

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Фізичний факультет**  
**Кафедра теоретичної фізики імені професора Івана Вакарчука**

**Затверджено**

На засіданні кафедри теоретичної фізики  
імені професора Івана Вакарчука  
фізичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 31.08.2023 р.)

Завідувач кафедри  проф. Ткачук В.М.

**Силабус**

**з навчальної дисципліни «Методи математичної фізики»,**  
**що викладається в межах**  
**ОПП «Комп'ютерні технології в прикладній фізиці»,**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти**  
**для здобувачів спеціальності 105 Прикладна фізика та наноматеріали**

**Львів 2023**

<b>Назва дисципліни</b>	Методи математичної фізики
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	вул. Драгоманова, 19, 79005, м. Львів
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	фізичний факультет, кафедра теоретичної фізики імені професора Івана Вакарчука
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	Галузь знань – 10 Природничі науки Спеціальність – 105 Прикладна фізика та наноматеріали
<b>Викладач дисципліни</b>	Лектор: доцент кафедри теоретичної фізики імені професора Івана Вакарчука, к.ф.-м.н Самар Микола Іванович
<b>Контактна інформація викладача</b>	<a href="mailto:mykola.samar@lnu.edu.ua">mykola.samar@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://physics.lnu.edu.ua/employee/samar-m-i">https://physics.lnu.edu.ua/employee/samar-m-i</a>
<b>Консультації з курсу відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій та практичних занять (за попередньою домовленістю). Також можливі консультації через електронну пошту або он-лайн засобами Microsoft Teams, Telegram.
<b>Сторінка курсу</b>	
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна «Методи математичної фізики» є вибірковою дисципліною для підготовки бакалавра за спеціальністю 105 «Прикладна фізика та наноматеріали», яка викладається в IV семестрі в обсязі 4 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Методи математичної фізики (ММФ) займає важливе місце у навчальному процесі, оскільки є завершальним математичним курсом, що складає основу математичного апарату наступних курсів теоретичної фізики.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Мета: засвоєння студентами тих розділів математики, що виникли в результаті дослідження різних фізичних явищ: теорія функцій комплексної змінної, теорія узагальнених функцій, елементи операційного числення, теорії диференціальних рівнянь в частинних похідних, варіаційного числення. Завдання: навчити студентів самостійно обчислювати означені інтеграли із застосуванням теорії лишків, розв'язувати диференціальні рівняння математичної фізики методом інтегральних перетворень, розв'язувати крайові задачі математичної фізики різними методами, варіаційні задачі, оперувати з комплексними функціями, узагальненими та спеціальними функціями.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<b>Базова</b> 1. С. С. Піх, О. М. Попель, А. А. Ровенчак, І. І. Тальянський. Методи математичної фізики.– Л., ЛНУ імені Івана Франка.— 2011. 2. С. С. Піх, А. А. Ровенчак, Ю. С. Криницький. 1001 задача з математичної фізики.– Л., ЛНУ імені Івана Франка.— 2006. 3. Наказной П. О. Комплексний аналіз. Збірник задач – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, – 2021. 4. С. М. Єжов, М. А. Разумова. Теорія функцій комплексної змінної. — К., Видавництво Київський Університет. — 2012. 5. Т. А. Мельник, Комплексний аналіз. — К., Видавництво Київський Університет. — 2015.  <b>Допоміжна</b> 1. В.Т. Швець, Вища математика: теорія функцій комплексної змінної, Одеса. Видавництво БМВ. — 2014. 2. А. Свідзінський. Математичні методи теоретичної фізики. – Луцьк: Ред.-вид. відділ “Вежа”.– 2001.

