінетична енергія системи частинок.

Отже маємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{\upsilon}_1' + m_2\vec{\upsilon}_2', \\ \dfrac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \dfrac{m_2\upsilon_2^2}{2} = \dfrac{m_1\upsilon_1'^2}{2} + \dfrac{m_2\upsilon_2'^2}{2}. \end{cases} \qquad (10)$$

За формулою (8) закон збереження моменту імпульсу матиме вигляд:

$$m_1\upsilon_1 d_1 + m_2\upsilon_2 d_2 = m_1\upsilon_1' d_1' + m_2\upsilon_2' d_2' . \qquad (11)$$

Здається неймовірним, що чотири найкоротші відстані d_1, d_2, d_1', d_2' до ліній руху частинок до і після їхньої взаємодії пов'язані співвідношенням (11), оскільки закон збереження моменту імпульсу має виконуватись за будь-яких мас m_1, m_2 частинок, будь-яких початкових швидкостей υ_1, υ_2 та їхніх напрямків, будь-якої відстані r до точки зіткнення частинок.

Як використати систему (10), щоб довести (11)?

Не будемо блукати у темряві, сподіваючись, що наприкінці математичних перетворень все дивовижно скоротиться. Доведемо все усно, скориставшись записом моменту імпульсу у формі (9):

$$L = rp_{\perp}.$$

У точці зіткнення всі частинки віддалені від початку координат на однакову відстань r.

Отже, закон збереження моменту імпульсу $rp_{1\perp} + rp_{2\perp} = rp'_{1\perp} + rp'_{2\perp}$ після скорочення на r зводиться до закону збереження імпульсу, а точніше до його проекції на напрямок, перпендикулярний до радіус-вектору точки зіткнення.

Відтак, друге рівняння системи (10) виявилось зайвим. Це означає, що закон збереження моменту імпульсу, власне, як і закон збереження імпульсу, виконується за будь-яких зіткнень, не обов'язково пружних. Формула (9) дає змогу також дійти до дуже важливого висновку: центральна сила, тобто сила, що діє вздовж радіус-вектору, в напрямку нерухомого початку координат, не може змінити момент імпульсу. Уявімо, що на частинку короткочасно подіяла сила, спрямована вздовж радіус-вектора, відбувся своєрідний зовнішній поштовх уздовж напрямку "початок координат – частинка". Така сила змінить повздовжню складову імпульсу $p_{\parallel}$ частинки і залишить незмінною перпендикулярну $p_{\perp}$.

Отже, завдяки дії цієї сили момент імпульсу $L = rp_{\perp}$ не зміниться. Далі частинка рухається за інерцією до наступного поштовху. Під час рівномірного прямолінійного руху узгоджено змінюється відстань r і перпендикулярна складова імпульсу $p_{\perp}$ так, що їхній добуток $L = rp_{\perp}$ залишається незмінним. Це цілком очевидно з формули (8) $L = pd = pr_{\perp}$, оскільки ні імпульс, ні прицільний параметр не змінюються. Внаслідок ланцюжка таких поштовхів і вільних рухів ми отримаємо ламану траєкторію частинки, момент імпульсу якої зберігається. За необмеженого збільшення кількості поштовхів за одиницю часу (з відповідним зменшенням їхньої інтенсивності) матимемо гладку траєкторію і центральну силу, дія якої, у певному сенсі, може вважатися неперервною.

Отже, центральна сила, не змінює момент імпульсу тіла. Рух планет довкола Сонця відбувається насамперед завдяки сонячному тяжінню. Маса Сонця значно перевищує масу всіх планет, разом узятих. Сонце розташоване у центрі сонячної системи, і сили, з якими воно притягує до себе інші тіла, є центральними. Виходить, що планети рухаються зі сталими моментами імпульсу відносно Сонця, і на запитання: "У скільки разів найбільша швидкість планети перевищує її найменшу швидкість?" легко дати таку відповідь: "У стільки ж разів, у скільки найбільша відстань від неї до Сонця перевищує найменшу".

Як відомо, планети рухаються за еліпсами. У найближчій і найвіддаленішій точках, імпульси перпендикулярні до радіус-векторів, тому за законом збереження моменту імпульсу

$$m\upsilon_{max}r_{min} = m\upsilon_{min}r_{max}$$

або

$$\frac{\upsilon_{max}}{\upsilon_{min}} = \frac{r_{max}}{r_{min}}.$$

Ми переконалися у загальній перевазі використання формули (9) над (8).

Розгляньмо тепер інший приклад, де, навпаки, перевага формули (8) над (9) буде беззаперечною.

У багатьох задачах з астрономічним змістом розглядається зближення або навіть зіткнення тіл, відстань між якими на початку була досить великою.

Розв'яжімо, наприклад, таку задачу.

На відстані, що набагато перевищує радіус Землі, помічено астероїд, який має швидкість $\upsilon_0 = 4$ км/с відносно Землі. Якби Земля гравітаційно не впливала на рух астероїда, той би пролетів на висоті двох земних радіусів над її поверхнею без будь-якої загрози для земних мешканців. Визначіть мінімальну відстань, на яку астероїд наблизиться до центру Землі з урахуванням її впливу. Вважайте, що перша космічна швидкість є $\upsilon_1 = 8$ км/с.

Оскільки маса Землі значно перевищує масу астероїда, зміною її швидкості завдяки взаємодії з астероїдом можна знехтувати і вважати Землю нерухомою.

Далі скористаємося законами збереження енергії та моменту імпульсу відносно центру планети.

Виникає запитання: як записати момент імпульсу, коли астероїд далеко від Землі?

За формулою (9):

$$L = rp_{\perp}.$$

Відстань r дуже велика і точно невідома, проекція імпульсу $p_{\perp}$ завдяки малого кута, має бути малою, але як її знайти, якщо кут визначається через відстань? Звичайно, можна зробити малюнок, розібратися у нескладній геометрії, і врешті-решт з'ясувати, що всі невідомі скорочуються, та краще миттєво знайти відповідь за формулою (8):

$$L = pd = pr_{\perp}.$$

Імпульс астероїда $p = m\upsilon_0$, а прицільний параметр $d = 3R$ – відстань, на якій пролетів би повз центр Землі астероїд, якби та не впливала на нього гравітаційно.

Отже, маємо два рівняння.

Закон збереження моменту імпульсу:

$$3Rm\upsilon_0 = r_{\min} m\upsilon_{\max}$$

і закон збереження енергії

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2} = \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2} + \left(-\frac{GMm}{r_{\min}}\right).$$

З першого рівняння підставимо швидкість

$$\upsilon_{\max} = 3R\upsilon_0 / r_{\min}$$

у друге і, врахувавши

$$\upsilon_1^2 = \frac{GMm}{R},$$

позбавимось маси Землі.

Отримуємо квадратне рівняння

$$x^2 + 8x - 9 = 0,$$

де $x = r_{\min}/R$ і було враховано, що $\upsilon_1/\upsilon_0 = 2$.

Додатний корінь рівняння $r_{\min}/R = 1$.

Астероїд пройде поблизу поверхні, можливо увійде в атмосферу і впаде на Землю. Для точнішого прогнозу, треба задати точніші дані, але реальна загроза безумовно існує. Отже підсумуємо: для прицільного параметру $d = 3R$ астероїд впаде на Землю, якщо його початкова швидкість буде меншою від 4 км/с; для початкової швидкості $\upsilon_0 = 4$ км/с астероїд впаде на Землю, якщо його прицільний параметр буде меншим від $d = 3R$.

Зазначимо, що навіть якщо астероїд пройде трохи вище від щільних шарів атмосфери, ймовірне його руйнування завдяки припливних сил з боку Землі.

У майбутньому загроза падіння може повторюватись, коли, рухаючись довкола Сонця, тіла будуть час від часу наближатися одне до одного.

Розгляньмо **третю інтерпретацію** моменту імпульсу, геометричну.

У розгорнутому вигляді момент імпульсу матеріальної точки визначається формулою (7)

$$L = m\upsilon r \sin\alpha.$$

За невеликий проміжок часу Δt тіло проходить невелику відстань $\upsilon\Delta t$, кривизною якої можна знехтувати. Відрізки $\upsilon\Delta t$ і r утворюють трикутник (рис. 5), площа якого

$$\Delta S = \frac{1}{2}\upsilon\Delta t \cdot r \cdot \sin\alpha.$$

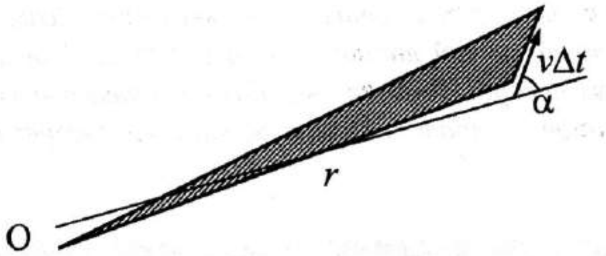


Рис. 5

Отже, момент імпульсу можна записати через секторну швидкість

$$\sigma = \Delta S/\Delta t$$

(швидкість замітання площі радіус-вектором матеріальної точки під час її руху):

$$L = 2m\sigma . \qquad (12)$$

Формула (12) зумовлює геометричну інтерпретацію моменту імпульсу.

Якщо момент імпульсу зберігається, як, наприклад, під час руху планет довкола Сонця, площа, яку закреслюватиме радіус-вектор планети за одиницю часу, залишатиметься незмінною.

Це твердження відкрив Йоган Кеплер задовго до появи поняття "момент імпульсу" внаслідок кропіткого аналізу ще кропіткіших спостережень і має назву другого закону Кеплера.

Спробуймо скористатися геометричною інтерпретацією і знайти площу, яку охоплює еліптична орбіта Марса.

Під час руху довкола Сонця Марс віддаляється від нього на 250 млн. км, маючи при цьому швидкість 22 км/с, і робить один оберт за 687 земних діб.

Розв'язування задачі дуже просте.

Радіус-вектор Марса за один період T (687 земних діб) у точності закреслює площу еліпса. Оскільки секторна швидкість стала, площу еліпса можна знайти, якщо помножити секторну швидкість σ на період T.

Маємо

$$S = \sigma T = \frac{LT}{2m} = \frac{m\upsilon rT}{2m} = \frac{1}{2}\upsilon rT \approx 1,6\cdot 10^{17}\ \text{км}^2 .$$

Наведемо нагляднішиий приклад.

Уявіть гладеньку горизонтальну поверхню столу з малим отвором, крізь який проходить нитка. На поверхні столу лежить невелике тіло, яке прикріплене до кінця нитки і може ковзати поверхнею майже без тертя. Ви присіли поряд зі столом і тримаєте інший кінець нитки. У початковий момент часу, підтягнувши нитку, тіло встановлюють на відстань $r_0 = 20$ см від отвору і поштовхом надають йому початкової швидкості $\upsilon_0 = 4$ м/с вздовж поверхні під кутом $\alpha = 150°$ до напряму на отвір. Нитка смикається, і Ви починаєте керувати рухом тіла, то підтягуючи його до отвору, то відпускаючи.

Ваше завдання: за час $t = 5$ секунд наблизити тіло впритул до отвору. Наприкінці нитка може навіть порватися, спробуйте самостійно пояснити, чому.

Так ось, за будь-якої Вашої поведінки і вправами з ниткою, площа столу, над якою пройде нитка за 5 секунд, точно дорівнюватиме 1 м². Звісно, якщо нитка зробить більше одного оберта, площу під час підрахунку накопичуємо.

Аналогічно як для площі еліпса, із закону збереження моменту імпульсу знаходимо:

$$S = \frac{1}{2}\upsilon_0 r_0 t \sin\alpha = 1\ \text{м}^2 .$$

Багато цікавого пов'язано з моментом імпульсу, який, на жаль, не входить до програми з фізики загальноосвітніх навчальних закладів (крім профільних класів). Наступного разу ми ознайомимось ще з двома його інтерпретаціями, зв'язком з моментом сили і повчимося розв'язувати олімпіадні задачі.

