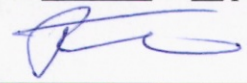


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Фізичний факультет
Кафедра теоретичної фізики

Затверджено

На засіданні кафедри теоретичної фізики
фізичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 7 від 22.01 2020р.)

Завідувач кафедри



проф. Ткачук В.М.

Силабус з навчальної дисципліни
«Сучасні математичні методи в теоретичній фізиці»,
що викладається в межах третього (освітньо-наукового) рівня
вищої освіти для здобувачів
з спеціальності 104 «Фізика та астрономія»

Львів 2019 р.

**Силабус курсу «Сучасні математичні методи в теоретичній фізиці»
2019–2020 н.р.**

Назва курсу	Сучасні математичні методи в теоретичній фізиці
Адреса викладання дисципліни	вул. Драгоманова, 12, 79005, м. Львів
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	фізичний факультет, кафедра теоретичної фізики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	10 Природничі науки / 104 Фізика та астрономія
Викладачі дисципліни	професор кафедри теоретичної фізики, д.ф.-м.н., проф. Ровенчак Андрій Адамович доцент кафедри теоретичної фізики, к.ф.-м.н., доц. Стецько Микола Миколайович доцент кафедри теоретичної фізики, к.ф.-м.н, доц. Пастухов Володимир Степанович
Контактна інформація викладачів	andrij.rovenchak@lnu.edu.ua ; andrij.rovenchak@gmail.com mykola.stetsko@lnu.edu.ua ; mstetsko@gmail.com volodymyr.pastukhov@lnu.edu.ua ; volodyapastukhov@gmail.com
Консультації з курсу відбуваються	Консультації в день проведення лекцій та практичних занять (за попередньою домовленістю). Також можливі он-лайн консультації через електронну пошту.
Сторінка курсу	http://ktf.lnu.edu.ua/progs/PhD/smmtf_ua.html
Інформація про дисципліну	Курс розроблено таким чином, щоб надати відповідну базу та сприяти оволодінню сучасними математичними методами у теоретичній фізиці, зокрема операторними та функціональними методами у квантовій механіці та квантовій статистиці, основами q -числення. У курсі подається необхідний теоретичний матеріал, який застосовується до конкретних задач на практичних заняттях.
Коротка анотація дисципліни	Дисципліна «Сучасні математичні методи в теоретичній фізиці» є дисципліною вільного вибору аспіранта (складова 1: глибинні знання зі спеціальності) і розрахована на слухачів, що спеціалізуються з теоретичної фізики у межах спеціальності 104 «Фізика та астрономія» для освітньої програми доктора філософії. Її викладають у IV семестрі в обсязі 3 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS). Програма навчальної дисципліни складається з трьох блоків: 1. Математичні аспекти квантової механіки. 2. Неекстенсивні статистики. q -числення. 3. Функціональні та операторні методи. З міркувань ліпшого засвоєння матеріалу курсу виклад за кожним із трьох блоків чергується і розтягнутий на семестр.
Мета та цілі дисципліни	Метою і завданням навчальної дисципліни «Сучасні математичні методи в теоретичній фізиці» є формування необхідних теоретичних знань і практичних навиків, пов'язаних із застосуванням сучасних методів теоретичної фізики, насамперед у галузі квантової механіки та статистичної фізики: теорія лінійних операторів в гільбертовому просторі, операторні методи, функціональне інтегрування тощо.