	<b>Інформаційні ресурси</b> 1. MathWorld: the web most extensive mathematics resource. – <a href="http://mathworld.wolfram.com">http://mathworld.wolfram.com</a> 2. Wikipedia. – <a href="http://www.wikipedia.org">http://www.wikipedia.org</a>
<b>Тривалість курсу</b>	один семестр
<b>Обсяг курсу</b>	120 годин, з яких 64 годин аудиторних занять, з них 32 години лекцій, 32 години практичних занять, та 56 годин самостійної роботи.
<b>Очікувані результати навчання</b>	В результаті вивчення дисципліни студент повинен <b>знати:</b> основні поняття теорії функцій комплексної змінної, теорії диференціальних рівнянь в частинних похідних, теорії узагальнених функцій, теорії спеціальних функцій, елементи функціонального аналізу. <b>вміти:</b> обчислювати інтеграли за теоремою Коші про лишки, застосовувати методи математичної фізики (метод характеристик, метод відокремлення змінних, метод інтегральних перетворень) до розв'язування рівнянь електродинаміки та квантової механіки, виконувати різні дії над узагальненими функціями, зокрема над дельта-функцією Дірака, спеціальними функціями.
<b>Ключові слова</b>	комплексні числа, функція комплексної змінної, теорія лишків, узагальнені функції, інтегральні перетворення, диференціальні рівняння в часткових похідних, спеціальні функції, варіаційний принцип.
<b>Формат курсу</b>	Очний
	проведення лекцій, практичних занять і консультації для кращого розуміння тем
<b>Теми</b>	Наведено у таблиці 1
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	залік в кінці семестру
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують ґрунтовних знань із дисциплін вищої математики: математичного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, векторного і тензорного аналізу.
<b>Навчальні методи та техніки, які буде використано під час викладання курсу</b>	Презентація, лекції, дискусія, розв'язок задач, підготовка доповідей. Передбачено ілюстрування лекційного матеріалу схемами та графіками.
<b>Необхідне обладнання</b>	персональний комп'ютер, загальноживані комп'ютерні програми й операційні системи, проектор
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за таким співвідношенням: • робота на практичних заняттях під час семестру: 40% сумарної оцінки; максимальна кількість балів — 40 відповідно до такої шкали: 31–40 — активна участь у 7–8 заняттях; 21–30 — активна участь у 5–6 заняттях; 11–20 — активна участь у 3–4 заняттях; 1–10 — активна участь у 1–2 заняттях; 0 — жодної активної участі в лабораторних заняттях; • підсумкова контрольна робота за двома змістовими модулями (по 30 балів): 60% сумарної оцінки; максимальна кількість балів — 60; (6 завдань по 5 балів, де 5 балів — завдання зроблене повністю, 4 — рівень виконання завдання достатній, 3 — рівень виконання завдання задовільний, 1-2 — зроблено перші кроки розв'язання завдання, 0 — нічого не зроблено).  Підсумкова максимальна кількість балів — 100.

	<p><b>Академічна доброчесність</b> здобувачами вищої освіти передбачає самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання. Списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій чи усній роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків, визначених для виконання усіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Усю література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надано викладачами виключно в освітніх цілях без права її передавання третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали, набрані на практичних та поточному тестуванні. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях, не пов'язаних із навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p><b>Додаткові бали</b> можна отримати за результатами неформального та/або інформального навчання по тематиці даного курсу. Визнання та зарахування результатів такого навчання відбувається у відповідності до наданих документів про неформальне та/або інформальне навчання.</p> <p><b>Жодні форми академічної недоброчесності не толеруються.</b></p>
<p><b>Питання на контрольні роботи</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Комплексна змінна. Модуль та аргумент. Означення функції комплексної змінної.</li> <li>2. Похідна функції комплексної змінної. Диференційовність і аналітичність. Умови Даламбера–Ейлера–Коші–Рімана. Однозначні та багатозначні функції. Точки розгалуження багатозначних функцій.</li> <li>3. Інтегрування однозначних функцій. Теореми Коші. Теорема Морери. Інтегральна формула Коші та її наслідки, інтеграл типу Коші. Інтегрування багатозначних функцій.</li> <li>4. Функціональні ряди. Теорема про рівномірну збіжність функціональних рядів.</li> <li>5. Степеневі ряди. Ряди Тейлора. Теореми про степеневі ряди. Ряди Лорана. Область збіжності.</li> <li>6. Означення ізольованої особливої точки функції комплексної змінної та їх класифікація. Теореми про зв'язок характеру особливої точки зі структурою ряду Лорана.</li> <li>7. Означення лишку в особливій точці. Застосування теорії лишків. Обчислення означених інтегралів. Лема Жордана.</li> <li>8. Пряме і обернене інтегральне перетворення Лапласа. Межі застосовності. Властивості перетворення Лапласа. Застосовування перетворення Лапласа до розв'язування звичайних лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.</li> <li>9. Пряме і обернене перетворення Фур'є. Межі застосовності. Властивості перетворення Фур'є. Зв'язок з перетворенням Лапласа.</li> <li>10. Узагальнені функції. Дельта-функція Дірака. Дельта-функційні послідовності. Функціональні простори. Основні та узагальнені функції.</li> </ol>