Лавреатами цьогорічної Нобелівської премії в галузі фізики стали японські фізики Ісаму Акасакі і Хіросі Амано, а також американський вчений японського походження Сюдзі Накамура. Королівська Шведська академія наук нагородила їх за "винайдення ефективних синіх світлодіодів (LED), які дали змогу створити яскраві та енергозберігаючі джерела білого світла".

НОБЕЛІВСЬКІ ЛАВРЕАТИ 2014

Світло XXI сторіччя

Ісаму Акасакі

Хіросі Амано

Сюдзі Накамура

Нобелівський комітет описав цьогорічну премію з фізики дещо поетичним гаслом: "За нове світло, яке осяяло світ".

У заяві Королівської Академії наук сказано: "Їхній винахід був революційним. XX сторіччя освітлювали лампи розжарювання, а XXI сторіччя буде освітлене світлодіодами".

Завдяки світлодіодам стало можливим поєднати високу продуктивність та довговічність, а також зменшити витрати електроенергії. На відміну від флуоресцентних ламп, світлодіоди не містять небезпечної для здоров'я та довкілля ртуті.

Науковий журнал "Scientific American" цитує проф. Пера Дельсінґа (Per Delsing), члена Нобелівського комітету з фізики: "Завдяки синім світлодіодам ми можемо тепер отримати білі джерела світла з дуже високою енергетичною ефективністю і тривалим терміном роботи. *LED*-технологія замінює старі технології. Багато-хто з нас носить її в кишені – спалах і екрани сучасних смартфонів ґрунтуються на світлодіодах".

Трохи історії

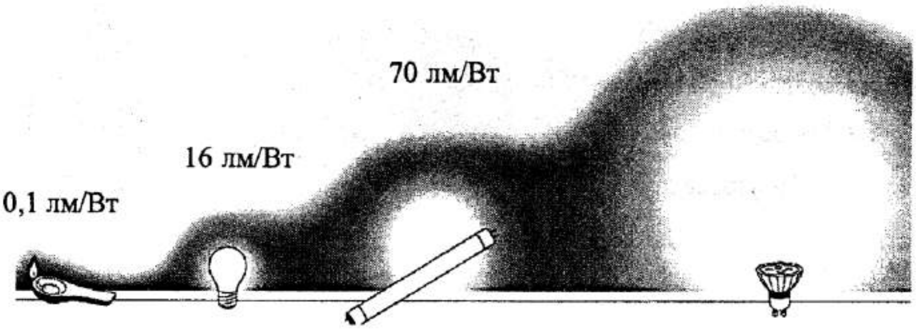
Щоб отримати біле світло, треба скласти три основні кольори (червоний, зелений та синій).

Перші практичні червоні світлодіоди видимого світла винайшов 1962 року Нік Голоняк[1], у той час, коли він працював у компанії "General Electric". З кінця 1960-х років їх почали застосовувати як індикатори в електронних приладах.

Технологія виробництва світлодіодів стала дуже перспективною, і над її удосконаленням почали працювати багато вчених.

Еволюція світлодіодів у 1960–1970-х роках поступово привела до створення світлодіодів, що мають колір від червоного до зеленого.

[1] Нік (Микола) Голоняк (Nick Holonyak, народився 3 листопада 1928 року) – американський фізик і винахідник українського походження, якого називають "батьком світлодіодів". Йому також належить патент на той лазерний свідлодіод, що працює у кожному CD чи DVD приводі, і ще понад 40 важливих патентів.



Натомість створення синіх LED було проблематичним.

Роботи над винайденням технології створення синіх світлодіодів розпочалися у 1970-х роках. Розглядали кілька варіантів напівпровідників, які могли б випромінювати у потрібному діапазоні спектру. Великі компанії, такі як "Sony" або "Xerox", найбільшу увагу зосередили на селеніді цинку, який тоді видавався найкращим.

Та на початку 1990-х років японський вчений Ісаму Акасакі, що працював разом з Хіросі Амано в університеті Нагоя, а також Сюдзі Накамура, який у той час працював дослідником в японській корпорації "Nichia Chemical Industries", змогли винайти дешевий синій світлодіод на основі уже відомого, але недооціненого нітриду галію.

Синій світлодіод, у поєднанні із зеленим та червоним кольором, дає біле світло з високою енергетичною ефективністю. Це згодом дало змогу створити, серед іншого, світлодіодні лампи та екрани зі світлодіодним підсвічуванням.

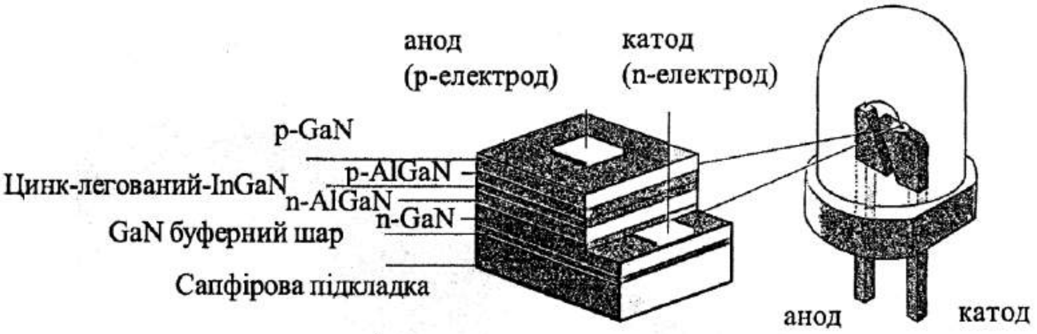
Переваги світлодіода

У звичайній лампі розжарювання електрони, з яких складається електричний струм, розігрівають дротяну нитку, що випромінює яскраве світло. Проте основна частина енергії витрачається на виділення тепла.

Світлодіод складається з кількох шарів напівпровідникового матеріалу. Електрична енергія у них безпосередньо перетворюється в світло.

Відповідно, перевагою цих діодів є дуже низьке споживання енергії і дуже тривалий термін експлуатації. Їх постійно вдосконалюють, вони стають яскравішими та споживають все менше енергії. Нині вдалося досягти світлової віддачі (тобто відношення світлового потоку, що випромінюється, до спожитої потужності) 300 люмен на ват – це яскравість 16 стандартних ламп розжарювання.

До того ж, світлодіод може працювати упродовж 100 000 годин, тоді як звичайна лампа розжарювання – майже 1000 годин, а люмінесцентна лампа – 10 000 годин.



"Враховуючи, що майже чверть електроенергії в світі витрачають на освітлення, технологія *LED* сприяє збереженню ресурсів нашої планети", – підкреслив представник Нобелівського комітету.

Професор ***Ісаму Акасакі*** (Isamu Akasaki) народився 1929 року в містечку Чіран (сучасне місто Мінамі-Кюшу) в Японії.

Він 1952 року закінчив Університет Кіото.

У 1964 році отримав докторський ступінь в Університеті Нагоя. Закінчивши університет, І. Акасакі працював у фірмі "Kobe Kogyo Corporation".

З 1959 року І. Акасакі працював в Університеті Нагоя. Спочатку науковим співробітником, з 1964 року – доцентом, а з 1981 року – професором.

З 1964 року працював керівником фундаментальних досліджень у фірмі "Matsushita Electric Industrial Co".

Наприкінці 1950-х років Ісаму Акасакі почав вивчати фізику напівпровідників і напівпровідникових приладів. У 1960-х роках він зацікавився напівпровідниковими джерелами світла – світлодіодами і лазерами.

З початку 1970-х років Ісаму Акасакі зрозумів важливість проблеми створення напівпровідникових джерел світла в блакитній та синій ділянці спектру. Одним з напівпровідникових сполук, на основі яких було можливо створити такі випромінювачі, був нітрид галію GaN.

У 1989 році він разом із колегами з Університету Нагоя продемонстрували перший світлодіод на основі GaN з шаром *p*-типу провідності.

Згодом, 1992 року, вони опублікували статтю про створення першого світлодіода на основі GaN з гомогенним *p-n*-переходом.

Цей світлодіод випромінював світло в ультрафіолетовому та синьому спектральному діапазоні.

У 1992 році Ісаму Акасакі вийшов на пенсію. З 2004 року І. Акасакі – заслужений професор Університету Нагоя. У 2004 році ученого визнали Культурним надбанням Японії.

У 2009 році Ісаму Акасакі нагородили премією Кіото за піонерські роботи щодо створення *p-n*-переходів у нітриду галію і його внесок у розроблення синіх світлодіодів.

Японський учений ***Хіросі Амано*** (Hiroshi Amano) народився 11 вересня 1960 року в місті Хамамацу (Японія).

Він 1983 року закінчив інженерний факультет, 1985 року – факультет електротехніки та електронної інженерії японського Університету Нагоя.

З 1989 року – доктор технічних наук.

У 1988–1992 роках він працював науковим співробітником Університету Нагоя.

У 1992–1998 роках науковець викладав в Університеті в Мейдзі (Японія). У 1998–2002 роках обіймав посаду доцента, а у 2002–2010 роках – професора цього ж Університету. Від 2010 року – професор Університету Нагоя.

У 1982 році Амано приєднався до групи професора Ісаму Акасакі та почав досліджувати групу III нітриду напівпровідників.

У 1989 році Хіросі Амано з колегами з Університету Нагоя продемонстрував перший світлодіод на основі GaN з шаром *p*-типу провідності.

Х. Амано – автор і співавтор понад 390 праць і 17 книжок.

Має кілька нагород.

Професор ***Сюдзі Накамура*** (Shuji Nakamura) народився 22 травня 1954 року в містечку Сето (нині Іката, Японія).

У 1977 році закінчив інженерний факультет Токушімського Університету, а 1979 року отримав ступінь магістра в галузі електронної техніки.

У 1994 році отримав ступінь доктора технічних наук Університету Токушіма.

З 1979 року С. Накамура почав працювати в японській корпорації "Nichia Chemical Industries" у Токушімі.

Працюючи в "Nichia", Сюдзі Накамура 1990 року винайшов синій світлодіод. Він досліджував плівки нітриду галію, які осаджував з металоорганічних сполук. Йому вдалося виростити багатошарові гетероструктури на основі нітриду галію з домішками індію, які давали яскраве синє світло.

До 1990-х виробники світлодіодів могли випускати лише червоні, жовті і зелені діоди. Однак тільки комбінація синього, зеленого і червоного здатна давати біле світло, а, отже, й всі відтінки світлової гами.

Винахід Накамури став революцією в зовнішніх світлодіодних відеоекранах. До 1993 року компанії "Nichia" першою в світі вдалося почати промислово випускати сині світлодіоди.

У 1999 році Накамура звільнився з компанії "Nichia" і переїхав до США.

2004 року Сюдзі Накамура виграв у суді позов проти своїх колишніх роботодавців, які упродовж кількох років виробляли світлодіодні лампи, нічого не заплативши йому за цей винахід.

Він є професором Інженерного коледжу Каліфорнійського університету в Санта-Барбарі і консультантом компанії "Cree Inc." – найбільшого у США виробника напівпровідникових пристроїв, одного з лідерів у виробництві кристалів карбіду кремнію для компонентів силової електроніки і основного конкурента компанії "Nichia" у виробництві кристалів для синіх і зелених світлодіодів.

Має американське громадянство.

Від 2003 року є членом Національної інженерної академії США.

Судзі Накамура опублікував майже 400 статей у найпрестижніших наукових журналах, він має майже 450 патентів на винаходи.