<p>Література для вивчення дисципліни</p>	<p>Базова:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Л. Ф. Блажиєвський, <i>Операторні методи квантової теорії</i> (Львів: ЛДУ, 1993). 2. В. Г. Кац, П. Чен, <i>Квантовый анализ</i> (Москва: МЦНМО, 2005). 3. А. Ровенчак, <i>Екзотичні статистики</i> (Львів: ЛНУ, 2018). 4. А. В. Свідзинський, <i>Математичні методи теоретичної фізики</i>. Т. 1, 2 (Луцьк, 2004). 5. S. Abe, Y. Okamoto (eds.), <i>Nonextensive Statistical Mechanics and Its Applications</i> (Berlin: Springer, 2001). 6. P. Blanchard, E. Brüning, <i>Mathematical Methods in Physics: Distributions, Hilbert Space Operators and Variational Methods</i> (Birkhäuser, Boston-Berlin, 2002). 7. A. Khare, <i>Fractional Statistics and Quantum Theory</i>, 2nd ed. (Singapore: World Scientific, 2005). 8. H. Kleinert, <i>Path Integrals in Quantum Mechanics, Statistics, Polymer Physics, and Financial Markets</i>, 5th ed. (Singapore: World Scientific, 2009). <p>Допоміжна:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. А. И. Олемской, А. С. Вайленко, И. А. Шуда. <i>Различные формулировки статистической теории сложных систем</i> (Сумы: Изд-во СумГУ, 2008). 2. А. Ровенчак, <i>Фізика бозе-систем</i> (Львів: ЛНУ, 2015). 3. V. Chari, A. N. Pressley, <i>A Guide to Quantum Groups</i> (Cambridge University Press, 1995). 4. M. Reed, B. Simon, <i>Methods of Modern Mathematical Physics, Vols.1–4</i> (Academic Press, N.Y., 1972–1978). 5. R. D. Richtmyer, <i>Principles of Advanced Mathematical Physics, Vols.1-2</i> (Springer-Verlag, N.Y- Heidelberg, 1978–1980). 6. W. Zwerger (ed.), <i>The BCS-BEC Crossover and the Unitary Fermi Gas</i> (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012). <p>Наукові статті у періодичних виданнях за тематикою курсу.</p> <p>Інформаційні ресурси:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. http://bactra.org/notebooks/tsallis.html 2. http://tsallis.cat.cbpf.br/biblio.htm 3. http://users.physik.fu-berlin.de/~kleinert/kleiner_reb3/ 4. http://www.wikipedia.org 5. http://mathworld.wolfram.com/
<p>Тривалість курсу</p>	<p>один семестр</p>
<p>Обсяг курсу</p>	<p>90 годин, з яких 48 годин аудиторних занять, з них 32 годин лекцій, 16 годин практичних занять, та 42 години самостійної роботи. Тижневе навантаження складає 3 годин аудиторних занять та 2,6 години самостійної роботи.</p>

<p>Очікувані результати навчання</p>	<p>У результаті вивчення цього курсу аспірант буде знати: як застосовувати метод інтегралів за траєкторіями для аналізу властивостей багаточастинкових систем; основні рівняння та прийоми операторних методів; метод вторинного квантування, основи q-числення та його застосування для вивчення фізичних систем; основні означення та поняття теорії операторів у гільбертових просторах.</p> <p>вміти: розраховувати динамічні та термодинамічні властивості систем багатьох взаємодіючих частинок за допомогою методу функціонального інтегрування; застосовувати операторні методи до задач квантової механіки та статистичної фізики; застосовувати формалізм вторинного квантування та наближеного вторинного квантування для дослідження квантових багаточастинкових систем; отримувати основні співвідношення для q-аналогів звичайних функцій, виконувати операції q-диференціювання та q-інтегрування, застосовувати їх для перетворень у q-деформованій термодинаміці; виконувати ортогональні розклади за повними системами функцій у гільбертових просторах, знаходити індекси дефекту для симетричних операторів, застосовувати теорему фон Неймана для знаходження самоспряжених розширень ермітових операторів. Знаходити функції Гріна для крайових задач типу Штурма–Ліувілля. Знаходити асимптотичні розв’язки крайових задач.</p>
<p>Ключові слова</p>	<p>гільбертові простори, самоспряжені оператори, індекси дефекту, самоспряжені розширення, спектр та резольвента оператора, q-деформації, неекстенсивні статистики, T-експонента, інтеграли за траєкторіями</p>
<p>Формат курсу</p>	<p>Очний</p>
	<p>проведення лекцій, практичних занять та консультації для кращого розуміння тем</p>
<p>Теми</p>	<p>1. Математичні аспекти квантової механіки. Л1.1. Гільбертові простори. Нормовані і повні гільбертові простори. Ортогональні розширення у гільбертових просторах. Оператори у гільбертових просторах. Л1.2. Ермітові та самоспряжені оператори. Унітарні оператори. Індеси дефекту. Самоспряжені розширення ермітових операторів, теорема фон Неймана. Л1.3. Задачі на власні значення та власні функції для самоспряжених операторів у гільбертовому просторі. Спектр і резольвента оператора. Л1.4. Задача Штурма–Ліувілля. Функції Гріна для крайових задач. Л1.5. Асимптотичні розв’язки задач на власні значення та власні функції. П1.1. Приклади гільбертових просторів. Ортогональні розширення у гільбертових просторах. Ортогоналізація, теорема Грама–Шмідта. П1.2. Індеси дефекту, дефектні підпростори. Теорема фон Неймана. Самоспряжені розширення для операторів імпульсу та кінетичної енергії на дійсній осі, півосі та обмеженому просторі. П1.3. Крайові задачі для самоспряжених операторів, функції Гріна для крайових задач.</p>

