МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Фізичний факультет
Кафедра теоретичної фізики імені професора Івана Вакарчука

Затверджено

На засіданні кафедри теоретичної фізики імені
професора Івана Вакарчука
фізичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 31.08.2023 р.)

Завідувач кафедри Володимир ТКАЧУК

Силабус
з навчальної дисципліни
«Лінійна алгебра»,
що викладається в межах
ОПП «Комп'ютерні технології в прикладній фізиці»
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
для здобувачів з спеціальності 105 Прикладна фізика та наноматеріали

Львів 2023

Назва курсу	Лінійна алгебра
Адреса викладання дисципліни	вул. Драгоманова, 12, 79005, м. Львів
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	фізичний факультет, кафедра теоретичної фізики імені професора Івана Вакарчука
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань – 10 Природничі науки Спеціальність – 105 Прикладна фізика та наноматеріали
Викладач дисципліни	Лектор: доцент кафедри теоретичної фізики імені професора Івана Вакарчука, канд.ф.-м.н. Пастухов Володимир Степанович
Контактна інформація викладача	volodymyr.pastukhov@lnu.edu.ua; volodyapastukhov@gmail.com https://physics.lnu.edu.ua/employee/pastukhov-v-s
Консультації з курсу відбуваються	Консультації в день проведення лекцій та практичних занять (за попередньою домовленістю). Також можливі консультації через електронну пошту або онлайн засобами Zoom, Microsoft Teams, Skype.
Сторінка курсу	
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Лінійна алгебра» є вибірковою і розрахована на слухачів спеціальності «105 Прикладна фізика та наноматеріали» освітнього рівня бакалавр. Її викладають у III семестрі в обсязі 4 кредити (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Курс розроблено таким чином, щоб стисло подати основні поняття лінійної алгебри, лінійних просторів, векторного та тензорного аналізу
Мета та цілі дисципліни	Метою курсу є формування у фізиків поняття про теорію множин, лінійні простори, лінійні оператори, тензорну алгебру, диференціювання та інтегрування векторних і скалярних полів
Література для вивчення дисципліни	**Базова:** 1. *В. І Андрійчук, Б. В. Забавський*. Лінійна алгебра. Навчально-методичний посібник.— Львів: ЛНУ, 2008. 2. *М.Т.Сеньків*. Векторний і тензорний аналіз. – Львів – 1991. 3. *Б. Забавський, В. Андрійчук, А. Гаталевич, О. Пігура.* Загальна алгебра: навч. посібник .— Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2018. **Допоміжна:** 1. *О. І. Григорчак, М. І. Самар*, Основи векторного і тензорного аналізу в задачах і прикладах.— Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2023. **Інформаційні ресурси:** 2. Eric Weisstein's World of Physics http://scienceworld.wolfram.com/physics/ 3. Wikipedia. http://www.wikipedia.org
Тривалість курсу	один семестр
Обсяг курсу	120 годин, з яких 32 годин аудиторних занять, з них 16 години лекцій, 16 годин практичних занять, та 88 години самостійної роботи.
Очікувані результати навчання	У результаті вивчення цього курсу студент буде **знати:** основні поняття та рівняння предмету викладені у програмі курсу **вміти**: застосовувати апарат лінійної алгебри, векторного та тензорного аналізу.

Ключові слова	алгебраїчні структури; тензорний аналіз; полілінійні форми; криволінійні координати
Формат курсу	Очний
	проведення лекцій, практичних занять та консультації для засвоєння предмету
Теми	1. Лінійні простори 2. Лінійні оператори і білінійні форми 3. Полілінійні форми і тензори 4. Тензори у 3-вимірному евклідовому просторі 5. Криволінійні координати і диференціювання полів 6. Інтегрування векторних полів та інтегральні теореми
Підсумковий контроль, форма	Залік у кінці семестру.
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують знань із таких дисциплін: аналітична геометрія, математичний аналіз.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Лекції, розв'язування задач на дошці. Передбачено ілюстрування лекційного матеріалу схемами та рисунками.
Необхідне обладнання	персональний комп'ютер, загальновживані комп'ютерні програми й операційні системи, проєктор
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за таким співвідношенням: *Поточний контроль* — контрольна робота (КР – 30 балів), індивідуальне завдання (ІЗ – 30 балів); оцінка відповідей та роботи на практичних заняттях (40 балів). Підсумкова максимальна кількість балів 100. **Письмові роботи:** Очікується, що студенти виконають одну контрольну роботу. **Академічна доброчесність:** Очікується, що контрольні роботи студентів будуть оригінальними. Списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. **Відвідання занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків, визначених для виконання усіх видів письмових робіт, передбачених курсом. **Література.** Усю література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надано викладачами виключно в освітніх цілях без права її передавання третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих. **Політика виставлення балів.** Враховуються бали, набрані за роботу на практичних заняттях, контрольних роботах та на іспиті. При цьому

	обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час заняття; недопустимість пропусків та запізнень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях, не пов'язаних із навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. **Додаткові бали** можна отримати за результатами неформального та/або інформального навчання по тематиці даного курсу. Визнання та зарахування результатів такого навчання відбувається у відповідності до наданих документів про неформальне та/або інформальне навчання. **Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються**.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Таблиця 1

Схема курсу «Лінійна алгебра»