Накамура є лауреатом багатьох премій, серед яких медаль Бенджаміна Франкліна Інституту Франкліна (2002, США), Технологічна премія тисячоліття (2006, Фінляндія) та ін.

Олександр Хрептак

* Коли в редакції вже готували видання журналу до друку, стало відомо, що Національна інженерна академія США нагородила Сюдзі Накамуру разом із Ісаму Акасакі та Ніком Голоняком Премією Чарльза Старка Дрейпера за 2015 рік.

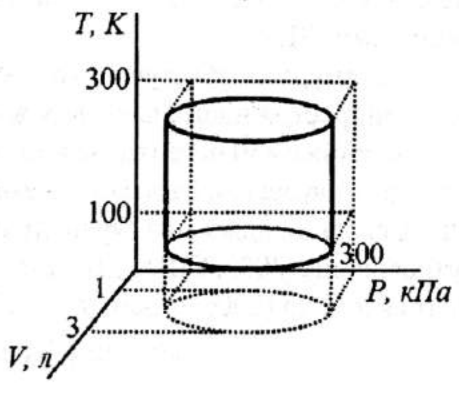
РОЗВ'ЯЗКИ ЗАДАЧ IV ЕТАПУ ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ З ФІЗИКИ (Суми, 2014)

Розв'язки задач 10-го і 11-го класів Всеукраїнської олімпіади з фізики за 2014 р. Умови задач Всеукраїнської олімпіади з фізики за 2014 р. опубліковано в журналі "Світ фізики", № 2 за 2014 р.
Розв'язки задач 8-го і 9-го класів дивіться у журналі "Світ фізики", № 3 за 2014 р.

10 клас

Задача 1.
Гелій міститься у спеціальному циліндрі з рухомим поршнем.

Контролюючий пристрій забезпечує обмеження на можливі значення об'єму, тиску, температури і маси газу. Ці обмеження мають вигляд циліндричної поверхні на P–V–T-діаграмі (див. мал.), де тиск може змінюватись від 100 до 300 кПа, об'єм – від 1 до 3 л, а температура – від 100 до 300 К.



Знайдіть мінімальне і максимальне значення, яке може мати масу газу в циліндрі, і вкажіть на діаграмі відповідні точки.

Вантаж якої маси можна покласти на невагомий поршень, якщо циліндр закріпити у вертикальному положенні?

Знайдіть максимально корисну роботу, яку може виконати газ під поршнем, піднімаючи вантаж.

Зовнішній атмосферний тиск дорівнює $P_A = 100$ кПа, площа поршня $S = 1$ дм^2.

Розв'язування
З рівняння Менделеєва-Клапейрона знаходимо, що максимальна маса газу

$$m = \frac{\mu}{R}\frac{PV}{T}$$

буде за максимального значення добутку PV і мінімального значення температури T.

Залежність $P(V)$ за будь-яких сталих значень температури (включно з $T_{\min} = 100$ К) має у запропонованому масштабі вигляд кола (див. мал.).

У безрозмірних координатах

$$x = \frac{V}{V_{\min}} = \frac{V}{1\ \text{л}},$$

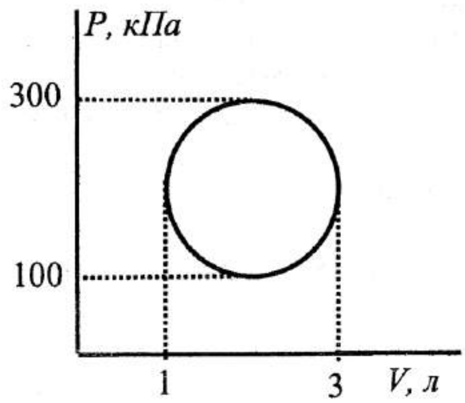
$$y = \frac{P}{P_{min}} = \frac{P}{1\ кПа}$$

рівняння кола має вигляд:

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1, \qquad (1)$$

а рівняння Менделєєва-Клапейрона буде:

$$yx = \frac{mRT}{\mu P_{min} V_{min}}. \qquad (2)$$



Знайти максимальне значення добутку yx можна по-різному.

Наприклад, виразити y з рівняння (1), підставити в yx, взяти похідну, значення якої в точці максимуму дорівнює нулеві.

Можна обійтися й без похідної. Зауважимо, що лінії сталої маси (ізомаси) у випадку

$T = \text{const}$

на діаграмі $P(V)$ мають вигляд гіпербол

$$P = \frac{mRT}{\mu}\frac{1}{V}$$

аналогічно як вигляд ізотерм у випадку

$m = \text{const}$.

Більшій масі відповідає "вища" гіпербола. Найвища гіпербола не перетинатиме коло у двох точках, а тільки дотикатиметься до нього (див. мал.).

Отже, слід розв'язати систему рівнянь, тобто рівняння кола (1) та гіперболи (2), та обрати випадок, коли рівняння за цієї маси газу і температури має один розв'язок.

Можна зробити ще простіше. Оскільки система рівнянь (1) і (2) є симетричною відносно заміни $x \leftrightarrow y$ і має один розв'язок, для нього $x = y$.

З урахуванням цього з рівняння (1) для нашого випадку знаходимо

$$y = x = 2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Перше значення

$$y = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

відповідає максимальному значенню добутку yx.

Друге значення

$$y = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ – мінімальному.}$$

Отже,

$$\frac{mRT}{\mu P_{min} V_{min}} = yx|_{max} = \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 =$$

$$= 4{,}5 + 2\sqrt{2} \approx 7{,}33.$$

Звідси знаходимо:

$$m_{max} = 7{,}33\frac{\mu P_{min} V_{min}}{RT_{min}} \approx 3{,}5\ г.$$

Для мінімальної маси:

$$m_{min} = \left(2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \frac{\mu P_{min} V_{min}}{RT_{max}} \approx 0{,}27\ г.$$

Як бачимо, маси відрізняються більше ніж у 13 разів.

Оскільки тиск може змінюватися

від $P_{min} = 100$ кПа

до $P_{max} = 300$ кПа,

то відповідна маса вантажу, який завдяки силі тяжіння стискає газ під поршнем, може змінюватися

від $\frac{(P_{\min} - P_A)S}{g} = 0$ кг

до $\frac{(P_{\max} - P_A)S}{g} = 200$ кг.

Щоб знайти роботу з піднімання вантажу, не потрібно знати формулу для розрахунку роботи газу, як може здаватися на перший погляд. Корисна робота йде на збільшення потенціальної енергії вантажу:

$$mg \cdot h = (P - P_A) \cdot S \cdot \frac{V_2 - V_1}{S} =$$

$$= (P - P_A) \cdot (V_2 - V_1)$$

(нам не потрібно враховувати роботу газу проти сил атмосферного тиску, адже мова йде про корисну роботу з піднімання вантажу).

Числові розрахунки дають:

$$y = 2{,}5,$$

що відповідає масі вантажу – 150 кг.

$$A = 1{,}5 \cdot \sqrt{3} \cdot P_{\min} \cdot V_{\min} \approx 260 \text{ Дж}.$$

Задача 2.

Учень вирішив зробити новорічну гірлянду з однакових лампочок розжарювання, розрахованих на потужність P = 4,9 Вт і напругу U = 220 В кожна. Для цього він з'єднав між собою п'ять клем лампочками (по одній лампочці між будь-якою парою клем) і до двох клем під'єднав джерело напруги 220 В.

Нехтуючи залежністю опору від температури, знайдіть потужності, що виділятимуться на лампочках.

Якими стануть ці потужності, якщо одна з лампочок перегорить?

Відповідайте на попередні запитання у випадку довільної кількості клем n.

Розв'язування

Розгляньмо загальний випадок.

Кожна з n клем з'єднана лампочками з іншими $(n-1)$ клемами.

Отже, всього $\frac{n(n-1)}{2}$ лампочок у гірлянді.

Лампочка, що безпосередньо з'єднує клеми, до яких підведена напруга 220 В, горітиме на повну потужність. Інші лампочки можна умовно розділити на три групи:

1. $(n-2)$ – лампочки, що безпосередньо підходять до першої клеми;
2. $(n-2)$ – лампочки, що безпосередньо підходять до другої клеми;
3. всі інші, які з'єднують $(n-2)$ клеми між собою.

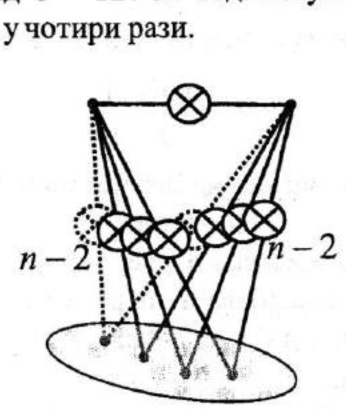
У силу симетрії задачі всі ці $(n-2)$ клеми рівноправні.

Отже, вони мають однаковий потенціал, і струм між ними не йтиме, а відповідні лампочки не горітимуть.

На мал. 1 схематично зображено ці з'єднання.

Можна вважати, що лампочки двох перших груп попарно послідовно з'єднані, а можна – що послідовно з'єднані дві паралельні групи. На відповідь це не вплине.

Напруга на кожній з цих лампочок удвічі менша від U = 220 В. Тоді потужність буде меншою у чотири рази.



Мал. 1

Отже, одна лампочка випромінюватиме 4,9 Вт, $2(n-2)$ лампочки – по 1,225 Вт.

Всі інші $\frac{(n-2)(n-3)}{2}$ лампочки не горітимуть.

Розглянемо випадок, коли перегорить одна лампочка.

Жодна з $\frac{(n-2)(n-3)}{2}$ лампочок із частини, що затонована на мал. 1, перегоріти не може, оскільки струм крізь неї не йде.

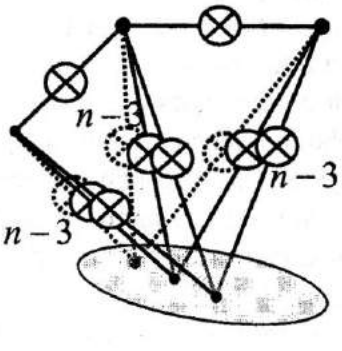
Якщо перегорить лампочка, що безпосередньо з'єднує клеми, до яких підведена напруга, нічого для інших лампочок не зміниться, оскільки вона під'єднана паралельно.

Ситуація зміниться лише тоді, коли перегорить одна з $2(n-2)$ лампочок. До того ж, яка саме, значення немає.

На мал. 2 схематично зображено нове з'єднання.

Знову клеми у затонованій частині рівноправні (тепер їх уже $(n-3)$).

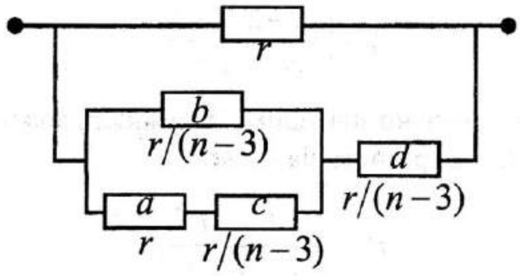
Струм між ними йти не буде, відповідно $\frac{(n-3)(n-4)}{2}$ лампочок не горітимуть.



Мал. 2

Зазначимо, що навіть якби ми враховували залежність температури від опору, мал. 2 не змінився б.

Зобразімо еквівалентну схему отриманого з'єднання (мал. 3).



Мал. 3

Опір однієї лампочки буде:

$$r = \frac{U^2}{P}.$$

Верхня лампочка випромінюватиме на повну потужність.