	<p>2. Неекстенсивні статистики. q-числення. Л2.1. Неекстенсивна статистична механіка. Статистика Цалліса. Л2.2. Інші неекстенсивні узагальнення статистики. Ентропія Реньї. Ентропія Каніадакіса. Л2.3. q-деформації. Основи q-числення. p, q-деформації та багатопараметричні деформації. Осцилятор Арика–Куна. Л2.4. q-деформована термодинаміка. μ-деформована термодинаміка. Л2.5. Елементи теорії груп. Група кіс. Групи та алгебри Лі. П2.1. Властивості q-експоненти Цалліса. Термодинаміка неекстенсивної модифікації ідеального бозе-газу. П2.2. q-аналоги чисел та функцій. Операції q-диференціювання та q-інтегрування. П2.3. Елементи теорії груп.</p> <p>3. Функціональні та операторні методи. Л3.1. Інтегральна форма рівняння Шредінгера. Оператор еволюції, функція Гріна, рівняння для функції Гріна. Рівняння Блоха. Л3.2. Хронологічне впорядкування та фейнманівське «розплутування» операторів. Деякі властивості T-експоненти. Л3.3. Когерентні стани та метод інтегралів за траєкторіями для бозе- та фермі-систем. Л3.4. Застосування континуального інтеграла для спінових систем. Функціональний інтеграл у класичній статистичній механіці та в теорії фазових переходів. Л3.5. Теорія збурень для взаємодіючих багаточастинкових систем. Л3.6. Надплинність ферміонних систем. БКШ–БЕК кроссовер. П3.1. «Розплутування» T-експонент. П3.2. Розрахунок найпростіших діаграм Фейнмана.</p>
<p>Підсумковий контроль, форма</p>	<p>іспит у кінці семестру комбінований (письмова частина супроводжується усним захистом)</p>
<p>Пререквізити</p>	<p>Для вивчення курсу студенти потребують ґрунтовних знань із дисциплін теоретичної фізики та вищої математики, насамперед квантової механіки, термодинаміки та статистичної фізики, квантової статистичної фізики, диференціальних та інтегральних рівнянь, методів математичної фізики.</p>
<p>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</p>	<p>Презентація, лекції, дискусія, розв’язок задач, підготовка доповідей. Передбачено ілюстрування лекційного матеріалу схемами та графіками.</p>
<p>Необхідне обладнання</p>	<p>персональний комп’ютер, загальнонавчівані комп’ютерні програми і операційні системи, проектор</p>
<p>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</p>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за таким співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • практичні/самостійні тощо: 30% семестрової оцінки; максимальна кількість балів — 30; • контрольні заміри (тести): 20% семестрової оцінки; максимальна кількість балів — 20; • іспит: 50% семестрової оцінки. Максимальна кількість балів — 50. <p>Підсумкова максимальна кількість балів — 100.</p>

	<p>Письмові роботи: Очікується, що аспіранти виконають декілька видів письмових робіт (тестування, письмова частина іспиту).</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи аспірантів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших аспірантів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі аспіранта є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі аспіранти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. Аспіранти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку аспіранти зобов'язані дотримуватися усіх строків, визначених для виконання усіх видів письмових робіт, передбачених курсом.</p> <p>Література. Усю література, яку аспіранти не зможуть знайти самостійно, буде надано викладачами виключно в освітніх цілях без права її передавання третім особам. Аспіранти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані на практичних заняттях, самостійній роботі, поточному тестуванні та підсумковому іспиті. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність аспіранта під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях, не пов'язаних із навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Підсумковий іспит відбувається у відкритій формі з вільним доступом до будь-яких джерел інформації під час письмової частини.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p>Питання до екзамену</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Гільбертові простори. Нормовані і повні гільбертові простори. Ортогональні розвинення у гільбертових просторах. Оператори у гільбертових просторах. Ортогоналізація, теорема Грама–Шмідта 2. Ермігові та самоспряжені оператори. Унітарні оператори. Індеси дефекту. Самоспряжені розширення ермігових операторів, теорема фон Неймана. 3. Задачі на власні значення та власні функції для самоспряжених операторів у гільбертовому просторі. Спектр і резольвента оператора. 4. Задача Штурма–Ліувілля. Функції Гріна для крайових задач. 5. Асимптотичні розв'язки задач на власні значення та власні функції. 6. Неекстенсивна статистична механіка. Статистика Цалліса. 7. Узагальнення статистики Цалліса. Ентропія Реньї. Ентропія Каніадакіса.