Тижні	Тема занять (перелік питань)	Форма діяльності та обсяг годин	Література	Термін виконання
1	**1. Лінійні простори.** Множини. Відображення. Алгебраїчні структури: група, абелева група, кільце, поле, модуль, лінійний простір, алгебра, алгебра Лі. Означення лінійного простору. Приклади лінійних просторів (простір векторів на прямій, площині, у просторі; поле чисел як простір). Дійсний і комплексний лінійний простір. Лінійна (не)залежність векторів. Вимірність і базис лінійного простору. Координати вектора в базисі. 3. Лінійна оболонка векторів. Лінійні підпростори. Теорема про продовження базису. Монотонність вимірності. Внутрішня пряма сума. Розклад простору у пряму суму. Пряме доповнення. Прямий добуток просторів. Зовнішня пряма сума лінійних просторів.	Лекції — 2 год, практичні — 2 год, самостійна робота — 11 год	Б: 1, 3; Д: 1	2 тижні
3	**1. Лінійні простори** Лінійні відображення, їх приклади (тотожне, нульове, гомотетія, відображення в поле чисел, лінійний оператор). Простір лінійних відображень. Ізоморфізм лінійних просторів. Дуальні (спряжені, взаємні) базиси. Двічі спряжений простір. Канонічний ізоморфізм. Ядро і образ лінійного відображення. Заміна базису як дія лінійного оператора. Матриця лінійного оператора. Композиція відображень і добуток матриць. Матриця лінійного відображення. Активна і пасивна інтерпретація перетворення.	Лекції — 2 год, практичні — 2 год, самостійна робота — 11 год	Б: 1, 3; Д: 1	2 тижні

5	**2. Лінійні оператори і білінійні форми.** Матриця лінійного оператора. Простір матриць. Композиція операторів і добуток їх матриць. Асоціативна алгебра лінійних операторів. Асоціативна алгебра матриць. Обернений оператор. Обернена матриця. Критерій існування оберненого оператора. Група невироджених операторів. Матричні групи. Проектор як оператор. Матриця проектора. Теореми про ранґ добутку операторів. Інваріантність рангу. Інваріантність детермінанта матриці оператора. Слід матриці оператора. Структура лінійного оператора. Інваріантний підпростір. Діагоналізовний оператор. Характеристичний многочлен оператора, його незалежність від базису. Власні значення оператора.	Лекції — 2 год, практичні — 2 год, самостійна робота — 11 год	Б: 1, 3; Д: 1	2 тижні
7	**2. Лінійні оператори і білінійні форми.** Білінійні форми. Зображення білінійної форми у базисі. Ранг білінійної форми. Симетричні та антисиметричні білінійні форми та їх матриці. Полярна квадратична форма (поляризація квадратичної форми). Властивості додатньовизначеної квадратичної форми. Закон інерції квадратичних форм. Класифікація квадратичних форм. Критерій Сильвестра. Скалярний добуток у дійсному просторів як білінійна форма. Півторалінійна форма. Матриця Грама базису щодо скалярного добутку. Напівлінійне відображення. Розклад простору у пряму суму попарно-ортогональних підпросторів. Евклідів скалярний добуток, його властивості. Евклідів простір. Довжина вектора. Нерівність Коші-Буняковського. Кут між векторами. Віддаль між векторами.	Лекції — 2 год, практичні — 2 год, самостійна робота — 11 год	Б: 1, 3; Д: 1	2 тижні
9	**3. Полілінійні форми і тензори.** Полілінійні відображення. Полілінійні форми. Коваріантні тензори та їх компоненти. Ранг тензора. Перетворення компонент коваріантного тензора при зміні базису. Скалярний добуток як коваріантний тензор. Контраваріантні тензори та їх компоненти. Перетворення компонент контраваріантного тензора при зміні базису. Мішані тензори та їх компоненти. Перетворення компонент мішаного тензора про зміні базису.	Лекції — 2 год, практичні — 2 год, самостійна робота — 11 год	Б: 1, 4; Д: 1	2 тижні

11	**4. Тензори у 3-вимірному евклідовому просторі.** Тензори в евклідовому просторі. Піднімання і опускання індекса. Компоненти тензорів в ортонормованому базисі. Символ Леві-Чівіти. Векторний добуток. Властивості символів Леві-Чівіти.	Лекції — 2 год, практичні — 2 год, самостійна робота — 11 год	Б: 2; Д: 1	2 тижні
13	**5. Інтегрування векторних полів та інтегральні теореми.** Градієнт скалярного поля. Властивості градієнта. Геометричний зміст вектора градієнта. Градієнт і поверхні рівня. Похідна від векторного поля за напрямом. Потенціальне векторне поле. Інтеграл від векторного поля вздовж кривої. Циркуляція векторного поля. Потік векторного поля. Дивергенція. Соленоїдальне поле. Теорема Гріна. Ротор векторного поля. Компоненти ротора в термінах символу Леві-Чевіта.	Лекції — 2 год, практичні — 2 год, самостійна робота — 11 год	Б: 2; Д: 1	2 тижні
15	**6. Криволінійні координати і диференціювання полів**. Криволінійні координати. Локальний базис. Метричний тензор у криволінійних координатах. Коефіцієнти Ляме. Сферичні та циліндричні координати. Векторне поле. Контраваріантні і коваріантні векторні поля. Інтегральні криві векторного поля. Похідна від скалярного поля за напрямом.	Лекції — 2 год, практичні — 2 год, самостійна робота — 11 год	Б: 2; Д: 1	2 тижні