Загальний опір нижньої частини схеми буде:

$$R_{abcd} = \frac{2n-3}{n-1}\frac{r}{n-3}.$$

Отже, через неї йтиме струм:

$$I_{abcd} = I_d = \frac{U}{R_{abcd}} = \frac{(n-1)(n-3)}{2n-3}\frac{U}{r}.$$

Потужність, що виділятиметься на кожному з $(n-3)$ резисторів, які безпосередньо з'єднані з правим контактом (ділянка d), буде:

$$P_d = \left(\frac{n-1}{2n-3}\right)^2 \frac{U^2}{r}.$$

У випадку $n = 5$:

$$P_d = \frac{16}{49}\frac{U^2}{r}.$$

Напруга на ділянці abc:

$$U_{abc} = U_{ac} = U_b = \frac{n-2}{2n-3}U.$$

Отже, потужність, що виділяється на кожному з $(n-3)$ резисторів ділянки b, буде:

$$P_b = \left(\frac{n-2}{2n-3}\right)^2 \frac{U^2}{r}.$$

Аналогічно знаходимо потужність кожного з $(n-3)$ резисторів ділянки c:

$$P_c = \frac{1}{(2n-3)^2} \frac{U^2}{r},$$

а також потужність резистора a:

$$P_a = \left(\frac{n-3}{2n-3}\right)^2 \frac{U^2}{r}.$$

У випадку ($n = 5$) потужності, які випромінюватимуть лампочки:

$$P_a = \frac{4}{49} P = 0{,}4 \text{ Вт},$$

$$P_b = \frac{9}{49} P = 0{,}9 \text{ Вт},$$

$$P_c = \frac{1}{49} P = 0{,}1 \text{ Вт},$$

$$P_d = \frac{16}{49} P = 1{,}6 \text{ Вт},$$

і, звичайно, потужність лампочки, що безпосередньо з'єднана з джерелом напруги, буде 4,9 Вт.

Задача 3.

Модель гусениці складається з n однакових частин-модулів, що можуть віддалятися один від одного в напрямку руху на відстань $l = 1$ см.

Гусениця висуває вперед перший модуль, тоді підтягає до нього другий, і так далі аж до останнього.

Чому дорівнюватиме швидкість гусениці?

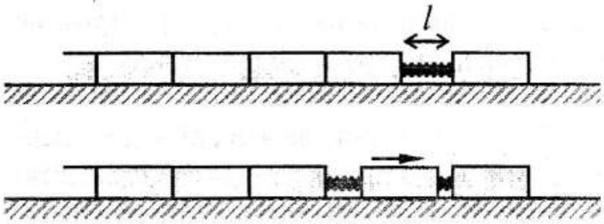
Гусениця з якою кількістю частин виявиться найпрудкішою?

Коефіцієнт тертя між поверхнями столу і гусениці $\mu = 0{,}8$.

Під час руху одного модуля всі інші нерухомі, а сила, з якою гусениця рухає модуль, спрямована вздовж її тулуба.

Під яким максимальним кутом до горизонту гусениця може підніматися по похилій площині?

Розв'язування



Мал. 1

Очевидно, що гусениця може рухатись з якою завгодно малою швидкістю. Отже, слід знайти максимальну швидкість її руху. Під час такого руху гусениця мусить зміщувати свій модуль на відстань l за якомога коротший час Δt. Але сила, з якою гусениця розганяє свій модуль, має обмеження, оскільки за третім законом Ньютона сила протидії може зсунути інші модулі з місця, що суперечить умові задачі.

У граничному випадку гусениця половину часу розганяє модуль з максимально можливим пришвидшенням a, а половину часу з цим же пришвидшенням гальмує до повної зупинки. Якщо модуль не загальмувати, відбудеться ривок, що, по-перше, неприродно для руху гусениці, а, по-друге, суперечить умові задачі, оскільки внаслідок цього почне рухатись більше одного модуля.

Скористаємось другим законом Ньютона для рухомого модуля:

$$ma = T - \mu mg$$

і для гусениці без модуля:

$$T = (n-1)\mu mg,$$

де m – маса одного модуля; T – сила, що примушує модуль рухатись.

Знаходимо максимальне пришвидшення:

$$a = (n-2)\mu g .$$

Тоді час пересування одного модуля буде:

$$\Delta t = 2\sqrt{\frac{l}{a}} = 2\sqrt{\frac{l}{(n-2)\mu g}} .$$

Час пересування всієї гусениці на відстань l буде в n разів більший.

Максимальна швидкість гусениці буде:

$$\upsilon = \frac{l}{n\Delta t} = \frac{1}{2n}\sqrt{(n-2)\mu g l} =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{n} - \frac{2}{n^2}\right)\mu g l} .$$

Максимальна швидкість залежить від кількості частин n. Виділивши повний квадрат, знайдемо n найпрудкішої гусениці.

Швидкість

$$\upsilon = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{n} - \frac{2}{n^2}\right)\mu g l} =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{8} - 2\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{4}\right)^2\right)\mu g l}$$

набуває найменшого значення, якщо вираз у квадраті дорівнює нулеві, а саме, якщо $n = 4$.

Швидкість гусениці з чотирьох модулів:

$$\upsilon_{\max} = \sqrt{\frac{\mu g l}{32}} = 5 \text{ см/с} .$$

Звичайно, цю відповідь можна було отримати, знайшовши екстремум за допомогою похідної.

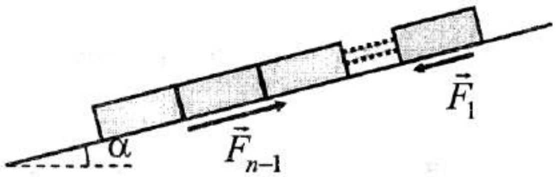
З'ясувалося, що, без ніг, коліс або реактивного двигуна можна доволі швидко рухатись, маніпулюючи силами тертя, що діють на різні частини тіла.

Максимальний кут, під яким гусениця може рухатись догори вздовж похилої площини, буде у тому випадку, якщо пришвидшення рухомого модуля прямує до нуля, і сила T не збільшується на величину ma, потрібну для надання йому пришвидшення.

Зовнішні сили, що діють на всю гусеницю, – це загальна сила тяжіння nmg, сили нормальної реакції опори на окремий модуль $mg\cos\alpha$ та на більшу частину гусениці $(n-1)mg\cos\alpha$, а також відповідні сили тертя (мал. 2):

$$F_1 = \mu mg\cos\alpha ,$$

$$F_{n-1} = (n-1)\mu mg\cos\alpha .$$



Мал. 2

Проекція сил на напрямок руху дає:

$$0 = nmg\sin\alpha + F_1 - F_{n-1} = nmg\sin\alpha +$$

$$+ \mu mg\cos\alpha - (n-1)\mu mg\cos\alpha .$$

Звідси знаходимо:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{n-2}{n}\mu . \qquad (1)$$

Отже, гусениця з двох модулів рухатись догори не зможе (як, власне, і переміщатися поступально в горизонтальному напрямку).

Максимальний кут нахилу ($\mathrm{tg}\alpha = \mu$) відповідає гусениці з дуже великою кількістю модулів ($n \to \infty$).

Отриманий вираз

$$\mu = \mathrm{tg}\alpha$$

добре знайомий усім, хто розглядав колись рівновагу нерухомого тіла на похилій площині, що підтверджує проведені розрахунки.

Така ось вийшла цікава задача. Але її історія на цьому не закінчилась.

Наступного дня після теоретичного туру олімпіади під час аналізу розв'язків завдань два учасники олімпіади з Києва та Херсона звернули увагу на те, що пришвидшення і гальмування одного модуля можуть бути різними.

Справді, коли гусениця збільшує швидкість свого рухомого модуля, сили тертя

$$F_1 = \mu mg,$$

$$F_{n-1} = (n-1)\mu mg,$$

що діють на нього і нерухому частину гусениці, спрямовані назустріч.

Рівнодіюча сил тертя

$$F = (n-2)\mu mg$$

у одного модуля викликає пришвидшення:

$$a_1 = (n-2)\mu mg.$$

Але у випадку гальмування цього модуля, сила тертя, що діє на нерухому частину гусениці, змінює свій напрямок на протилежний, а сила тертя на рухомий модуль залишається незмінною, оскільки він, хоча й гальмує, та продовжує рухатись у тому ж напрямку. Виходить, що тепер максимальне пришвидшення буде більшим, адже обидві сили тертя діють заодно.

Загальна сила тертя

$$F = n\mu mg$$

викликає у одного модуля пришвидшення:

$$a_2 = n\mu g,$$

а це більше від $a_1 = (n-2)\mu g$.

Припустимо, що з пришвидшенням $a_1 = (n-2)\mu g$ модуль рухається час t_1, розганяється до швидкості $\upsilon_{max} = a_1 t_1$ і проходить відстань:

$$l_1 = \frac{\upsilon_{max}^2}{2a_1}.$$

Після цього з пришвидшенням $a_2 = n\mu g$ модуль упродовж часу t_2 зменшує цю швидкість до нуля ($\upsilon_{max} = a_2 t_2$) і проходить відстань

$$l_2 = \frac{\upsilon_{max}^2}{2a_2}.$$

Тоді загальний шлях буде:

$$l = l_1 + l_2 = \frac{\upsilon_{max}^2}{2}\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right).$$

Звідси легко знаходимо:

$$\upsilon_{max} = \sqrt{\frac{2l}{\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right)}}.$$

З іншого боку, для рівнопришвидшеного руху шлях можна знайти через середню арифметичну швидкість і час руху:

$$l = \frac{0 + \upsilon_{max}}{2} t_1 + \frac{\upsilon_{max} + 0}{2} t_2 =$$

$$= \frac{1}{2}\upsilon_{max}(t_1 + t_2) = \frac{1}{2}\upsilon_{max} t.$$

Отже, загальний час руху одного модуля буде:

$$t = \frac{2l}{\upsilon_{max}} = \sqrt{2l\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right)}.$$

Тоді швидкість руху гусениці дорівнюватиме:

$$\upsilon = \frac{l}{nt} = \frac{\upsilon_{max}}{2n} = \frac{1}{2n}\sqrt{\frac{2la_1a_2}{a_1 + a_2}}. \quad (2)$$

Підставмо значення пришвидшень і отримаймо залежність швидкості від кількості модулів:

$$\upsilon = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{\mu g l}}{\sqrt{\frac{n(n-1)}{n-2}}}.$$

Значення швидкості буде то більшим, що менший буде знаменник.

Щоб не використовувати похідну, введемо заміну

$$x = n - 2$$

і виділимо повний квадрат:

$$\frac{n(n-1)}{n-2} = \frac{(x+2)(x+1)}{x} = x + 3 + \frac{2}{x} =$$

$$= \left(\sqrt{x} - \sqrt{\frac{2}{x}}\right)^2 + 3 + 2\sqrt{2}.$$

Мінімального значення $(3+2\sqrt{2})$ можна досягнути, якщо

$$x = \sqrt{2},$$

або

$$n = 2 + \sqrt{2} \approx 3{,}4.$$

Очевидно, що гусениця не може мати дробове число модулів.

Попри те, що число 3,4 ближче до трьох, ніж до чотирьох, варто перевірити обидва випадки:

$$\upsilon_3 = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{\mu g l}}{\sqrt{\frac{3(3-1)}{3-2}}} = \sqrt{\frac{\mu g l}{24}} \approx 5{,}8\ \text{см/с},$$

$$\upsilon_4 = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{\mu g l}}{\sqrt{\frac{4(4-1)}{4-2}}} = \sqrt{\frac{\mu g l}{24}} = \upsilon_3.$$

Якщо замість $g \approx 10\ \text{м/с}^2$ взяти точніше значення пришвидшення вільного падіння $g \approx 9{,}8\ \text{м/с}^2$, то швидкість приблизно дорівнюватиме 5,7 см/с.

Цікаво, що на Місяці з меншим пришвидшенням вільного падіння гусениця рухатиметься повільніше, а на планетах з більшим g – швидше.