	<p>8. q-деформації. Основи q-числення. p, q-деформації та багатопараметричні деформації.</p> <p>9. q-деформована термодинаміка. μ-деформована термодинаміка.</p> <p>10. Елементи теорії груп. Група кіс. Групи та алгебри Лі.</p> <p>11. Термодинаміка неекстенсивної модифікації ідеального бозе-газу.</p> <p>12. Інтегральна форма рівняння Шредінгера. Оператор еволюції, функція Гріна, рівняння для функції Гріна. Рівняння Блоха.</p> <p>13. Хронологічне впорядкування та фейнманівське «розплутування» операторів. Деякі властивості T-експоненти.</p> <p>14. Когерентні стани та метод інтегралів за траєкторіями для бозе- та фермі-систем.</p> <p>15. Застосування континуального інтеграла для спінових систем. Функціональний інтеграл у класичній статистичній механіці та в теорії фазових переходів.</p> <p>16. Теорія збурень для взаємодіючих багаточастинкових систем.</p> <p>17. Надплинність ферміонних систем. БКШ–БЕК кроссовер.</p>
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Таблиця 1

Схема курсу «Сучасні математичні методи в теоретичній фізиці»

Тижні	Тема занять (перелік питань)*	Форма діяльності та обсяг годин	Термін виконання
1–2	<p>Л1.1. Гільбертові простори. Нормовані і повні гільбертові простори. Ортогональні розвинування у гільбертових просторах. Оператори у гільбертових просторах.</p> <p>Л2.1. Неекстенсивна статистична механіка. Статистика Цалліса.</p> <p>Л3.1. Інтегральна форма рівняння Шредінгера. Оператор еволюції, функція Гріна, рівняння для функції Гріна. Рівняння Блоха.</p>	Лекції — 6 год, самостійна робота — 5 год	2 тижні
3–4	<p>Л1.2. Ермітові та самоспряжені оператори. Унітарні оператори. Індеси дефекту. Самоспряжені розширення ермітових операторів, теорема фон Неймана.</p> <p>Л2.2. Інші неекстенсивні узагальнення статистики. Ентропія Реньї. Ентропія Каніадакіса.</p> <p>Л3.2. Хронологічне впорядкування та фейнманівське «розплутування» операторів. Деякі властивості T-експоненти.</p>	Лекції — 6 год, самостійна робота — 5 год	2 тижні

Тижні	Тема занять (перелік питань)*	Форма діяльності та обсяг годин	Термін виконання
5–6	<p>П1.1. Приклади гільбертових просторів. Ортогональні розвинення у гільбертових просторах. Ортогоналізація, теорема Грама–Шмідта.</p> <p>П2.1. Властивості q-експоненти Цалліса. Термодинаміка неекстенсивної модифікації ідеального бозе-газу.</p> <p>П3.1. «Розплутування» T-експонент.</p>	Практ. заняття — 6 год, самостійна робота — 5 год	2 тижні
7–8	<p>Л1.3. Задачі на власні значення та власні функції для самоспряжених операторів у гільбертовому просторі. Спектр і резольвента оператора.</p> <p>Л2.3. q-деформації. Основи q-числення. p, q-деформації та багатопараметричні деформації. Осцилятор Арика–Куна.</p> <p>Л3.3. Когерентні стани та метод інтегралів за траєкторіями для бозе- та фермі-систем.</p>	Лекції — 6 год, самостійна робота — 5 год	2 тижні
9–10	<p>Л1.4. Задача Штурма–Ліувілля. Функції Гріна для крайових задач.</p> <p>Л2.4. q-деформована термодинаміка. μ-деформована термодинаміка.</p> <p>Л3.4. Застосування континуального інтеграла для спінових систем. Функціональний інтеграл у класичній статистичній механіці та в теорії фазових переходів.</p>	Лекції — 6 год, самостійна робота — 5 год	2 тижні
11–12	<p>П1.2. Індeksi дефекту, дефектні підпростори. Теорема фон Неймана. Самоспряжені розширення для операторів імпульсу та кінетичної енергії на дійсній осі, півосі та обмеженому просторі.</p> <p>П2.2. q-аналоги чисел та функцій. Операції q-диференціювання та q-інтегрування.</p> <p>П3.2. Розрахунок найпростіших діаграм Фейнмана.</p>	Практ. заняття — 6 год, самостійна робота — 5 год	2 тижні
13–14	<p>Л1.5. Асимптотичні розв’язки задач на власні значення та власні функції.</p> <p>Л2.5. Елементи теорії груп. Група кіс. Групи та алгебри Лі.</p> <p>П1.3. Крайові задачі для самоспряжених операторів, функції Гріна для крайових задач.</p>	Лекції — 4 год, практ. заняття — 2 год, самостійна робота — 6 год	2 тижні

Тижні	Тема занять (перелік питань)*	Форма діяльності та обсяг годин	Термін виконання
15–16	Л3.5. Теорія збурень для взаємодіючих багаточастинкових систем. Л3.6. Надплинність ферміонних систем. БКШ–БЕК кроссовер. П2.3. Елементи теорії груп.	Лекції — 4 год, практ. заняття — 2 год, самостійна робота — 6 год	2 тижні

* Л — лекції, П — практичні заняття.