	<p>Носій узагальненої функції.</p> <p>11. Дії над узагальненими функціями. Диференціювання узагальнених функцій. Функція Гевісайда. Формули Сохоцького.</p> <p>12. Класифікація диференціальних рівнянь з двома незалежними змінними в точці. Характеристичне рівняння. Канонічна форма рівнянь. Крайові задачі та їх класифікація. Типи граничних умов.</p> <p>13. Рівняння коливань на нескінченій прямій. Формула Даламбера. Метод характеристик для хвильового рівняння. Сферичні хвилі.</p> <p>14. Метод відокремлення змінних для однорідного і неоднорідного рівняння коливань.</p> <p>15. Метод відокремлення змінних для однорідного і неоднорідного рівняння коливань. Задача Штурма–Ліувілля. Властивості власних функцій і власних значень. Крайова задача з неоднорідними граничними умовами.</p> <p>16. Задача Штурма–Ліувілля для круга. Рівняння Бесселя. Функції Бесселя. Ортонормованість. Функції Ноймана. Функції Ганкеля. Функції Бесселя і Ганкеля уявного аргумента.</p> <p>17. Твірна функція для ортогональних многочленів. Розклад твірної функції у степеневий ряд. Формула Родрига. Рівняння для многочленів Лежандра, Ерміта, Лаггера. Рекурентні співвідношення. Ортонормованість.</p> <p>18. Варіаційні принципи в фізиці. Задача про брахістохрону. Варіаційна задача з закріпленими кінцями. Рівняння Ейлера. Функціонали з вищими похідними. Рівняння Ейлера–Пуассона.</p>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Таблиця 1

## Схема курсу «Методи математичної фізики»

Тижні	Тема занять	Форма діяльності та обсяг годин	Термін виконання
<b>Змістовий модуль 1</b>			
1–2	<p>Л1. Комплексна змінна (алгебраїчна, тригонометрична, експоненціальна форма), модуль та аргумент. Послідовність та границя послідовності.</p> <p>Л2. Означення функції комплексної змінної. Границя функції комплексної змінної. Похідна функції. Умови Даламбера–Ейлера–Коші–Рімана. Однозначні та багатозначні функції. Точки розгалуження багатозначних функцій.</p> <p>П1. Алгебраїчна та тригонометрична форма комплексного числа.</p> <p>П2. Функції комплексної змінної.</p> <p><b>Література: Б1-Б5, Д1-Д2.</b></p>	Лекції — 4 год. практичні — 4 год. самостійна робота — 7 год.	2 тижні
3–5	<p>Л1. Інтегрування однозначних функцій. Теореми Коші. Теорема Морери. Інтегральна формула Коші та її наслідки, інтеграл типу Коші.</p> <p>Л2. Інтегрування багатозначних функцій. Функціональні ряди. Теорема про рівномірну збіжність функціональних рядів.</p> <p>Л3. Степеневі ряди. Ряди Тейлора. Теореми про степеневі ряди. Ряди Лорана. Область збіжності.</p>	Лекції — 6 год. практичні — 6 год. самостійна робота — 10 год.	3 тижні