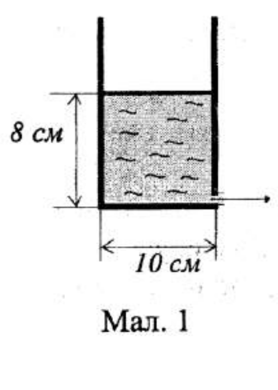
З'ясувалося, що $\upsilon_4 = \upsilon_3$, і рекордсменками стають одразу дві гусениці, з трьох та чотирьох модулів. Більша гусениця швидше рухатиме свою частину, маючи більшу противагу, але завдяки тому, що частин більше, їй знадобиться стільки ж часу, щоб переміститися на 1 см, як і меншій гусениці.

Ще одне цікаве зауваження пов'язане з тим, що хоча випадки $n = 3$ та $n = 4$ формально не екстремальні, тим не менше, швидкості за нових правил руху є більші (у $\sqrt{4/3}$ разів), ніж до цього, коли $n = 4$ було точним екстремумом.

Нарешті, важливим є те, що швидкість руху пропорційна до $\sqrt{\mu}$.

Зі збільшенням коефіцієнта тертя, швидкість руху збільшується. Це свідчить, що сила тертя є корисною силою, зовнішнім чинником руху вздовж горизонтальної поверхні, не тільки гусениць, але й людей, автомобілів, тощо…

Задача 4.
Високу призматичну посудину наповнюють водою до висоти 8 см, а тоді відкривають невеликий отвір, розташований поблизу дна (мал. 1).

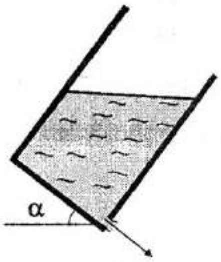


Мал. 1

У таблиці показано, як знижується після цього рівень води в посудині з часом.

Висота рівня, см	*Час,* с
8,0	0
7,0	20,0
6,0	41,2
5,0	64,4

Після того як рівень води опустився на 3 см, отвір закривають і нахиляють посудину на кут $\alpha = 37°$ (мал. 2).



Мал. 2

За який час після відкриття отвору рівень води в нахиленій посудині знизиться ще на 1 см?

Основа посудини – квадрат зі стороною 10 см.

Для розрахунків візьміть

$\sin\alpha = 3/5$ і $\cos\alpha = 4/5$.

Розв'язування

1. Знайдімо висоту рівня води в посудині після її нахилу.

Для цього скористаємося "законом збереження об'єму" (мал. 1):

$$H_0 \cdot b^2 = H_x \cdot B \cdot b - \frac{1}{2} B b^2 \sin\alpha,$$

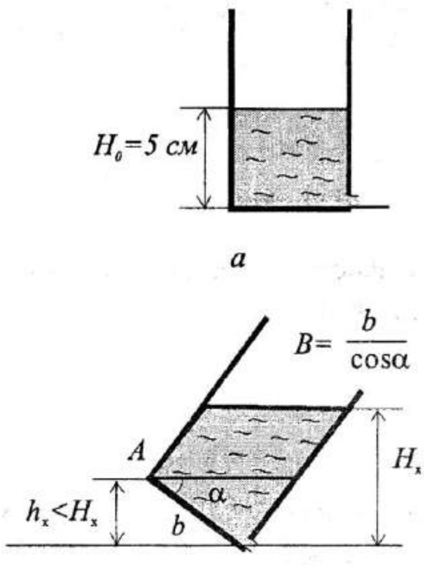
де $H_0 = 5$ см – висота рівня води в "прямій" посудині до її нахилу;

b – розмір сторони основи посудини;

$B = \dfrac{b}{\cos\alpha}$ – поперечний розмір поверхні води в нахиленій посудині.

Звідси отримуємо:

$$H_x = H_0 \cdot \cos\alpha + \frac{1}{2} b \sin\alpha = 7 \text{ см}.$$



Мал. 1

Перевіримо, що мал. 1, *б* відповідає реальній ситуації, тобто що рівень води в похилій посудині і на початку, і наприкінці вимірювань не нижчий від точки A:

$$h_x = b\sin\alpha = 10 \cdot \frac{3}{5} = 6 \text{ см} \le H(t).$$

2. Швидкість витікання води з малого отвору в широкій посудині залежить тільки від висоти рівня води над отвором.

Очевидно, що початкова задача про витікання води і кінцева задача повністю еквівалентні. Різниця полягає лише в тому, що "ефективний" перетин посудини став більшим у 5/4 разів:

$$\frac{S_{похил}}{S_0} = \frac{Bb}{b^2} = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{5}{4}.$$

Цю зміну ми далі легко врахуємо.

3. Отже, нам треба дізнатися за який час рівень води в кінцевій посудині знизиться від 7 см до 6 см.

Для "прямої" посудини таблиця дає:

$$\Delta t_{прям} = t(6\text{ см}) - t(7\text{ см}) = 21{,}2\text{ с}.$$

Для похилої посудини час виливання буде в 5/4 рази більший:

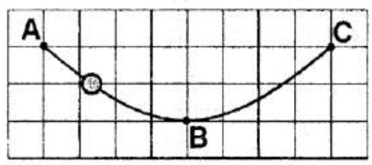
$$\Delta t_{похил} = \frac{S_{похил}}{S_0}\Delta t_{прям} =$$

$$= \frac{1}{\cos\alpha}\left[t(6\text{ см}) - t(7\text{ см})\right] =$$

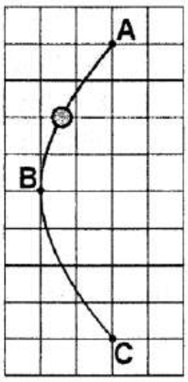
$$= \frac{5}{4}\cdot 21{,}2\text{ с} = 26{,}5\text{ с}.$$

Задача 5.

По вигнутій дротині може без тертя ковзати намистинка (див. мал. 1).



а



б

Мал. 1

Якщо розташувати цю дротину горизонтально, як зображено на мал. 1, *а*, і відпустити намистинку з точки A без початкової швидкості, то її пришвидшення в нижній точці B дорівнюватиме $a = 10$ м/с^2.

Ту саму дротинку і так само вигнуту розташовують вертикально і знову відпускають намистинку з точки A без початкової швидкості (мал. 1, *б*).

Яким в цьому випадку буде її пришвидшення в точці B?

Для розрахунків прийняти, що $g = 10$ м/с^2, потрібні геометричні дані подано на малюнку.

Розв'язування

У першому випадку бусинка в точці B матиме тільки доцентрове пришвидшення, яке направлене до центру кривизни і дорівнює:

$$a_1 = \frac{V_1^2}{R}, \qquad V_1^2 = 2gh_1;$$

де h_1 – перепад висот між точками A і B.

У другому випадку в точці B бусинка матиме вже дві складові пришвидшення:

горизонтальну (доцентрову) $a_{2ц}$,

вертикальну (тангенціальну) $a_{2т}$ (рис. 1, *б*).

Першу складову знову знаходимо за формулою:

$$a_{2ц} = \frac{V_2^2}{R} = \frac{2gh_2}{R} = 2a_1 = 2g,$$

де $h_2 = 4$ клітинки – новий перепад висот між точками A і B.

Вертикальну складову пришвидшення знаходимо з другого закону Ньютона (рис. 1, *в*).

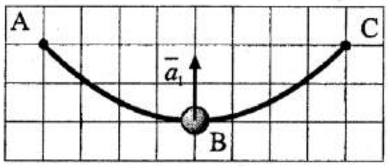
Проектуючи його на вертикальну вісь, отримуємо:

$$a_{2т} = g.$$

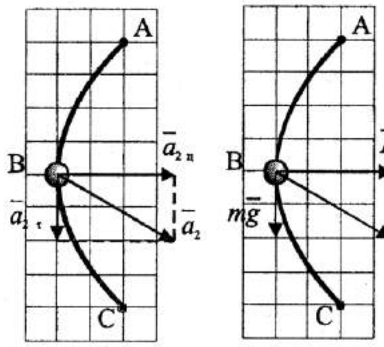
Далі остаточно можемо записати:

$$a = \sqrt{a_{2т}^2 + a_{2ц}^2} = \sqrt{g^2 + 4g^2} =$$

$$= \sqrt{5}g = 22{,}4\text{ м/с}^2.$$



а



б *в*

Мал. 1

11 клас

Задача 1.

Мінімальна відстань від астероїда до Сонця дорівнює 0,5 а. о., а максимальна – 1,5 а. о.

Запишіть рівняння траєкторії астероїда в інерціальній системі відліку, пов'язаній із Сонцем.

Зобразіть схематично траєкторію.

Розрахуйте кути її перетину з траєкторією Землі.

Зобразіть схематично траєкторію астероїда у системі відліку, що обертається довкола Сонця разом із Землею. Обґрунтуйте вигляд траєкторії.

Визначте напрямок дотичної до цієї траєкторії на відстані 1 а. о. від Сонця.

Вважайте орбіту Землі колом радіусом 1 а. о.

Астероїд і Земля обертаються довкола Сонця в одній площині та в один бік.

Вважайте Землю за матеріальну точку.

Розв'язування

Очевидно, що за відстаней порядку 1 а. о. вплив Землі на астероїд дуже малий. Отже, траєкторія астероїда – еліпс, в фокусі якого є Сонце.

Використаймо закони збереження енергії E і моменту імпульсу L для точок максимального наближення і віддалення астероїда від Сонця:

$$\begin{cases} E = \dfrac{m\upsilon_{\max}^2}{2} - \dfrac{GmM}{0,5R} = \dfrac{m\upsilon_{\min}^2}{2} - \dfrac{GmM}{1,5R}, \\ L = m\upsilon_{\max} \cdot 0,5R = m\upsilon_{\min} \cdot 1,5R \end{cases},$$

де M – маса Сонця; R = 1 а. о. – радіус земної орбіти.

Розв'язавши систему, знайдемо швидкості:

$$\upsilon_{\max} = 3\upsilon_{\min} = \sqrt{\frac{3GM}{R}},$$

а також повну енергію:

$$E = -\frac{GmM}{2R}$$

і момент імпульсу астероїда:

$$L = \frac{m}{2}\sqrt{3GMR}.$$

Для побудови еліпса, розгляньмо точки його перетину із земною орбітою.

Із закону збереження енергії:

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2} - \frac{GmM}{R} = -\frac{GmM}{2R}$$

знаходимо, що швидкість астероїда υ_0 на відстані

$$r = R$$

від Сонця дорівнює швидкості орбітального руху Землі:

$$\upsilon_0 = \sqrt{\frac{GM}{R}}.$$

Із закону збереження моменту імпульсу:

$$m\upsilon_\tau R = \frac{m}{2}\sqrt{3GMR}$$

знаходимо, що в момент перетину земної орбіти тангенціальна складова (перпендикулярна до напрямку на Сонце) швидкості астероїда:

$$\upsilon_\tau = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\frac{GM}{R}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\upsilon_0$$

або

$$\upsilon_\tau = \upsilon_0 \cos 30°.$$

Отже, траєкторії Землі та астероїда перетинаються під кутом 30°.

Аналогічно можна знайти кути перетину траєкторії астероїда з окружністю будь-якого радіуса від $0{,}5R$ до $1{,}5R$ і досить точно зобразити шуканий еліпс.

Можна зробити інакше, спершу знайти рівняння еліпса.

Рівняння траєкторії Землі – кола радіусом 1 а. о., має вигляд (всі величини подано в а. о.):

$$x^2 + y^2 = 1.$$

Еліпс – це розтягнута вздовж осей одинична окружність, тому його рівняння:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

У нашому випадку еліпс зміщений на 0,5 а. о. ліворуч (див. мал. 1), тому його рівняння:

$$\frac{(x+0{,}5)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Велика вісь еліпса є відстанню між максимально віддаленими точками, тому її половина, велика піввісь a, дорівнює півсумі мінімальної і максимальної відстані до Сонця:

$$a = \frac{(0{,}5R + 1{,}5R)}{2} = R = 1 \text{ а. о}.$$

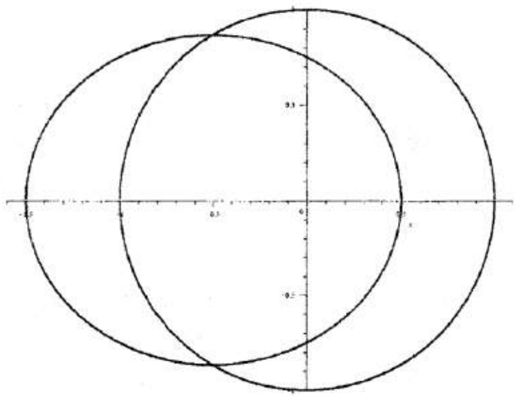
Малу піввісь b знайдімо за теоремою Піфагора з прямокутного трикутника:

$$b = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ а. о}.$$

Отже, рівняння еліпса має вигляд:

$$\frac{(x+0{,}5)^2}{1} + \frac{y^2}{3/4} = 1.$$

Знаходимо точки перетину еліпса та кола $\left(x = -\frac{1}{2}\right)$, підставляємо в похідні функцій та отримуємо тангенси кутів нахилів.



Мал. 1

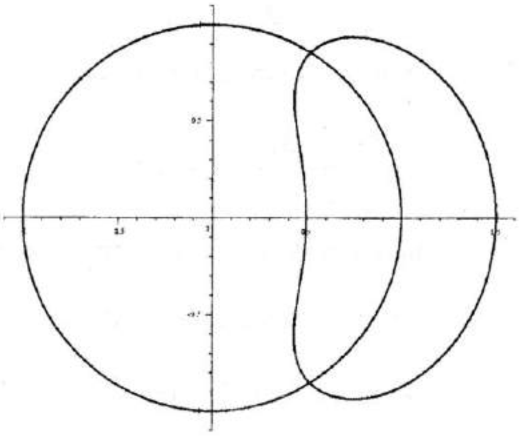
Оскільки періоди Землі та астероїда рівні, достатньо намалювати траєкторію за один період, після чого взаємне положення небесних тіл повторюється.

Під час побудови траєкторії слід звернути увагу на точки перетину орбітою астероїда орбіти Землі.

Як було показано раніше, в інерціальній системі відліку швидкості тіл однакові, а кут між швидкостями – 30°.

Із закону складання швидкостей випливає, що відносна швидкість астероїда в цих точках буде спрямована вздовж лінії, що утворює кут 15° до напрямку на Сонце.

На мал. 2 зображена траєкторія астероїда в неінерціальній системі відліку.



Мал. 2

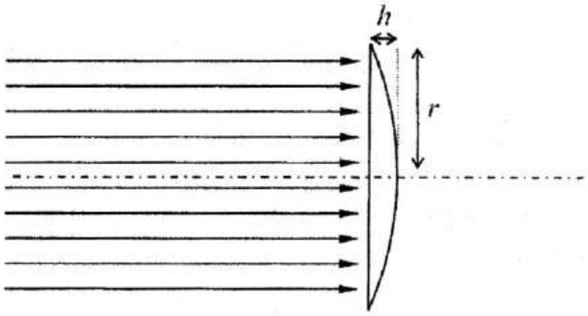
Існує прототип астероїда з цієї задачі. Це (3753) Круітні. Деколи його називають ще одним природним супутником (квазісупутником) Землі.

Площина орбіти Круітні становить невеликий кут з площиною орбіти Землі. Мінімальна відстань до Сонця трохи менша, ніж в умові задачі (0,48398 а. о.), а максимальна – трохи більша (1,51146 а. о.). Округлюючи, отримуємо 0,5 а. о. та 1,5 а. о.

Положення Землі на малюнку є приблизним.

Задача 2.
Тонка пласко-опукла лінза радіусом r і товщиною $h = 2{,}5$ мм виготовлена з матеріалу, показник заломлення якого n.

У повітрі на пласку поверхню лінзи перпендикулярно до неї падає паралельний пучок монохроматичного світла (див. мал.).



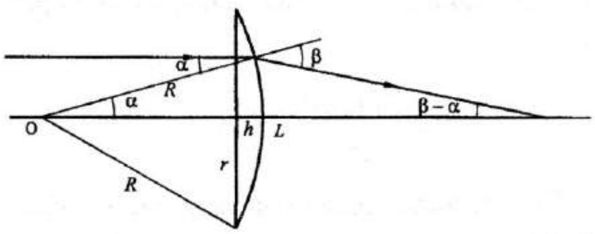
Мал. 1

Якщо опукла частина лінзи утворена сферичною поверхнею, паралельний пучок після проходження лінзи в одній точці не збирається, а освітлює деякий об'єм поблизу фокуса.

Визначте найменшу довжину відрізка головної оптичної осі, що буде освітленим.

Розв'язування
За малюнком в умові задачі (мал. 1), пучок падає на всю пласку поверхню лінзи. Освітленою треба вважати ту частину головної оптичної осі, точки якої перетинають щонайменше два променя, на що вказує умова: "...паралельний пучок після проходження лінзи в одній точці не збирається, а освітлює деякий об'єм біля фокуса". Тобто, ця частина оптичної осі освітлена збоку.

Знайдімо відстань L від центру сферичної поверхні (точка O) до перетину головної оптичної деяким довільним заломленим променем (див. мал. 2).



Мал. 2

Для цього скористаємось теоремою синусів для трикутника, утвореного відрізком головної оптичної осі довжиною L, радіусом сферичної поверхні R і заломленим променем:

$$\frac{L}{\sin(180°-\beta)}=\frac{R}{\sin(\beta-\alpha)}.$$

Звідси,

$$L=\frac{R\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)}=\frac{R\sin\beta}{\sin\beta\cos\alpha-\sin\alpha\cos\beta},$$

де кут заломлення β виражаємо із закону заломлення світла на сферичній поверхні:

$$\sin\beta=n\sin\alpha.$$

Отже,

$$L=\frac{Rn\sin\alpha}{n\sin\alpha\cos\alpha-\sin\alpha\sqrt{1-n^2\sin^2\alpha}}=$$

$$=\frac{Rn}{n\cos\alpha-\sqrt{1-n^2\sin^2\alpha}}=$$

$$=\frac{Rn\left(n\cos\alpha+\sqrt{1-n^2\sin^2\alpha}\right)}{n^2\cos^2\alpha-(1-n^2\sin^2\alpha)}=$$

$$=\frac{Rn}{n^2-1}\left(n\cos\alpha+\sqrt{1-n^2\sin^2\alpha}\right).$$

Зі збільшенням кута α кожний з двох доданків в останньому виразі монотонно зменшується.

Найбільшою відстань L буде для променя, який проходить поряд з головною оптичною віссю і для якого $\alpha=0$ (мал. 2).

$$L_{\max}=L\big|_{\alpha=0}=\frac{Rn}{n^2-1}(n+1)=\frac{Rn}{n-1}.$$

Найменшою відстань L буде для променя, який заломлюється на краю лінзи і для якого

$$\sin\alpha=\frac{r}{R}:$$

$$L_{\min}=L\big|_{\sin\alpha=\frac{r}{R}}=$$

$$=\frac{Rn}{n^2-1}\left(n\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}+\sqrt{1-n^2\frac{r^2}{R^2}}\right).$$

Скористаємось тим, що за умовою лінза тонка, тобто

$$\frac{r}{R}<<1.$$

Можна відразу записати наближені значення коренів, можна спочатку виділити повні квадрати і знехтувати зовсім малими величинами $\left(\frac{r}{R}\right)^4$.

У будь-якому разі отримуємо:

$$L_{\min}=\frac{Rn}{n-1}-\frac{n^2}{n-1}\cdot\frac{r^2}{2R}.$$

Радіус сфери R визначимо з теореми Піфагора для прямокутного трикутника (мал. 2):

$$R^2=(R-h)^2+r^2,\qquad R=\frac{r^2+h^2}{2h}.$$

Отже,

$$L_{\min}=\frac{Rn}{n-1}-\frac{n^2}{n-1}\frac{r^2h}{r^2+h^2}\approx\frac{Rn}{n-1}-\frac{n^2h}{n-1}.$$

Порівнюючи $L_{\min}$ з $L_{\max}$, знаходимо відповідь на перше запитання задачі.

Довжина відрізку головної оптичної осі, що виявиться засвіченим (його перетинатимуть заломлені промені):

$$\Delta L=L_{\max}-L_{\min}=\frac{n^2h}{n-1}.$$

Для скла з показником заломлення $n=1{,}5$ ця відстань дорівнюватиме:

$$\Delta L=4{,}5h=11{,}25\text{ мм}.$$

Більш ніж на 1 см розтягнулося вздовж головної оптичної осі зображення нескінченно віддаленої точки (так можна інтерпретувати утворення пучка паралельних променів, що падав на лінзу).

Якщо намалювати заломлені промені після проходження лінзи, у просторі з'явиться об'єм перетину променів, який матиме ще більші лінійні розміри.

Це явище має назву сферичної аберації, та пов'язане з певною недосконалістю сферичних поверхонь для фокусування променів.

Зазначимо, що ΔL не залежить від радіусу лінзи, але залежить від показника заломлення.

Розв'язуючи рівняння

$$\Delta L'(n) = 0,$$

знаходимо

$$n = 2$$

(досить реалістичний показник заломлення) та

$$\Delta L_{\min} = 4h = 1 \text{ см}.$$

Задача 3.

Необмежена ідеально провідна заряджена площина з поверхневою густиною заряду $-\sigma$ та поверхневою густиною маси ρ починає поступально рухатися зі швидкістю υ_0 перпендикулярно до своєї поверхні.

У початковий момент часу вона перебуває в лівому кінці вакуумного міжелектродного проміжку довжиною L, обмеженого двома ідеально провідними заземленими нескінченими площинами.

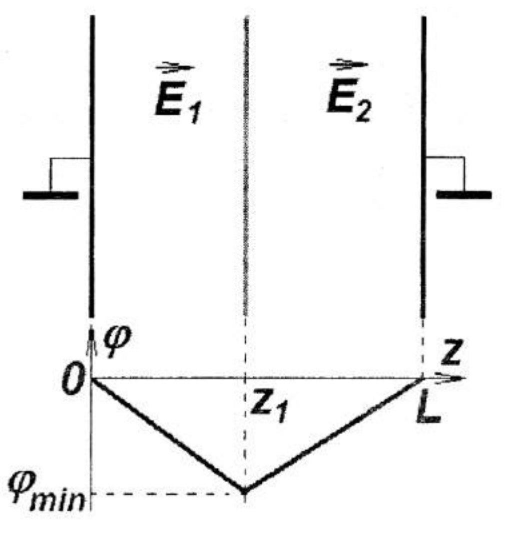
За якої умови заряджена площина долетить до правого кінця проміжку?

Розв'язування

Нехай у деякий момент часу заряджена площина знаходиться в точці $z = z_1$ (див. рис.).

Оскільки провідні поверхні заземлені, електричне поле не може виходити за межі міжелектродного проміжку. Це означає, що сума густин поверхневих зарядів σ_1 та σ_2 на лівій та правій пластинах дорівнюватиме поверхневому заряду площини з протилежним знаком:

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma. \qquad (1)$$



Тоді ліву і праву частини системи можна розглядати як конденсатори з поверхневими густинами зарядів σ_1 та σ_2 і віддалями між пластинами z_1 та $(L - z_1)$, до того ж напруги на конденсаторах однакові за величиною і протилежні за знаком.