Тижні	Тема занять	Форма діяльності та обсяг годин	Термін виконання
	<p>П3. Диференціювання функцій комплексної змінної.  П4. Інтегрування функцій комплексної змінної.  Інтегральна формула Коші  П5. Розклад функцій комплексної змінної у степеневі ряди  <b>Література: Б1-Б5, Д1-Д2.</b></p>		
6–7	<p>Л6. Означення ізольованої особливої точки функції комплексної змінної та їх класифікація. Теорема про зв'язок характеру особливої точки зі структурою ряду Лорана.  Л.7. Застосування теорії лишків. Обчислення означених інтегралів. Лема Жордана.  П6. Ізольовані особливі точки.  П7. Обчислення інтегралів за теоремою Коші про лишки.  <b>Література: Б1-Б5, Д1-Д2.</b></p>	<p>Лекції — 4 год.  практичні — 4 год.  самостійна робота — 7 год.</p>	2 тижні
8–9	<p>Л8. Пряме і обернене інтегральне перетворення Лапласа. Властивості перетворення Лапласа.  Застосування перетворення Лапласа до розв'язування звичайних лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.  Л9. Пряме і обернене перетворення Фур'є. Межі застосовності. Властивості перетворення Фур'є.  Зв'язок з перетворенням Лапласа.  П8. Застосування лишків до обчислення означених інтегралів.  П9. Застосування лишків до обчислення означених інтегралів.  <b>Література: Б1-Б5, Д1-Д2.</b></p>	<p>Лекції — 4 год.  практичні — 4 год.  самостійна робота — 7 год.</p>	2 тижні
<b>Змістовий модуль 2</b>			
10–11	<p>Л10. Дельта-функція Дірака. Дельта-функційні послідовності. Функціональні простори. Основні та узагальнені функції. Носій узагальненої функції.  Дії над узагальненими функціями.  Л11. Диференціювання узагальнених функцій.  Функція Гевісайда. Формули Сохоцького. Прямий добуток і згортка узагальнених функцій.  Перетворення Фур'є, Лапласа узагальнених функцій.  П10. Інтегральні перетворення.  П11. Застосування інтегрального перетворення Лапласа для розв'язку звичайних диференціальних рівнянь.  <b>Література: Б1-Б5, Д1-Д2.</b></p>	<p>Лекції — 4 год.  практичні — 4 год.  самостійна робота — 7 год.</p>	2 тижні
12–13	<p>Л12. Зведення рівнянь до канонічного виду. Рівняння з двома незалежними змінними. Класифікація.  Крайові задачі і їх класифікація.  Л13. Метод відокремлення змінних для однорідного і неоднорідного рівнянь з частинними похідними  П12. Класифікація і зведення до канонічної форми рівнянь з частинними похідними 2-порядку.  П.13. Задача Коші для рівнянь гіперболічного типу.  <b>Література: Б1-Б5, Д1-Д2.</b></p>	<p>Лекції — 4 год.  практичні — 4 год.  самостійна робота — 7 год.</p>	2 тижні

Тижні	Тема занять	Форма діяльності та обсяг годин	Термін виконання
14–15	<p>Л14. Задача Штурма–Ліувілля для круга. Рівняння Бесселя. Функції Бесселя. Ортонормованість. Функції Ноймана. Функції Ганкеля. Функції Бесселя і Ганкеля уявного аргумента</p> <p>Л15. Твірна функція для ортогональних многочленів. Розклад твірної функції у степеневий ряд. Формула Родрига. Рівняння для многочленів Лежандра, Ерміта, Лаггера. Рекурентні співвідношення. Ортонормованість.</p> <p>П.14. Задача Коші для рівнянь гіперболічного типу. Метод характеристик</p> <p>П.15. Метод відокремлення змінних.</p> <p><b>Література: Б1-Б5, Д1-Д2.</b></p>	<p>Лекції — 4 год.</p> <p>практичні — 4 год.</p> <p>самостійна робота — 7 год.</p>	2 тижні
16	<p>Л16. Варіаційні принципи в фізиці. Задача про брахістохрону. Варіаційна задача з закріпленими кінцями. Рівняння Ейлера. Функціонали з вищими похідними. Рівняння Ейлера–Пуассона.</p> <p>П.16. Метод відокремлення змінних.</p> <p><b>Література: Б1-Б5, Д1-Д2.</b></p>	<p>Лекції — 2 год.</p> <p>практичні — 2 год.</p> <p>самостійна робота — 4 год.</p>	1 тиждень