Отже,

$$E_1 z_1 = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0} z_1 = E_2 (L - z_1) =$$

$$= \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}(L - z_1) = U. \qquad (2)$$

З рівнянь (1)–(2) знаходимо, що

$$\sigma_1 = \sigma\left(1 - \frac{z_1}{L}\right),$$

$$\sigma_2 = \sigma \frac{z_1}{L},$$

$$U = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z_1}{L}\right)z_1. \qquad (3)$$

Сумарна енергія конденсаторів на одиницю площі поверхні становить величину

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0}{z_1}, \qquad C_2 = \frac{\varepsilon_0}{L - z_1}. \qquad (4)$$

Отже,

$$W = \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{L - z_1}\right)\left[\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot\frac{z_1(L - z_1)}{L}\right]^2 =$$

$$= \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0 L} z_1(L - z_1). \qquad (5)$$

Енергію системи на одиницю поверхні записано як добуток двох співмножників, сума яких стала.

Отже, вона досягає максимуму, якщо

$$z_1 = \frac{L}{2}:$$

$$W_{\max} = \frac{\sigma^2 L}{8\varepsilon_0}. \qquad (6)$$

Очевидно, заряджена площина зможе долетіти до протилежного кінця міжелектродного проміжку лише в тому випадку, коли її початкова кінетична енергія (на одиницю площі) перевищує значення (6):

$$\frac{\rho\upsilon_0}{2} > \frac{\sigma^2 L}{8\varepsilon_0} \qquad (7)$$

$$\upsilon_0 > \frac{\sigma}{2}\sqrt{\frac{L}{\rho\varepsilon_0}}. \qquad (8)$$

Задача 4.

Протон рухається по гвинтовій траєкторії довкола напрямку магнетного поля Землі у радіаційному поясі ван Аллена, де мінімальна індукція магнетного поля в середній частині поясу становить $B_1 = 6{,}5$ мкТл.

За якого співвідношення між поздовжньою (вздовж напрямку геомагнетного поля) та поперечною швидкістю протона в середній частині пояса буде можливим його відбиття від ділянки сильнішого магнетного поля поблизу магнетного полюсу, де максимальне значення поля становить $B_2 = 65$ мкТл.

Вказівка.

Індукція магнетного поля вздовж його напрямку змінюється дуже повільно.

Розв'язування

Оскільки напруженість магнетного поля в напрямку до полюса зростає повільно, припустімо, що в перпендикулярній до нього площині рух протона майже коловий.

Кутова швидкість обертання дорівнює циклотронній частоті:

$$\omega = \frac{eB}{m}. \qquad (1)$$

Крім того, можемо припустити, що зберігається проекція моменту імпульсу на напрям магнетного поля:

$$mr^2\omega + \frac{er^2B}{2} = \text{const}, \qquad (2)$$

а після підстановки туди виразу для ω отримуємо:

$$mr^2\omega = \text{const} = mr_1^2\omega_1. \qquad (3)$$

де r_1 та ω_1 – відповідні параметри для точки, де $B = B_1$.

Також можна записати закон збереження енергії:

$$\frac{m\upsilon_{\parallel}^2}{2} + \frac{mr^2\omega^2}{2} = \frac{m\upsilon_{\parallel 1}^2}{2} + \frac{mr_1^2\omega_1^2}{2}.$$

Відбиття відбудеться за умови $\upsilon_{\parallel} = 0$, де магнетне поле матиме деяку напруженість B.

Із записаних вище співвідношень (1–3) отримуємо:

$$\upsilon_{\parallel}^2 = r^2\omega^2\left(\frac{B}{B_1}-1\right) = \upsilon_{\perp}^2\left(\frac{B}{B_1}-1\right).$$

Оскільки в межах геомагнетного поля

$$B < B_2,$$

то для співвідношення між поздовжною та поперечною швидкостями отримаємо:

$$\frac{\upsilon_{\parallel}}{\upsilon_{\perp}} = \sqrt{\frac{B}{B_1}-1} < \sqrt{\frac{B_2}{B_1}-1}$$

тобто, $$\frac{\upsilon_{\parallel}}{\upsilon_{\perp}} < 3.$$

Задача 5.

Якщо маленька кулька падає в повітрі з великої висоти, вона розганяється до максимальної швидкості $u = 10$ м/с.

Цю кульку кинули з рівня землі з початковою швидкістю $\upsilon_0 = 20$ м/с під кутом $\alpha = 30°$ до горизонту.

Кулька впала на землю за час $t = 1{,}6$ с.

Визначте:

Швидкість υ_1 кульки у верхній точці;

Модуль швидкості υ кульки перед падінням;

Відстань L від початкової точки до точки падіння.

Чи може висота H верхньої точки траєкторії дорівнювати 1,5 м?

Вважайте, що сила опору повітря прямо пропорційна до швидкості;

$g = 10$ м/с².

Розв'язування

Рівняння руху кульки має вигляд:

$$m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = m\vec{g} - k\vec{\upsilon}.$$

Звідси усталена швидкість падіння:

$$\vec{u} = \frac{m\vec{g}}{k}.$$

Запишемо рівняння руху в проекціях на осі координат (горизонтальну Ox і напрямлену вертикально догори Oy):

$$m\frac{d\upsilon_x}{dt} = -k\upsilon_x = -k\frac{dx}{dt}, \qquad (1)$$

$$m\frac{d\upsilon_y}{dt} = -mg - k\upsilon_y = -mg - k\frac{dy}{dt}. \qquad (2)$$

Інакше:

$$\frac{d\upsilon_x}{dt} = -\frac{g}{u}\upsilon_x,$$

$$\frac{d\upsilon_y}{dt} = -g - \frac{g}{u}\upsilon_y.$$

Останнє рівняння можна переписати так:

$$\frac{d\left(u+\upsilon_y\right)}{dt} = -\frac{g}{u}\left(u+\upsilon_y\right).$$

Відтак, величини υ_x і $(u+\upsilon_y)$ задовольняють одному й тому самому добре відомому диференціальному рівнянню.

Отже, ці величини однаково залежать від часу (експоненціально зменшуються з однаковими показниками експоненти).

Тому відношення цих величин лишається незмінним:

$$\frac{\upsilon_x}{\upsilon_y + u} = \frac{\upsilon_{0x}}{\upsilon_{0y} + u}. \qquad (3)$$

У верхній точці траєкторії

$$\upsilon_x = \upsilon_1, \qquad \upsilon_y = 0.$$

Звідси,

$$\upsilon_1 = \frac{u\upsilon_{0x}}{\upsilon_{0y}+u} = $$

$$= \frac{u\upsilon_0\cos\alpha}{\upsilon_0\sin\alpha+u} = 8,66 \text{ м/с}.$$

Повернімося до рівняння (2).

Його можна переписати у вигляді:

$$d\left(\upsilon_y + gt + \frac{g}{u}y\right) = 0$$

Звідси,

$$\upsilon_y + gt + \frac{g}{u}y = \text{const}. \quad (4)$$

Порівнюючи початковий і кінцевий моменти польоту (враховуючи, що $y = y_0$), отримаємо:

$$\upsilon_y = \upsilon_{0y} - gt = -6 \text{ м/с}.$$

Із співвідношення (3) отримуємо значення в точці падіння:

$$\upsilon_x = \frac{\upsilon_{0x}\left(\upsilon_{0y}+u-gt\right)}{\upsilon_{0y}+u} = 3,46 \text{ м/с}.$$

Модуль швидкості перед падінням:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2+\upsilon_y^2} = 6,9 \text{ м/с}.$$

Повернімося тепер до рівняння (1) та перепишімо його у вигляді:

$$d\left(\upsilon_x + \frac{g}{u}x\right) = 0.$$

Звідси отримуємо:

$$\upsilon_x + \frac{g}{u}x = \text{const}$$

або

$$\upsilon_{0x} = \upsilon_x + \frac{g}{u}L.$$

Відтак,

$$L = \frac{u(\upsilon_{0x}-\upsilon_x)}{g} = 14 \text{ м}.$$

Щоб відповісти на останнє запитання, зазначимо: час t_1 руху кульки по висхідній частині траєкторії менший від часу руху по низхідній частині.

Це достатньо довести для тіла, яке кинули вертикально догори (рівняння руху по двох осях незалежні).

Очевидно, через втрати енергії на подолання опору повітря кулька проходить кожну малу ділянку траєкторії донизу повільніше, ніж догори. Тому рух донизу триває більше часу.

Отже,

$$t_1 < \frac{t}{2}.$$

Скористаємося співвідношенням (4):

$$\upsilon_{0y} = gt_1 + \frac{g}{u}H.$$

Отже,

$$H = \frac{u}{g}\left(\upsilon_{0y} - gt_1\right) > \frac{u}{g}\left(\upsilon_{0y} - \frac{gt}{2}\right) = 2 \text{ м}.$$

Ми отримали такі результати:

1. Швидкість кульки у верхній точці

$$\upsilon_1 = 8,66 \text{ м/с};$$

2. Модуль швидкості кульки перед падінням

$$\upsilon = 6,9 \text{ м/с};$$

3. Відстань від початкової точки до точки падіння

$$L = 14 \text{ м}.$$

Висота H верхньої точки траєкторії не може дорівнювати 1,5 м – за розрахунками

$$H = 2 \text{ м}.$$

Мурашка-мандрівниця

(казка)

Жила колись дуже розумна Мурашка. Надто розумна як на мурашку. Знаючи гравітаційний закон Ньютона, захотіла податись у подорож на безмурашину планету.

Одягнула космічний скафандр, запаслася потрібними для життя продуктами на кілька років і потрапила на старт якоїсь ракети, яка власне виносила на орбіту потужний супутник.

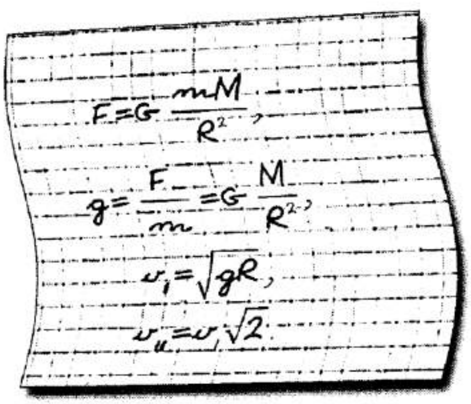
Після труднощів подорожі вдалося їй вийти назовні своєї кулястої планетки. Це був якийсь, мабуть військовий, штучний супутник Землі. Хоча штучним він насправді не був. А був такий звичайний і справжній, кулястий, – як Мурашка прочитала на поміщеній там табличці – мав 50 метрів у діаметрі і важив 100 000 кг.

“Чудова безмурашина планета” – подумала Мурашка і вирішила тут залишитися на певний час. Мріяла про самотність, була невимогливою, та дуже любила відкривати нові терени.

Вирушаючи у подорож, завбачлива Мурашка взяла із собою маленьку пам'ятку з фізики, бо знання фізики в таких випадках є питанням життя чи смерті.

Що ж та Мурашка взяла із собою?

Загалом небагато, але надзвичайно важливу для неї інформацію. На карточці було написано:



1. Закон гравітації:

$$F = GmM/R^2 .$$

Мурашка знала, що означають ці символи: G – постійна, яка є такою самою в усьому великому Всесвіті, m – її, Мурашки, маса, натомість M – маса планети.

Мурашка знала усі ці величини. Знала також значення R радіуса своєї нової резиденції.

2. Ньютон та його другий закон теж не були чужі для Мурашки. Знала, що навіть без вимірювання сили F, яка її до планети притягує (і навпаки – як всі здогадалися), можна із простого досліду виміряти пришвидшення g тіла, що вільно падає на планеті M біля її поверхні:

$$g = F/m ,$$

оскільки також і

$$g = GM/R^2 .$$

Це були для Мурашки дуже важливі речі. (Чи здогадуєтесь, чому вона не хотіла тої величини вимірювати?).

Мала також про запас ще два положення.

3. Одне із них – це щось на кшталт правила дорожнього руху, яке обмежує швидкість руху по планеті. Цю граничну швидкість називають першою космічною швидкістю. Це є така швидкість, за якої “мандрівник” стає супутником своєї планети. Швидкість υ_1 дорівнює:

$$\upsilon_1 = \sqrt{gR} .$$

4. Якийсь доброзичливець попередив Мурашку перед мандрівкою, аби ще одне мала на увазі: не підстрибувати! Адже є така величина, як друга космічна швидкість, яка говорить, з якою найменшою швидкістю треба рухатися, щоб ніколи додому не повернутися.

Для її визначення потрібно попередню величину помножити на $\sqrt{2}$.

Чи наша Мурашка знала, які значення мають ті дві швидкості на Землі?

Можливо так, але можливо й ні.

Підкажемо: g на Землі приблизно дорівнює 10 м/с^2; $R = R_з = 6400000$ м.

Отже, перша і друга космічні швидкості на Землі дорівнюють:

$$\upsilon_{\text{I}} = 8 \text{ км/с};$$

$$\upsilon_{\text{II}} = \upsilon_{\text{I}}\sqrt{2} = 11 \text{ км/с}.$$

Так наша Мурашка, прив'язана до антени радара на висоті приблизно один метр над поверхнею (щоб збільшити поле зору), з нотатником у лапці почала рахувати: "Моєю новою батьківщиною можу рухатися… у будь-якому напрямку… лише б не перевищити… першої космічної швидкості, адже тоді вийду на орбіту". А входження на орбіту Мурашка хотіла уникнути, бо не задля цього вийшла у космос із супутником, щоб тепер "орбітувати" сам супутник.

Скільки дорівнює ця швидкість?

Подивимось на рівняння:

$$\upsilon_{\text{I}} = \sqrt{gR}, \quad g = GM/R^2,$$

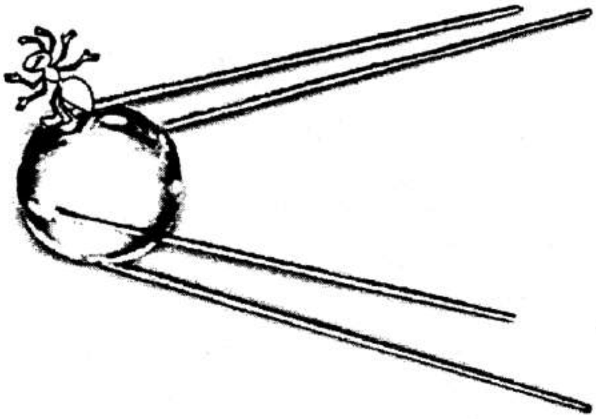
тоді:

$$\upsilon_{\text{I}} = \sqrt{\frac{GM}{R}},$$

або ж (чи це можливо?) 1,2 м/год – менше, ніж півтора метра за годину!

З чим це можна порівняти? Навіть слимак мусив би бути дуже обережним! Перевищення цієї швидкості буде рівнозначним з виходом на орбіту довкола супутника. Не знаємо, чи уявляла Мурашка собі, що один оберт тривав би тоді понад 10 земних діб!

Не були ці висновки дуже втішними для Мурашки, котра тепер має зважати на кожен крок.



Тим паче, коли порахувала ще й другу космічну швидкість $\upsilon_{\text{II}} = 1,74$ м/год, то зрозуміла, що кожен випадковий підскок завершиться вильотом у простір без можливості повернення на планету. Треба було це завчасно передбачити – подумала Мурашка – і пустила мурашину слізку. Але сльозинка якось не поспішала падати.

Написала Мурашка SOS на невеличкій картці, котру мала, прикріпила її до мачти, а сама, прив'язавши себе до неї… за 8 годин падіння м'яко приземлилася на тверду поверхню своєї дивної безмурашої планети.

Зрозуміла бідна Мурашка, що тут більше не витримає, що тут кожен необачний удар кулаком об стіл може спричинити вихід у космос…

Раптом Мурашка прокинулася тремтячи всім тілом та з легкою гарячкою, проте щаслива, бо знову важила аж 2 мініньютони! На стрибок з висоти одного метра потребувала менше, ніж пів секунди. Могла бігати, доволі бити мурашиним кулаком об мурашиний стіл і стрибати з радості без страху, що стане мурашиним супутником Землі.

Мораль: Переконайся, на якій планеті живеш, перед тим як захочеш підстрибнути.

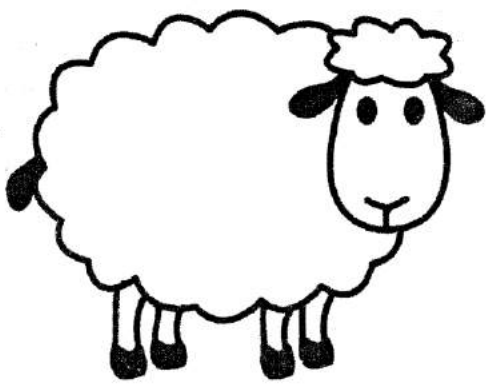
МІНІМУМ ОДНА ЧОРНА ВІВЦЯ

Одного разу троє друзів – біолог, фізик та математик – вирішили провести відпустку в Австралії. От вони їдуть і бачать, що на галявині пасеться чорна овечка.

– Гляньте! В Австралії живуть чорні вівці! – із захопленням вигукує біолог.

– Ні! В Австралії живе мінімум одна чорна вівця, – стверджує фізик.

– Ні, ви не праві, панове. В Австралії живе мінімум одна вівця, і мінімум з одного боку чорна, – уточнює математик.



КРИТИЧНА ПОМИЛКА

Четверо друзів – біолог, статист, математик та програміст – вирушили до Африки. Поїхали джипом на сафарі через савану. Часом зупинялися та оглядали місцевість у біноклі. Раптом біолог викрикнув:

– Гляньте! Ось там є стадо зебр. А серед них є одна повністю біла!

Це фантастичне відкриття! Існують білі зебри. Станемо відомими!

На це відповів статист:

– Це ні про що не свідчить. Знаємо єдине, що на світі живе одна біла зебра.

А математик додав:

– Насправді ми знаємо, що існує принаймні одна зебра з одного боку біла.

Натомість програміст ствердив:

– Нічого не знаємо! Це всього лише настала критична помилка.

НОВИНКИ..... .....НОВИНКИ

Гаращук В. П. ***Основи фізики лазерів.*** *Навчальний посібник* – К.: Унів. вид-во "Пульсари", 2012. – 344 с. – (Серія "Новітній авторський підручник")

Викладено вимоги до світлопроменевих установок для термічних технологій (зварювання, різання тощо), а також теорію потужності лазерного випромінювання, властивості лазерних пучків, фізичні процеси в лазерах вуглекислотному, неодимовому, напівпровідниковому, ексимерному.

Посібник розраховано для студентів технічних вишів, які спеціалізуються у конструюванні лазерів і лазерних технологічних комплексів та у використанні лазерного проміння в термічних технологіях. Він може бути корисний для студентів інших вишів і спеціальностей, які вивчають фізику лазерів. У посібнику розглянуто питання і специфіку геодезичних робіт, що застосовуються під час вишукувань, проектування, винесення проекту на місцевість і будівництва споруд.

Серія книжок "БІБЛІОТЕКА МОЛОДОГО НАУКОВЦЯ"

1. Довгий Я. ***Розповіді про фізиків.*** – Львів: Євросвіт, 2015. – 520 с.
2. Довгий Я. ***Чарівне явище надпровідність.*** – Львів: Євросвіт, 2000. – 440 с.
3. Проскура О. ***Осяяні світлом науки. Нариси з історії фізики.*** – Львів: Євросвіт, 2010. – 416 с.

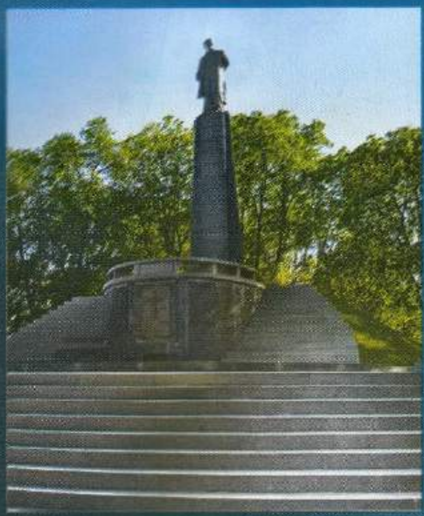
Серія книжок "Бібліотека "СВІТ ФІЗИКИ"

1. Олекса Біланюк. ***Тахіони.*** – Львів: Євросвіт, 2002. – 160 с.
2. Шопа Г., Бондарчук Я. ***Творчість – його кредо.*** – Львів: Євросвіт, 2003. – 92 с.
3. Іво Краус. ***Вільгельм Конрад Рентґен*** (пер. з чеськ.). – Львів: Євросвіт, 2004. – 94 с.
4. Штол Іван. ***Крістіан Доплер*** (пер. з чеськ.). Львів: Євросвіт, 2004. – 72 с.
5. ***Василь Міліянчук*** / За ред. О. Попеля. – Львів: Євросвіт, 2005. – 20 с.
6. ***Життя, віддане науці*** / За ред. І. Николина. – Львів: Євросвіт, 2005. – 106 с.
7. Манфред Ахіллес. ***Різдвяні листи про знаменитих фізиків*** (нім. мовою). – Львів: Євросвіт, 2007. – 56 с.
8. Мриглод І. та ін. ***Микола Боголюбов та Україна.*** – Львів: Євросвіт, 2009. – 192 с.
9. ***Спектри кристалів. Збірник на пошану професора Ярослава Довгого*** / Упорядник Галина Шопа. – Львів: Євросвіт, 2013. – 132 с.
10. Стадник В., Курляк В. ***З когорти плугатарів*** (з нагоди 80-річчя від дня народження Миколи Олексійовича Романюка). – Львів: Євросвіт, 2011. – 116 с.
11. В. Алексейчук, О. Гальчинський, Г. Шопа. ***Обласні олімпіади з фізики. Задачі та розв'язки.*** – Львів: Євросвіт, 2004. – 184 с.
12. Б. Кремінський. ***Всеукраїнські олімпіади з фізики. Задачі та розв'язки.*** 3-те вид. – Львів: Євросвіт, 2007. – 344 с.

ШАНОВНІ ЧИТАЧІ!
Не забудьте передплатити
науково-популярний журнал "Світ фізики",
попередні числа видання можна замовити
в редакції журналу за адресою:
вул. Саксаганського, 1,
м. Львів, 79005, а/с 6700;
Phworld@franko.lviv.ua

200 років від дня народження Тараса Шевченка

Борітеся — поборете!



Канів.
Пам'ятник на могилі Тараса Шевченка

ЗАПОВІТ

Як умру, то поховайте
Мене на могилі,
Серед степу широкого,
На Вкраїні милій:
Щоб лани широкополі,
І Дніпро, і кручі
Було видно, — було чути,
Як реве ревучий!
Як понесе з України
У синєє море
Кров ворожу, — отоді я
І лани, і гори —
Все покину і полину
До самого Бога
Молитися. А до того —
Я не знаю Бога!
Поховайте та вставайте,
Кайдани порвіте,
І вражою, злою кров'ю
Волю окропіте!
І мене в сім'ї великій,
В сім'ї вольній, новій,
Не забудьте пом'янути
Незлим, тихим словом!

25.XII.1845. Переяслав.